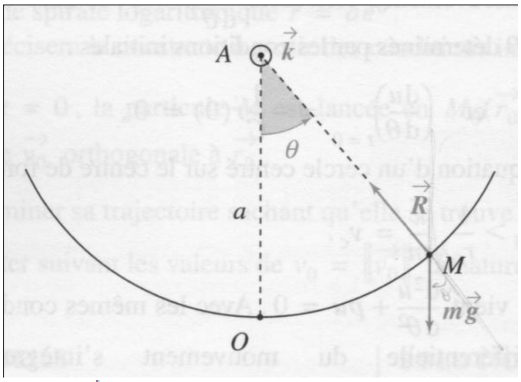
Mécanique – TD6 : Théorème du moment cinétique

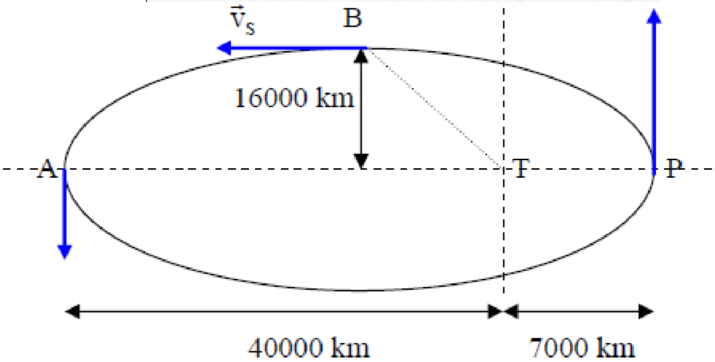


Exercice 1 : Point matériel sur un guide circulaire

Un point matériel de masse m est assujetti à glisser sous l'action de son poids sur un guide circulaire de rayon a (cf. schéma) et de centre A.

1. En négligeant les frottements solide, et à l'aide du TMC, déterminer la période T_0 de ses petits mouvements autour de sa position d'équilibre ($\theta = 0$).

2. On ne néglige plus les frottements solides. Déterminer la direction et le sens du moment de la force de frottements solides. Interpréter physiquement le résultat.



Exercice 2 : Satellite terrestre

Un satellite S de masse m = *1 tonne* décrit une orbite elliptique autour de la Terre T. Le satellite n'est soumis qu'à la force de gravité, constamment dirigée vers le point T.

1. En B, la vitesse du satellite est de 16000 km.h^{-1}. Calculer numériquement le moment cinétique du satellite par rapport à T, lorsque le satellite est en B.

2. Montrer que le moment cinétique par rapport à T est conservé au cours du mouvement.

3. Déterminer alors la norme de la vitesse du satellite aux points A et P. Faire l'application numérique.

Exercice 3 : Modèle atomique de Bohr

L'atome d'hydrogène est constitué d'un proton O de masse m_P et de charge $+e$, et d'un électron M de masse m_e et de charge -*e*, ayant un mouvement circulaire uniforme, de rayon *r* et de vitesse *v*, autour de O. L'hypothèse de Bohr consiste à postuler que le moment cinétique de l'électron est quantifié :

$$L_O = n\frac{h}{2\pi}$$

où n est entier et h est la constante de Planck. C'est le modèle de Bohr, modèle pré-quantique de l'atome.

1. Sur un schéma, représenter le repère polaire défini pour repérer la position de l'électron.
2. Exprimer le moment cinétique de l'électron par rapport à O en fonction des coordonnées r, θ. En déduire une relation entre *r, v, m, n, h*.
3. Sachant que l'électron n'est soumis qu'à la force électrostatique : $\vec{F} = \frac{-e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e_r}$, déterminer une nouvelle relation entre *r* et *v* en appliquant la RFD à l'électron.

4. Déduire des questions précédentes que *r* peut se mettre sous la forme $n^2 r_0$; on donnera l'expression de r_0.
5. Montrer que l'énergie mécanique de l'électron se met sous la forme : $E_n = -\frac{E_0}{n^2}$

<u>Données</u> : h = 6,64 10^{-34} J.s ;   e = 1,6 10^{-19} C ; ε_0 = 8,84 10^{-12} C^2.N^{-1}.m^{-2} ; m_e = 9,1 10^{-31} kg

On retrouve avec ce modèle la formule admise en cours de Chimie. Ce modèle prévoit des niveaux énergétiques en accord avec les mesures expérimentales pour l'atome d'hydrogène. Pour les atomes polyélectroniques, il est mis en défaut. Il n'explique pas non plus l'origine physique de la quantification. Celle-ci ne peut être expliquée que dans le cadre de la théorie quantique de l'atome.

Exercice 4 : Application directe du cours

1. On considère un point matériel de masse m se déplaçant à la vitesse constante $\vec{v}$. Le point O fixe dans le référentiel d'étude est situé à une distance d de la trajectoire de M.

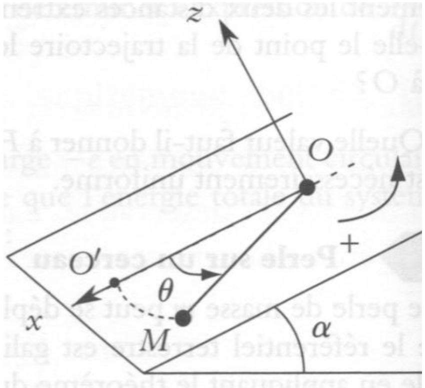
- Vérifier que le moment cinétique en O du système est constant et non nul.
- Interpréter physiquement la direction, le sens et la norme du moment cinétique.

2. Champ de force central : Montrer que le moment cinétique n'est pas nécessairement conservé si on le calcule en un point autre que le centre de force.

3. Donner les unités des grandeurs suivantes (ℓ et d longueurs, F force, v vitesse). A quelle grandeur chacune d'elles est homogène ?

- $\ell F \sin\alpha$
- $mvd\cos\alpha$
- $\frac{dL_\Delta}{dt}$

Exercice 5 : Pendule sur un plan incliné



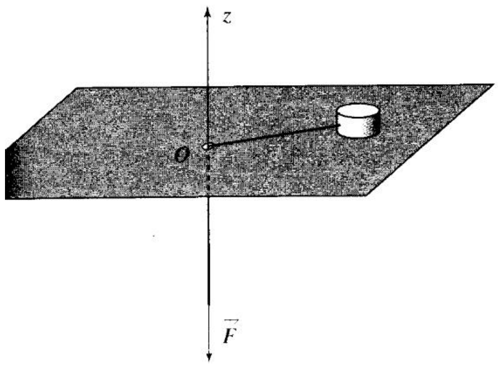
Un pendule simple est constitué d'un point M de masse m attaché à un fil de masse négligeable, de longueur L. L'autre extrémité du fil est accrochée à un point O fixe. L'ensemble peut se déplacer sans frottement sur un plan incliné faisant un angle α avec le plan horizontal.

1. En repérant la composante du poids incluse dans le plan (et donc orthogonale à l'axe de rotation), calculer son moment par rapport à l'axe de rotation.

2. En appliquant le TMC par rapport à cet axe, trouver l'ED du mouvement et la période des petites oscillations.

3. On lance le pendule depuis $\theta = 0$ avec une vitesse v_0.
Déterminer l'angle maximal atteint, en supposant que l'on reste dans le domaine des petites oscillations.

Exercice 6 : Il faut tirer très fort



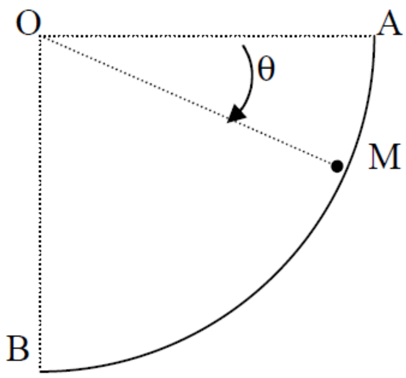
Un palet de masse M glisse sans frottement sur un plateau horizontal percé d'un trou à l'origine. Sa position est repérée par les coordonnées polaires r et θ d'axe (Oz).
L'expérimentateur lance le palet, à la distance r_0 du point O, avec une vitesse initiale orthoradiale $\vec{v}(0) = v_0 \overrightarrow{e_\theta}(t=0)$. On prendra $\theta(0) = 0$. Il tire alors sur le fil de façon à rapprocher régulièrement le palet du point O :

$$r(t) = r_0 - Vt$$

1. Etudier l'évolution de la force $\vec{F}$ qu'il doit exercer pour réaliser cet objectif. Commenter.

2. Calculer directement le travail de traction fourni par cet opérateur s'il fait passer la distance du mobile à la l'axe de la valeur r_0 à la valeur r. Retrouver ce résultat par une méthode énergétique.

Exercice 7 : Toboggan circulaire



Un point matériel M de masse m glisse sans frottements sur un quart de cercle de rayon R. Sa vitesse initiale en A est nulle.

1. Par application du TMC, établir l'ED du mouvement.

2. Que devient l'ED si l'on tient compte d'une force de frottements fluide de coefficient h ?

3. En négligeant tout frottement, déduire de l'ED (question 1) l'expression de la vitesse de M au cours du mouvement en fonction de θ.