

Questions de cours :

1. Définir ce qu'est une force centrale conservative. Quelle est la relation entre le vecteur force \vec{F} et l'énergie potentielle E_p associée ? On représentera *sur un schéma* les coordonnées et le repère choisi pour exprimer cette relation.
2. Quelles sont les grandeurs conservées dans ce type de mouvement ? Démontrer ces lois de conservation. Citer deux conséquences d'une de ces lois.
3. Enoncer les trois lois de Kepler.
4. On considère un satellite en orbite circulaire autour de la Terre, orbite de rayon r_0 :
 - Montrer que la vitesse angulaire est constante + Etablir la relation entre $\|\vec{v}\|$ et r_0
 - Etablir la relation entre E_m et r_0
 - Etablir la relation entre E_m et E_p
 - Etablir la 3^{ème} loi de Kepler. Si le mouvement du satellite est parfaitement connu, que peut-on savoir à propos de la Terre ?

Exercice : Vitesse du satellite soumis aux frottements de l'air

Un satellite S est placé sur une orbite circulaire de rayon r_0 .

1. Exprimer v_0 , puis l'énergie totale E_0 de ce satellite, en fonction de r_0 .

L'altitude du satellite étant peu élevée, il subit les frottements des hautes couches de l'atmosphère. Son énergie totale diminue alors avec le temps suivant la loi : $E = E_0 (1 + \alpha t)$ avec $\alpha > 0$, et $E_0 < 0$.

On suppose que les frottements sont suffisamment faibles pour que la trajectoire puisse être considérée comme circulaire sur quelques périodes.

2. Déterminer le rayon r de la trajectoire et la vitesse v du satellite à l'instant t . En comparant les énergies, expliquer pourquoi la vitesse du satellite augmente alors qu'il est freiné par l'atmosphère.

Exercice : Retour de mission spatiale

On étudie un véhicule spatial S de masse m qui rentre sur Terre (masse M_T) après une longue mission.

Ce véhicule arrive au point B avec une vitesse \vec{v}_B et présente « un paramètre d'impact » b (cf. figure).

On suppose le point B suffisamment éloigné de la Terre pour que l'énergie potentielle gravitationnelle puisse être prise nulle en B.

1. Dessiner l'allure du diagramme d'énergie potentielle effective dans le cas de la gravitation (force attractive).
2. Déterminer le signe de l'énergie mécanique du satellite. Grâce au diagramme d'énergie potentielle effective, en déduire la nature de la trajectoire de S.

3. On veut que le véhicule spatial arrive au point C avec une vitesse tangente à l'orbite circulaire passant par C (de rayon $2r_0$). On souhaite déterminer la distance b nécessaire. Il s'agit d'utiliser les deux lois de conservation à l'œuvre dans ce type de mouvement.

3.1. Etablir l'expression du moment cinétique du satellite par rapport au centre de la Terre :

- lorsqu'il se trouve au point B
- lorsqu'il est au point C, en supposant que la vitesse est tangente à l'orbite circulaire passant par C

3.2. Ecrire l'expression de l'énergie mécanique du satellite :

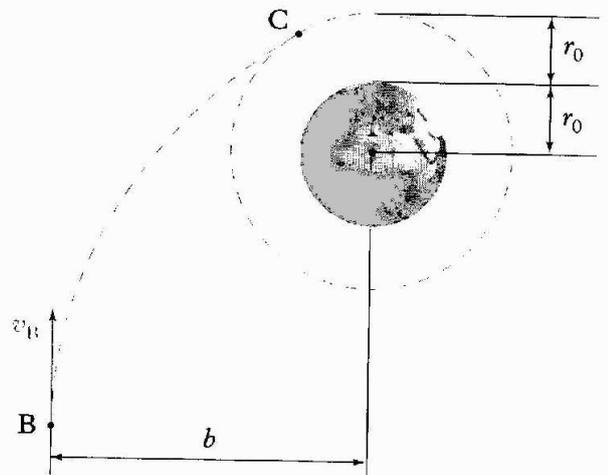
- lorsqu'il se trouve au point B
- lorsqu'il se trouve au point C

Conclusion : en déduire la distance b permettant d'avoir une vitesse tangente à l'orbite circulaire passant par C

4. En vous inspirant de la question 3, déterminer le paramètre d'impact minimal b_{min} que l'on doit donner au véhicule pour qu'il évite la Terre.

5. Au point C, on veut que le véhicule spatial passe sur l'orbite circulaire de rayon $2r_0$.

Que faut-il faire ? Déterminer puis calculer la variation du paramètre impliqué.



Exercice : Masse attachée à deux ressorts

On considère un point M de masse m attaché à deux ressorts identiques verticaux, de constante de raideur k et de longueur à vide l_0 . Les deux autres extrémités O et O' des ressorts sont fixes et espacées d'une distance L .

1. Déterminer la position d'équilibre z_e de M.

2. Déterminer l'équation différentielle satisfaite par $z(t)$. On écrira cette équation en fonction de

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{2k}{m}} \text{ et } z_e.$$

3. On écarte M d'une hauteur a par rapport à sa position d'équilibre, et on le lâche sans vitesse initiale. Déterminer $z(t)$.

