DM2 – Diffusion thermique + Analyse Doc vents et marées

Résolution de problème 1 : Iceberg

Le projet "icedream"

Extraits de la page web disponible à l'adresse "www.3ds.com/fr/icedream/"
firme Dassault

Remorquer un iceberg pour avoir de l'eau douce

Le projet icedream est l'idée de l'ingénieur français Georges Mougin qui développe et affine son concept révolutionnaire depuis plus de 40 ans : remorquer des icebergs et les exploiter pour produire de l'eau douce !

Les fondamentaux du projet pilote sont donc les suivants : un iceberg d'environ 10 millions de tonnes, un remorqueur qui met 140 jours à relier Terre-Neuve et les Iles Canaries.

Données :

Puissance thermique P_{th} échangée par un système à la température T en contact sur une surface S avec un fluide à la température T_{fluide} dans le modèle conducto-convectif de Newton :

$$P_{th} = h\ (T_{fluide} - T)\ S$$

avec

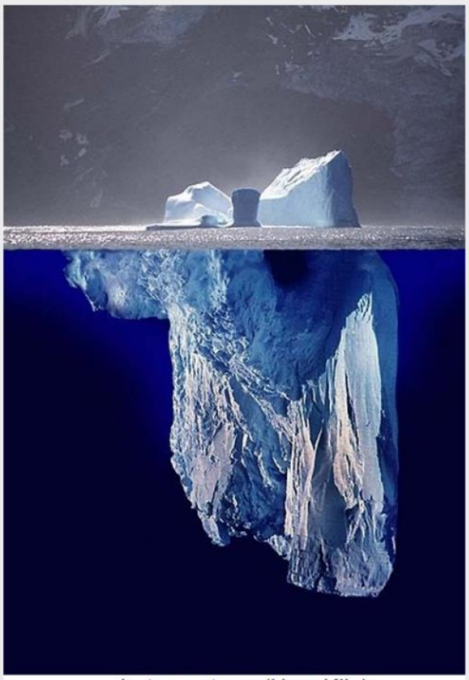
- le coefficient de transfert thermique de l'air :

$$h \approx 5\ \mathrm{W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}}$$

- le coefficient de transfert thermique de l'eau :

$$h \approx 10^2\ \mathrm{W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}}$$

Enthalpie de fusion de la glace : $L_{fus} = 333\ \mathrm{kJ \cdot kg^{-1}}$


photomontage (Uwe Kils).

L'iceberg fond au cours du transport, car sur le trajet de Terre Neuve aux Iles Canaries l'eau ambiante est plus chaude.

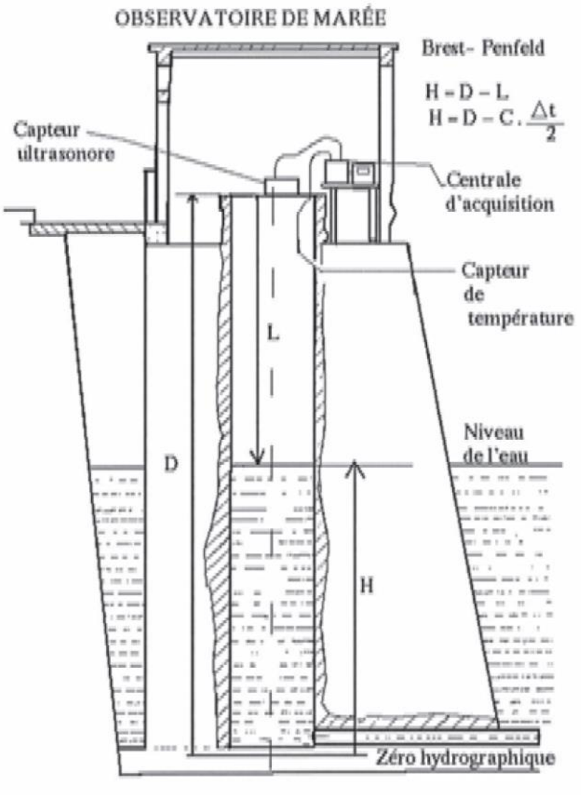
Quelle masse de glace reste-t-il à l'arrivée du remorqueur aux Iles Canaries ?

***Exercice 2* : Marégraphe, puit de tranquillité (E3A PC 2015)**

Dans le contexte mondial actuel, mesurer le niveau des mers présente un intérêt certain. Outre les prévisions marégraphiques, l'étude de la hausse du niveau moyen des mers est devenu un sujet sensible. Le marégraphe côtier numérique (MCN) étudié ici fait partie d'un réseau de marégraphes installés sur les côtes françaises. Il est situé à Brest dans l'embouchure de la Penfeld.

D / PUITS DE TRANQUILLITE

La surface de l'eau en mer ou sur les côtes n'étant pas plane la plupart de temps, il importe de mesurer les variations du niveau de la mer en s'affranchissant des fluctuations de hauteur. C'est le rôle du puits de tranquillité. A l'intérieur du bâtiment (voir schéma de la figure 4), le puits de tranquillité est constitué d'un tube cylindrique vertical où l'eau rentre par le bas et peut monter librement. Les mesures de hauteur d'eau se font dans ce tube de diamètre 1,5 mètre pour le marégraphe de Brest. Même si le bâtiment est fermé, isolé du soleil et des intempéries, la hauteur du puits (plus de 8 mètres) fait que sa température interne n'est pas uniforme. Il faut donc envisager un gradient de température à l'intérieur du puits. On donne dans la figure 4 une vue en coupe du puits de tranquillité ainsi qu'un enregistrement de la température en fonction de l'altitude (les carrés correspondent aux points de mesure).



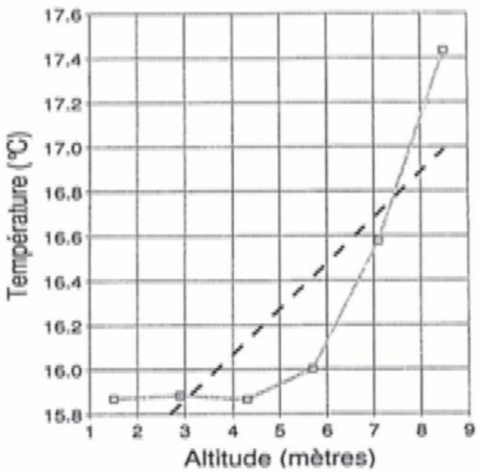


FIGURE 4

D1. Comment peut-on qualifier l'effet du puits de tranquillité sur les variations de hauteur d'eau en termes de filtrage ?

D2. Evaluer numériquement la norme du gradient de température en haut du puits (environ $8,5\ m$ d'altitude).

Pour rendre compte du gradient de température (dans l'air) qui s'établit dans le puits, on adopte le modèle suivant : Le puits est cylindrique, de rayon R_1 (on note $s = \pi {R_1}^2$ sa section) et de hauteur L (entre le niveau de l'eau et le haut du puits). L'air contenu dans le puits est assimilé à un matériau de masse volumique invariable μ, de capacité thermique massique c et de conductivité thermique λ que l'on considère globalement au repos (on néglige ainsi la convection et la dilatation, ce qui revient à dire que, pour simplifier la modélisation, on raisonne comme si l'air était un solide indilatable). La température de l'air dans le puits ne dépend que de la profondeur z (voir figure 5).

L'eau impose en $z = L$ (point P) une température T_1 tandis que la partie supérieure impose en $z = 0$ (point O) une température T_0. Les parois du puits, d'épaisseur e et de conductivité thermique λ', sont comprises entre les rayons R_1 et R_2 (donc $e = R_2 - R_1$) et caractérisées par un coefficient r_{th} homogène à une résistance thermique multipliée par une longueur et défini par $R_{th} = r_{th}/\ell$ où R_{th} est la résistance thermique associée à une longueur ℓ de parois. L'extérieur des parois est à la température de l'eau, T_1.

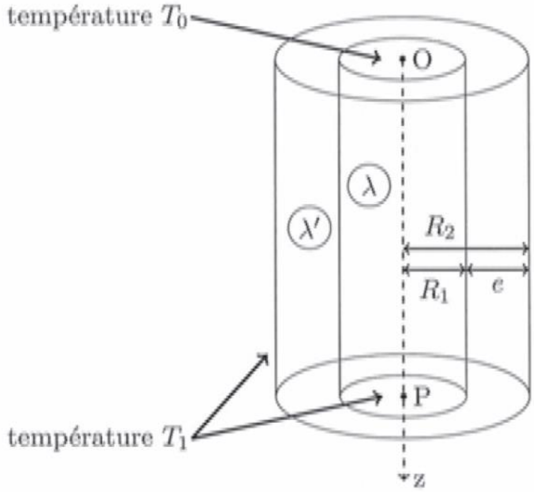


FIGURE 5

D3. On cherche à écrire l'équation de diffusion thermique à une dimension vérifiée par la température à l'intérieur du puits. On considère des évolutions à pression constante. On introduira un terme p qui représente une puissance par unité de longueur (selon (Oz)) et qui traduit les échanges thermiques au travers des parois du puits (p devant être positive si de l'énergie est effectivement reçue par l'air à l'intérieur du puits). Montrer que l'équation de diffusion thermique se met sous la forme :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \alpha\, p$$

Donner les expressions de D et α en fonction de μ, c, λ et s.

On se place en régime stationnaire. Dans un premier temps, on considère qu'il n'y a pas d'échanges thermiques au travers des parois.

D4. Montrer que cette hypothèse implique un gradient de température uniforme.

On prend maintenant en compte les échanges thermiques au travers des parois (et on est toujours en régime stationnaire).

D5. On propose pour r_{th} les expressions suivantes :

1. $\frac{2\pi}{\lambda'} \ln\left(\frac{R_1}{R_2}\right)$
2. $\frac{2\pi}{\lambda'} (R_2 - R_1)$
3. $\frac{1}{2\pi\lambda'} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$
4. $\frac{\lambda'}{2\pi} \frac{R_2}{R_1}$
5. $\frac{1}{2\pi\lambda'} \frac{R_1}{R_2 - R_1}$

Déterminer quelle est la bonne expression en expliquant pourquoi les quatre autres ne peuvent être correctes.

D6. En partant de l'équation obtenue en D3, compte tenu de l'hypothèse de régime stationnaire, montrer que la température T à l'intérieur du puits vérifie l'équation :

$$\frac{d^2T}{dz^2} - k^2T = -k^2T_1$$

Donner l'expression de k en fonction de λ, s et r_{th}.

D7. Donner la forme des solutions de l'équation différentielle de la question D6 sans chercher à expliciter les constantes d'intégration. On admet ensuite que l'on doit se restreindre à une expression de la forme $T(z) = Ae^{-kz} + B$. Donner les expressions de A et B en fonction de T_1 et T_0.

D8. Représenter graphiquement T en fonction de z. Est-ce qualitativement en accord avec les données expérimentales ?

D9. En déduire l'expression du gradient de température dans le puits, commenter son sens et donner en particulier $\left\|\overrightarrow{grad}(T)\right\|(z=0)$.

D10. On donne les valeurs numériques suivantes :

- $d = 1,5m$ (diamètre du puits)
- $\lambda = 0,023 W.m^{-1}.K^{-1}$ (conductivité thermique de l'air)
- $\lambda' = 1,5 W.m^{-1}.K^{-1}$ (conductivité thermique des parois)
- $e = 2m$ (épaisseur des parois)

Calculer numériquement r_{th}, k et $\left\|\overrightarrow{grad}(T)\right\|(z=0)$. Critiquer cette dernière valeur.