Exercice 1 : Satellites et planètes

1. Définir ce qu'est une force centrale conservative. Quelle est la relation entre le vecteur force $\vec{F}$ et l'énergie potentielle E_p associée ? On représentera *sur un schéma* les coordonnées et le repère choisi pour exprimer cette relation.
2. Quelles sont les grandeurs conservées dans ce type de mouvement ? Démontrer ces lois de conservation. Citer deux conséquences d'une de ces lois.
3. Enoncer les trois lois de Kepler.

4. On considère un satellite en orbite circulaire autour de la Terre, orbite de rayon r_0 :

- Montrer que la vitesse angulaire est constante + Etablir la relation entre $\|\vec{v}\|$ et r_0
- Etablir la relation entre E_m et r_0
- Etablir la relation entre E_m et E_p
- Etablir la 3ème loi de Kepler. Si le mouvement du satellite est parfaitement connu, que peut-on savoir à propos de la Terre ?

5. Dessiner une ellipse et représenter les paramètres : petit axe, grand axe, foyers, centre, périhélie (ou périgée), aphélie (ou apogée).
6. Donner la relation entre l'énergie mécanique d'une planète et le demi-grand axe de son orbite.

7. Déterminer l'expression de l'énergie potentielle gravitationnelle.
8. Montrer que l'on peut définir une énergie potentielle effective $E_{p_{eff}}$ telle que :

$$E_m = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 + E_{p_{eff}}(r)$$

Tracer l'allure de $E_{p_{eff}}(r)$. Discuter graphiquement de la nature du mouvement (et du type de trajectoires) selon la valeur que l'on donne à E_m.

Exercice 2 : ***Station spatiale internationale*** *(extrait petites Mines 2005)*

Une station spatiale est sur une orbite circulaire autour de la Terre. Son mouvement est étudié dans le référentiel géocentrique *K*, d'origine O considéré comme galiléen. La station spatiale est repérée en son centre par un point *S* de masse M_S, repéré par le rayon vecteur $\vec{R} = \overrightarrow{OS}$. On rappelle que le mouvement de la station spatiale s'effectue dans un plan contenant le centre O de la Terre. Ce plan est perpendiculaire au vecteur rotation $\vec{\omega}$ de l'orbite circulaire de la station autour de la Terre.

1. Enoncer le principe d'inertie en rappelant la définition d'un référentiel galiléen.
Définir le référentiel géocentrique. En considérant le référentiel de Copernic galiléen, sur quelle échelle de temps le référentiel géocentrique peut-il être considéré comme approximativement galiléen ?

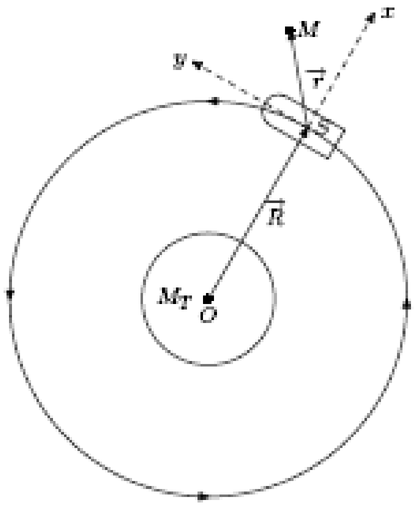
2. A partir de la relation fondamentale de la dynamique, déterminer l'expression littérale de la vitesse *V* de la station spatiale en fonction de la masse de la Terre, M_T, de la constante de gravitation universelle *G* et du rayon *R*. En déduire l'expression de ω.

3. La station spatiale internationale en construction depuis 1998 est située à une altitude de 400 km.
Calculer littéralement puis numériquement sa période de rotation *T*.

Données : Rayon terrestre R_T = 6400 km
Accélération de la pesanteur à la surface du globe $g_0 = 9.8\ m.s^{-2}$

La station spatiale est en rotation synchrone autour de la Terre ; elle tourne sur elle-même avec un vecteur vitesse angulaire identique à celui de son mouvement orbital, $\vec{\omega}$. On désigne par *K'* le référentiel lié à la station.
On définit un repère d'origine située au point *S*. L'axe *Sx* est dirigé suivant $\vec{R}$, l'axe *Sz* est porté par le vecteur rotation $\vec{\omega}$ et l'axe *Sy* complète le trièdre orthonormé direct. Dans ce référentiel, un corps ponctuel *M*, de masse *m*,

est en mouvement dans le plan *Sxy*. Il est repéré dans la station par le rayon vecteur $\vec{r} = \overrightarrow{SM}$. On néglige l'attraction gravitationnelle due à la station sur le point M.



4. En considérant un repère centré en O dont les axes ont même direction que le repère (S, x, y, z), expliquer pourquoi l'on peut dire que le référentiel *K'* est en rotation uniforme (de vecteur $\vec{\omega}$) par rapport à un axe fixe dans *K*. Justifier alors que le référentiel *K'* n'est pas galiléen.

5. Définir le point coïncident à *M* et établir son accélération $\overrightarrow{a_e(M)}$ en fonction de $\vec{r}$, $\vec{R}$ et ω.

En déduire que la force d'inertie d'entraînement $\overrightarrow{f_e}$ exercée sur la masse *m* dans *K'* s'écrit :

$$\overrightarrow{f_e} = m\omega^2\left(\vec{R} + \vec{r}\right)$$

6. Si la particule *M* est animée d'une vitesse $\vec{v}$ dans *K'*, quelle force d'inertie supplémentaire lui est appliquée ? Exprimer cette force.

<u>On admet le résultat suivant</u> : Un développement limité au premier ordre en *r/R* permet de montrer que la force d'attraction gravitationnelle qu'exerce la Terre sur le corps M s'écrit : $\vec{F} = -m\omega^2\left(\vec{R} + \vec{r} - 3x\overrightarrow{u_x}\right)$, où $\overrightarrow{u_x}$ est le vecteur unitaire de *Sx* et (x, y) sont les coordonnées de M dans le repère (S, x, y, z).

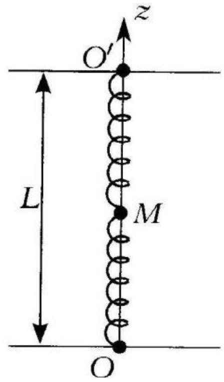
7. Le corps *M* est une balle qu'un cosmonaute lance en direction de la Terre avec la vitesse relative $\overrightarrow{v_0} = -v_0\overrightarrow{u_x}$ ($v_0 << R\omega$) dans *K'* depuis l'origine *S* de ce référentiel. Etablir l'équation du mouvement dans *K'* de la balle sous la forme de deux équations différentielles pour les variables *x* et *y*.

8. Intégrer ces équations, et montrer que la trajectoire suivie est une ellipse. Déterminer sa période de parcours.

<u>**Exercice 3 : Moment d'inertie, pendule pesant**</u>

1. Définir le moment d'inertie. Que représente cette grandeur ? De quels paramètres du solide dépend-elle ? Dans quelles formules du cours le moment d'inertie apparaît-il ?
2. On considère une barre homogène de masse *m*, de longueur L, liée à une extrémité à une liaison pivot parfaite. Le moment d'inertie de ce pendule pesant vaut $\frac{mL^2}{3}$. Déterminer l'équation différentielle du mouvement.

Exercice 4 : Masse attachée à deux ressorts



On considère un point M de masse m attaché à deux ressorts identiques verticaux, de constante de raideur k et de longueur à vide l_0. Les deux autres extrémités O et O' des ressorts sont fixes et espacées d'une distance L.

1. Déterminer la position d'équilibre z_e de M.

2. Déterminer l'équation différentielle satisfaite par $z(t)$. On écrira cette équation en fonction de $\omega_0 = \sqrt{\frac{2k}{m}}$ et z_e.

3. On écarte M d'une hauteur a par rapport à sa position d'équilibre, et on le lâche sans vitesse initiale. Déterminer $z(t)$.

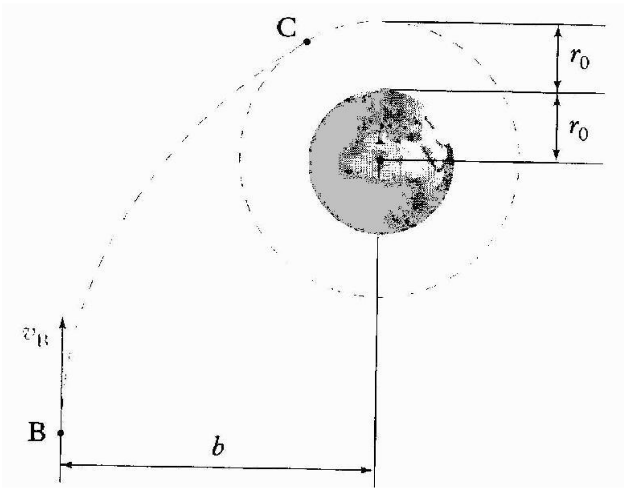
Exercice 5 : accélérateurs de particule

1. On considère deux plaques conductrices, parallèles et distantes de D, celle de gauche est portée au potentiel V_1, celle de droite au potentiel $V_2 < V_1$. On place un proton à proximité de la plaque de potentiel V_1.
Déterminer la norme de sa vitesse lorsque le proton atteint la deuxième plaque.

2. On place un électron dans un champ magnétique $\vec{B}$ uniforme et indépendant du temps. La vitesse initiale $\overrightarrow{v_0}$ de l'électron est orthogonale au champ magnétique. On admet que la trajectoire est circulaire.

- Dessiner la trajectoire de l'électron, en orientant de manière cohérente le champ magnétique, la vitesse initiale $\overrightarrow{v_0}$, et la trajectoire.
- Définir le repère approprié à la situation, puis déterminer le rayon de la trajectoire par le calcul.

Exercice 6 : Retour de mission spatiale



On étudie un véhicule spatial S de masse m qui rentre sur Terre (masse M_T) après une longue mission.
Ce véhicule arrive au point B avec une vitesse $\overrightarrow{v_B}$ et présente « un paramètre d'impact » b (cf. figure).
On suppose le point B suffisamment éloigné de la Terre pour que l'énergie potentielle gravitationnelle puisse être prise nulle en B.

NB : dans cet exercice, il faut déterminer les moments cinétiques grâce à la méthode du bras de levier

1. Dessiner l'allure du diagramme d'énergie potentielle effective dans le cas de la gravitation (force attractive).
2. Déterminer le signe de l'énergie mécanique du satellite. Grâce au diagramme d'énergie potentielle effective, en déduire la nature de la trajectoire de S.

3. On veut que le véhicule spatial arrive au point C avec une vitesse tangente à l'orbite circulaire passant par C (de rayon $2r_0$). On souhaite déterminer la distance b nécessaire. Il s'agit d'utiliser les deux lois de conservation à l'œuvre dans ce type de mouvement.

3.1. Etablir l'expression du moment cinétique du satellite par rapport au centre de la Terre :
- lorsqu'il se trouve au point B
- lorsqu'il est au point C, en supposant que la vitesse est tangente à l'orbite circulaire passant par C

3.2. Ecrire l'expression de l'énergie mécanique du satellite :
- lorsqu'il se trouve au point B
- lorsqu'il se trouve au point C

Conclusion : en déduire la distance b permettant d'avoir une vitesse tangente à l'orbite circulaire passant par C

4. En vous inspirant de la question **3**, déterminer le paramètre d'impact minimal b_{min} que l'on doit donner au véhicule pour qu'il évite la Terre.
5. Au point C, on veut que le véhicule spatial passe sur l'orbite circulaire de rayon $2r_0$.
Que faut-il faire ? Déterminer puis calculer la variation du paramètre impliqué.

RESPB Meca point PCSI : frottements solides

Soit un plan incliné d'un angle α par rapport à l'horizontal. On lance un palet avec une vitesse v_0 vers le haut du plan, selon la ligne de plus grande pente. Quelle est la durée de l'aller-retour du palet ?