

DS 6 -- Concours Blanc physique (07/03/2017 – 4h)
--

Extrait des Instructions générales des concours

Les candidats sont invités à porter une attention particulière à la rédaction : les copies illisibles ou mal présentées seront pénalisées.

Si les résultats ne sont pas soulignés ou encadrés, il sera retiré 1 point /20 à la note finale.

Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Toute réponse non justifiée ne donnera pas lieu à l'attribution de points.

Toute application numérique ne comportant pas d'unité ne donnera pas lieu à l'attribution de points.

Les différents exercices sont indépendants et peuvent être traités dans l'ordre choisi par le candidat. Il prendra toutefois soin de bien numéroter les questions.

Vous numéroterez toutes vos pages. Si vous rendez 5 pages, vous devez numéroter 1/5, 2/5, 3/5, etc.

Aucune sortie n'est autorisée avant 12h

Commentaires : Certaines questions de l'épreuve me semblent assez mal posées, mais ce sont des 'copier-coller' de questions posées aux concours. J'ai préféré les laisser telles quelles, car il est probable que vous rencontriez ce type d'imperfections lors des épreuves écrites de cette année. A vous, en fonction de vos connaissances, de faire la part des choses et d'y répondre au mieux.

PROBLEME A : quelques instruments utilisés en aviation légère

Ce problème a pour but d'étudier les principes physiques intervenant dans quelques instruments de bord d'un avion : l'anémomètre, le compas, l'altimètre, le variomètre et l'indicateur de virage.

Unités couramment utilisées en aéronautique :

- Mille nautique (Nm) : 1 Nm = 1 852 m
- Nœud (kt) : 1 kt = 1 Nm / h
- Pied (ft) : 1 ft = 0,30 m

L'anémomètre (badin)

Le dispositif utilisé pour déterminer la vitesse par rapport à l'air est appelé **badin** en France (figure 1). La vitesse de l'avion est généralement mesurée en nœuds. L'anémomètre donne la vitesse indiquée. Cette vitesse correspond à la « vitesse propre » à la pression de 1 013 hPa (au niveau de la mer en atmosphère standard) et à la température de 15 °C. La « vitesse propre » est la vitesse de l'avion par rapport à l'air environnant. Avec la baisse de la densité de l'air, la vitesse propre est supérieure à la vitesse indiquée (une approximation peut être faite en ajoutant 1 % par tranche de 600 pieds au-dessus de la surface isobare 1 013 hPa).



Figure 1 : anémomètre

A.1 Un avion vole au niveau de vol FL60, ce qui signifie qu'il vole à 6 000 pieds au-dessus de l'isobare 1 013 hPa. Le badin indique 150 kt. Quelle est alors sa vitesse vraie en km/h ?

Principe de fonctionnement de l'anémomètre

A.2 Rappeler le théorème de Bernoulli de la dynamique des fluides ainsi que les hypothèses sous-jacentes.

L'anémomètre est en fait un manomètre différentiel (tube de Pitot de la figure 2 placé sous le fuselage de l'avion) : il mesure la différence entre la pression totale P_t exercée par l'air entrant dans l'orifice avant au point A (somme de la pression au point B, P_s , dite « statique » et de la quantité $\frac{1}{2} \rho v^2$, dite pression « dynamique ») et la pression de l'orifice latéral au point B.

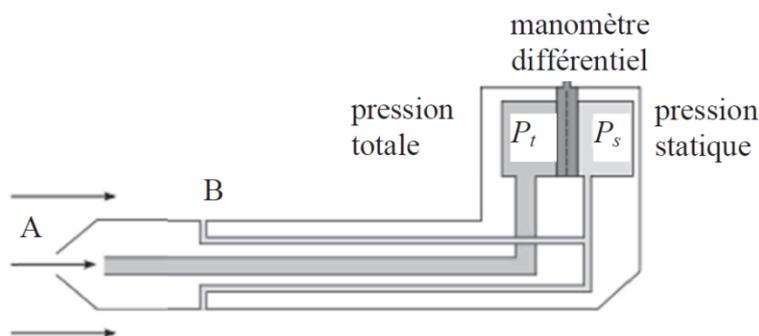


Figure 2 : tube de Pitot

- A.3** En utilisant le théorème de Bernoulli à l'air, relier P_A à P_B en notant V la vitesse de l'avion par rapport à l'air. A quelle condition sur V peut-on établir cette relation ? En déduire l'expression de la vitesse V en fonction de la pression totale P_t et de la pression statique P_s .

L'avion doit suivre une route vraie rectiligne d'une ville D vers une ville E. Les deux villes sont situées sur un même parallèle. La ville D est située à l'ouest de la ville E. Le vent souffle de manière uniforme du nord vers le sud avec une vitesse par rapport au sol de 20 kt (nœuds). La vitesse indiquée par le badin est de 100 kt.

- A.4** On appelle C_m (cap magnétique) l'angle que forme l'axe longitudinal de l'avion (dans le sens queue – nez) par rapport à la direction du Nord magnétique terrestre. L'avion étant entraîné par le vent, calculer numériquement cet angle C_m ainsi que la vitesse V_S de l'avion par rapport au sol. On pourra faire un schéma représentant la situation et on rappellera la loi de composition des vitesses.

L'altimètre

L'altimètre fournit une indication appelée « altitude-pression ». En effet, la mesure par l'instrument est basée sur la décroissance de la pression atmosphérique lorsque l'altitude augmente. L'altimètre est en réalité un baromètre gradué en altitude.

- A.8** Afin de comprendre le principe de l'altimétrie, nous allons étudier le modèle suivant d'atmosphère : air considéré comme un gaz parfait, à l'équilibre dans le champ de pesanteur uniforme \vec{g} . On notera (Oz) la verticale d'origine le sol. En raisonnant sur un petit élément d'atmosphère à l'équilibre, établir la relation différentielle liant la pression $P(z)$ à la masse volumique $\rho(z)$ de l'air et à l'accélération de la pesanteur.

- A.9** Donner la relation entre la masse volumique ρ de l'air, la masse molaire moyenne M , la température T , la pression P et la constante de Joule R .

- A.10** En supposant la température constante égale à T_0 , montrer que le champ de pression s'écrit :

$P(z) = P_0 e^{-z/H}$ où P_0 est la pression atmosphérique au niveau du sol et H une constante à déterminer en fonction de M , g , R et T_0 . Que représente physiquement H ?

Calculer numériquement H avec les valeurs suivantes :

$M = 29 \text{ g.mol}^{-1}$, $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$, $R = 8,3 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$ et $T_0 = 298 \text{ K}$.

- A.11** En aéronautique, on a l'habitude, pour simplifier, de dire que la pression chute de 1 hPa pour 28 ft (pieds). Montrer que ce résultat est cohérent avec le résultat précédent pour des faibles altitudes.

En fait, la température diminue lorsque l'altitude augmente. On supposera que la température diminue de $0,65 \text{ }^\circ\text{C}$ pour 100 m. La température au sol sera prise égale à $T_0 = 288 \text{ K}$.

- A.12** En écrivant la température $T(z)$ sous la forme $T(z) = T_0 (1 - \alpha z)$, donner la valeur numérique de la constante α .

- A.13** En aéronautique, on utilise l'atmosphère « normalisée » *ISA (International Standard Atmosphere)* qui tient compte des valeurs moyennes sur des points du globe terrestre à la latitude 45° nord (tableau 1).

Altitude (m)	0	500	1 000	1 500	2 000	2 500	3 000
Pression (hPa)	1 013	955	900	845	794	746	700
Température (°C)	15,0	12,0	8,5	5,5	2,0	- 1,0	- 4,5
Altitude (m)	3 500	4 000	5 000	6 000	7 000	8 000	9 000
Pression (hPa)	658	617	541	471	411	357	307
Température (°C)	- 7,5	- 11,0	- 17,5	- 24,0	- 30,5	- 37,0	- 43,5

Tableau 1 : atmosphère normalisée *ISA*

Par une régression linéaire (ou par une représentation graphique), vérifier que la température est bien du type $T(z) = T_0 (1 - \alpha z)$.

A.14 On souhaite connaître le gradient de pression $\frac{dP}{dz}$ pour les différentes valeurs de z données dans le tableau. Expliquer comment estimer simplement ces valeurs à partir des données numériques. Donner une estimation de ce gradient de pression à l'altitude de 1 000 m.

A.15 On peut montrer que la pression P suit la relation $P(z) = P_0 (1 - \beta z)^\delta$ où $\beta = 2,26 \cdot 10^{-5} \text{ m}^{-1}$. Quelle courbe doit-on tracer (quelle grandeur représente-t-on en ordonnée et quelle grandeur en abscisse) pour vérifier cette loi ? Par une régression linéaire ou par une représentation graphique, donner une estimation de la puissance δ . Le candidat expliquera correctement la démarche suivie.

Principe de fonctionnement de l'altimètre

L'élément de base de l'altimètre est une capsule barométrique (appelée capsule de Vidi) constituée de deux parois circulaires de diamètre 40 à 60 mm séparées par une paroi qui se comporte comme un ressort. Il règne à l'intérieur de cette capsule un vide poussé. Cette capsule est placée dans un boîtier où règne la pression extérieure qui écrase donc la capsule et ainsi comprime le ressort. Les variations de volume de la capsule sont amplifiées et transmises à un levier pour afficher le résultat (figure 3).

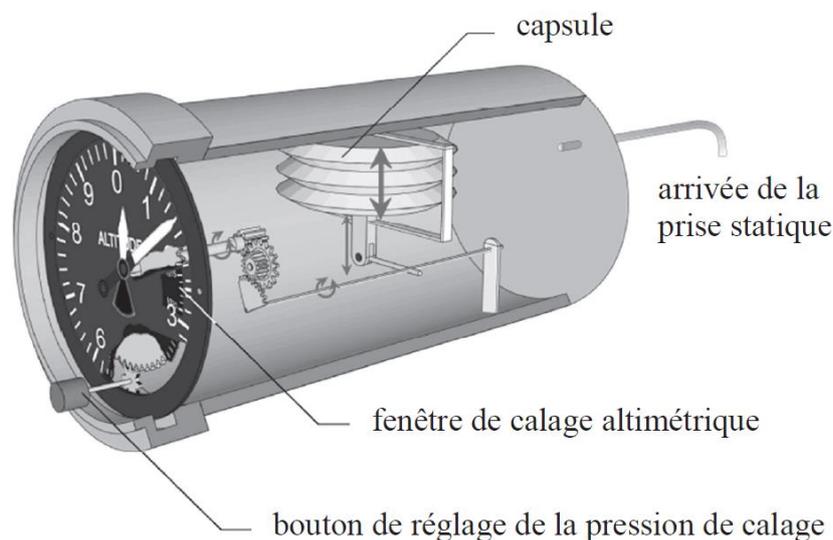


Figure 3 : altimètre

A.16 Montrer que la compression du ressort est proportionnelle à la pression régnant dans le boîtier. On pourra faire un schéma.

A.17 Quand l'atmosphère est très froide, l'indication de l'altimètre est-elle sur ou sous-évaluée ?

Le variomètre

A.18 La pression statique P_s varie avec l'altitude selon la loi de l'hydrostatique. Rappeler cette loi dans le cas d'un champ de pression ne dépendant que de z dans le champ de pesanteur uniforme. Montrer alors que la vitesse verticale V_z est proportionnelle à $\frac{dP_s}{dt}$. On précisera la constante de proportionnalité.

Le variomètre est donc un manomètre différentiel qui doit évaluer $\frac{dP_s}{dt}$. Il est aussi basé sur une capsule de Vidi. La figure 4, page suivante, présente un écorché du variomètre et la figure 5 un schéma simplifié.

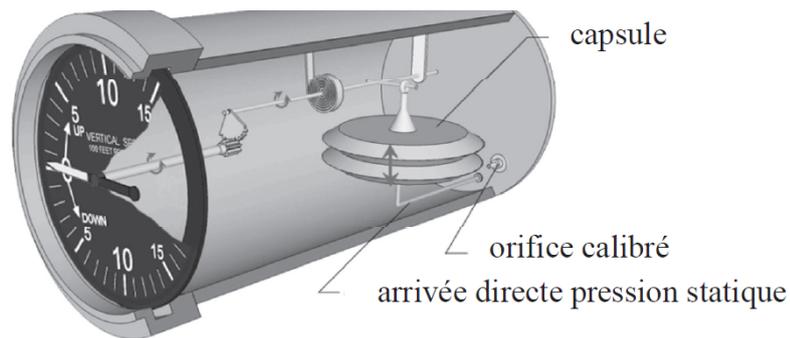


Figure 4 : variomètre

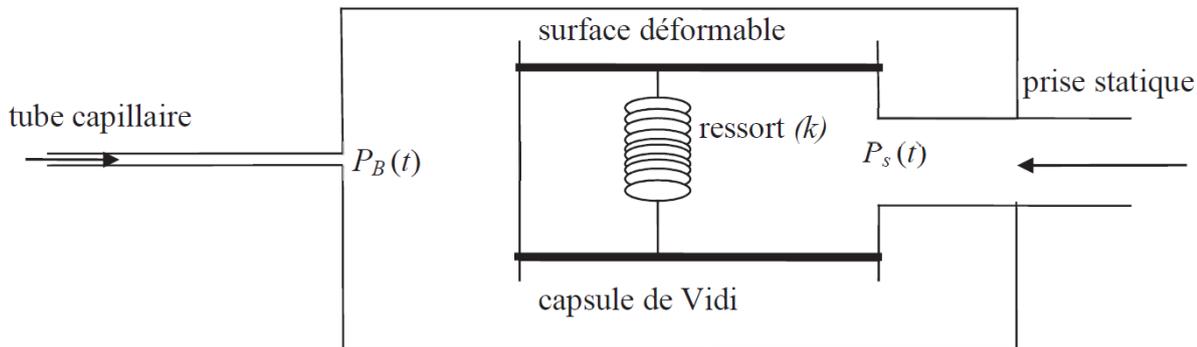


Figure 5 : schéma simplifié du variomètre

A.19 La pression dans la capsule est égale instantanément à la pression extérieure P_s de l'air. A cause du capillaire, la pression P_B dans le boîtier varie très lentement dans le temps : il y a un effet de retard. Ainsi, la pression P_B à l'instant t est égale à la pression P_s à l'instant $t - \tau$.

A quel phénomène physique est dû cet effet de retard ? Montrer que la déformation du ressort de raideur k est environ proportionnelle à $\frac{dP_s}{dt}$.

A.20 Un avion en approche finale pour atterrir doit descendre en suivant un plan d'angle α par rapport à l'horizontale, tel que $\tan \alpha = 5\%$ (on parle de pente à 5%). Sa vitesse indiquée par le badin est stabilisée à 80 kt (nœuds). Quelle doit-être l'indication du variomètre en pieds/minute (ft/min) pour qu'il en soit ainsi ?

Commentaires : la question B.6. mentionne l'équation de Navier-Stokes. Je vous rappelle qu'il s'agit simplement de la RFD appliquée à une particule de fluide, et écrite avec des champs eulériens. Le terme qualifié par l'énoncé de « inertiel » est le terme d'accélération, tout le terme qui se trouve à gauche de l'égalité.

PROBLEME B : sismomètre vertical de Wiechert

Pour étudier les séismes, on a développé au début du vingtième siècle des sismomètres afin d'enregistrer les mouvements du sol. On étudie ici le modèle vertical d'Emil Wiechert, construit à Göttingen, qui a fonctionné à Strasbourg jusqu'en 1968.

Amortisseur pneumatique du sismomètre

Un récipient, cylindre d'évacuation de rayon $R = 1 \text{ mm}$ et de longueur $L = 50 \text{ mm}$, est rempli d'air, de viscosité dynamique $\eta = 18 \cdot 10^{-6} \text{ Pa} \cdot \text{s}$. On considère l'air comme quasi-incompressible (peu déformé durant l'écoulement), de masse volumique ρ_0 constante. La génératrice du cylindre est un axe Oz . Une extrémité de ce cylindre d'évacuation, en $z = L$, est ouverte sur l'atmosphère, à pression fixe P_A , l'autre extrémité, en $z = 0$, est plongée dans une chambre à pression P_c . Cette chambre est uniquement ouverte sur le cylindre d'évacuation, sa forme est également cylindrique et sa base est un disque de rayon $R' = 90 \text{ mm}$, de surface S . Du côté opposé au cylindre d'évacuation, la paroi de cette chambre, disque de rayon R' de masse négligeable, est mobile et se déplace perpendiculairement à elle-même à la vitesse v_P . En dehors de l'air dans la chambre, le seul contact sur la paroi est un axe à l'extérieur, solidaire de la paroi mobile, qui exerce une force F perpendiculaire à la paroi. Le reste des parois de la chambre et le cylindre d'évacuation sont un ensemble indéformable (figure 7). L'ensemble paroi mobile et axe coulisse sans frottements dans la chambre, sans écoulement d'air autour de cette paroi mobile.

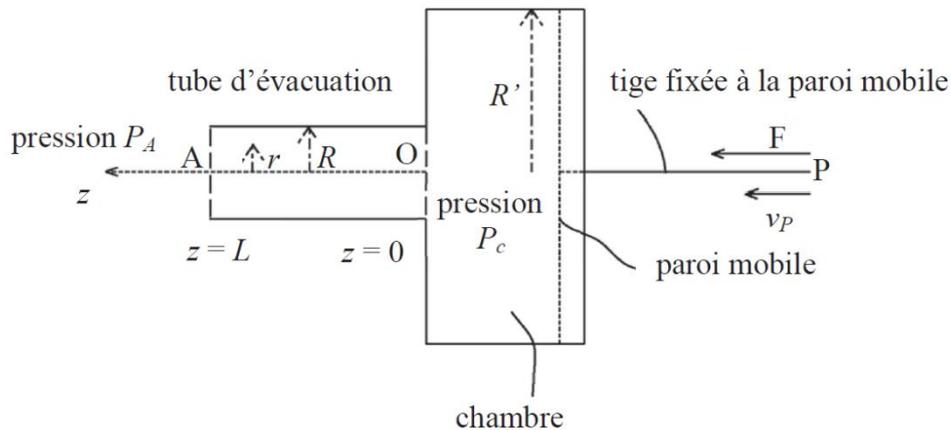


Figure 7 : amortisseur du sismomètre

- B.1** Ecrire le lien entre la force exercée sur la paroi, la pression P_c qui règne dans la chambre et la pression de l'atmosphère P_A . On supposera que la paroi mobile est constamment à l'équilibre car sa masse est négligeable.
- B.2** Comment écrire la condition pour la pression qui permet de négliger les variations de masse volumique ? On considérera que l'air se comporte comme un gaz parfait en évolution réversible adiabatique. On notera ρ_0 la masse volumique de l'air à la pression atmosphérique et ρ la masse volumique de l'air lors de la transformation. Pour finir, on notera P la pression de l'air lors de la transformation et on montrera que : $\frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} = \kappa \frac{P - P_A}{P_A}$ où l'on exprimera le coefficient κ en fonction du coefficient γ des gaz parfaits.

- B.3** Montrer que le débit massique d'air à travers une section du cylindre perpendiculaire à (Oz) est indépendant de la position z .
- B.4** Exprimer le débit massique d'air dans le cylindre en fonction de la vitesse v_p de la paroi mobile.
- B.5** Préciser les conditions aux frontières pour la vitesse sur les parois du cylindre, ainsi que pour la pression à l'entrée du cylindre située dans la chambre en $z = 0$, et à la sortie située dans l'atmosphère en $z = L$.
- B.6** L'écoulement obéit à l'équation de Navier Stokes :

$$\rho \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \overrightarrow{grad} \left(\frac{\vec{v}^2}{2} \right) + \overrightarrow{rot} \vec{v} \wedge \vec{v} \right) = -\vec{\nabla} P + \eta \Delta \vec{v}.$$

On considère des écoulements lents, où le terme inertiel, à gauche, est négligeable.

D'après les symétries du système, P ne dépend que de z et v , dirigé selon (Oz), ne dépend que de r . Le laplacien d'un champ dirigé selon z et ayant une symétrie cylindrique, $\vec{v} = v(r)\vec{e}_z$ (où

\vec{e}_z est le vecteur unitaire selon z) s'écrit $\Delta \vec{v} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} v \right) \vec{e}_z$.

Donner la relation différentielle entre la pression P et la vitesse $v(r)$.

- B.7** En déduire deux équations différentielles ordinaires satisfaites par $P(z)$ et $v(r)$. On pourra introduire une constante A .
- B.8** Intégrer l'équation pour P en prenant en compte les conditions aux frontières pour la pression, en déduire que le profil de pression $P(z)$ dans le tube est une fonction affine de z . On montrera que la pente de la droite est proportionnelle à $(P_A - P_C)$.
- B.9** Intégrer l'équation pour la vitesse en prenant en compte les conditions aux frontières. On montrera que le profil de vitesse $v(r)$ est parabolique. Que peut-on dire physiquement de la vitesse au centre du cylindre, en $r = 0$? En déduire les constantes d'intégration.
- B.10** Calculer la vitesse moyenne de l'air dans le tube.
- B.11** Donner la relation entre la vitesse v_p de la paroi mobile et la vitesse moyenne dans le tube.
- B.12** Déduire la relation entre la vitesse v_p de la paroi mobile dans la chambre et la force F exercée sur cette paroi. On montrera que $v_p = \frac{\pi R^4 F}{8\eta L S^2}$.
- Application numérique : calculer le rapport F/v_p .

Partie 2 : 1/3 CCP PSI 2016 :

Mesure des parties réelle et imaginaire de l'impédance d'une bobine à l'aide d'une détection synchrone

Dans les CND, la détection des courants de Foucault se fait soit par l'intermédiaire d'une deuxième sonde, soit par l'analyse de l'impédance de la bobine excitatrice. Dans ce second cas, on parle alors de sonde à fonction double.

L'impédance complexe de la bobine associée à la sonde à fonction double est l'image des courants de Foucault. Il est préférable pour ce type de sonde d'analyser séparément la partie réelle et la partie imaginaire de cette impédance plutôt que de travailler sur son module. Ce traitement se fait généralement à l'aide d'une détection synchrone (**figure 8**).

Synoptique global du dispositif à détection synchrone

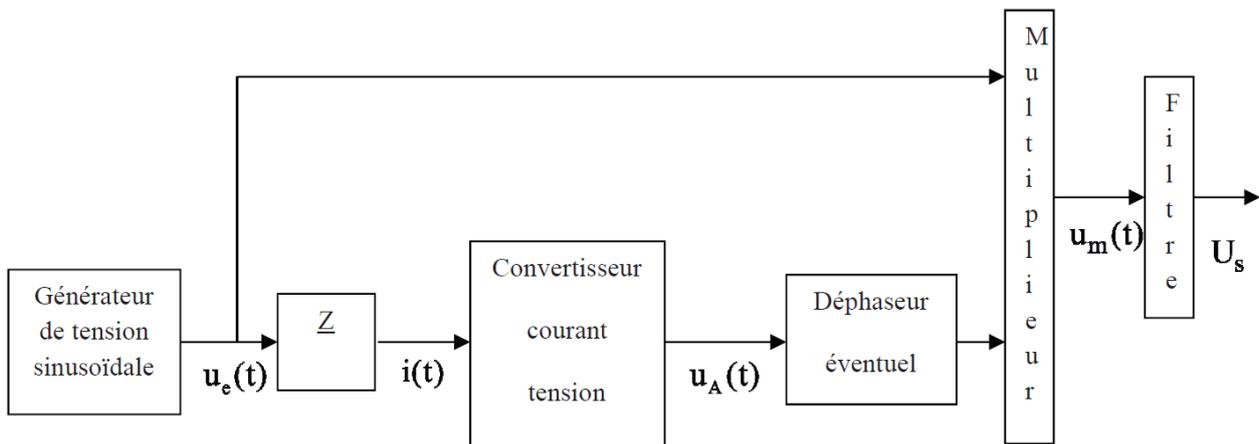


Figure 8 - Synoptique global du dispositif à détection synchrone

Principe de la mesure

La bobine d'impédance complexe \underline{Z} est alimentée par la tension sinusoïdale $u_e(t) = U_e \cos(\omega t)$. Elle est alors traversée par un courant sinusoïdal de la forme $i(t) = I_0 \cos(\omega t - \varphi)$, où φ est le déphasage courant-tension, c'est-à-dire l'argument de l'impédance complexe \underline{Z} .

La détermination de la partie réelle de \underline{Z} , notée $R_e(\underline{Z}) = |\underline{Z}| \cos(\varphi)$ s'obtient en mesurant la valeur moyenne du signal résultant de la multiplication de la tension $u_e(t)$ et d'une tension proportionnelle à $i(t)$ obtenue à l'aide d'un convertisseur courant-tension.

La détermination de la partie imaginaire de \underline{Z} , notée $I_m(\underline{Z})$, s'obtient de façon similaire, en déphasant au préalable la tension de sortie du convertisseur de $\pm \pi/2$ à l'aide d'un circuit déphaseur.

Etude du convertisseur courant-tension

Le convertisseur courant-tension (**figure 9**) se compose d'une résistance R_1 et d'un amplificateur linéaire (A.Li.), d'impédance d'entrée supposée infinie et de fonction de transfert complexe $\underline{K}(j\omega) = \frac{\underline{u}_A(t)}{\underline{\varepsilon}(t)} = \frac{K_0}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}}$, où $\underline{\varepsilon}(t) = \underline{V}^+(t) - \underline{V}^-(t)$, avec V^+ le potentiel à l'entrée non inverseuse (+) de l'A.Li. et V^- le potentiel à l'entrée inverseuse (-) de l'A.Li..

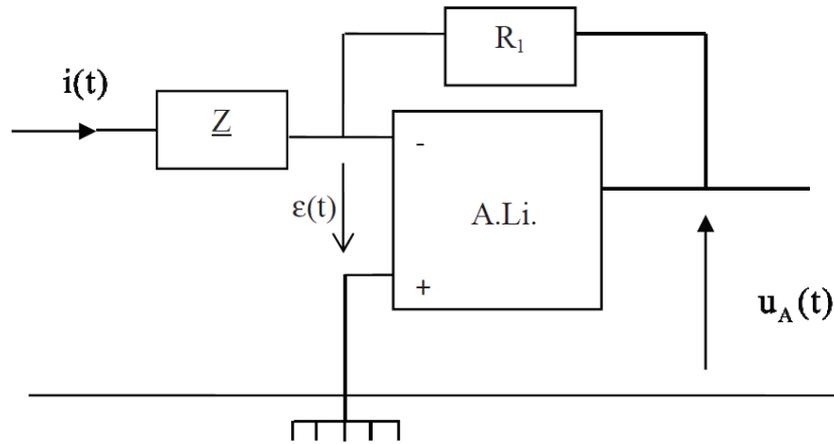


Figure 9 - Convertisseur courant-tension

Q17. Déterminer une relation entre $u_A(t)$, $i(t)$, R_1 et $\varepsilon(t)$.

À l'aide de la fonction de transfert de l'A.Li., montrer que la transmittance complexe $\frac{\underline{u}_A(t)}{\underline{i}(t)}$

peut se mettre sous la forme $\frac{\underline{u}_A(t)}{\underline{i}(t)} = \frac{G_0}{1 + j\frac{\omega}{\omega_c}}$. On précisera les expressions de G_0 et de ω_c en

fonction de R_1 , K_0 et ω_0 .

Comment se simplifie cette transmittance dans le cas où $K_0 = 10^6$, $\omega_0 = 200 \text{ rad.s}^{-1}$ et où la fréquence f , d'alimentation de la bobine n'excède pas 200 kHz ?

Q18. Que devient la transmittance complexe, non simplifiée, $\frac{\underline{u}_A(t)}{\underline{i}(t)}$, si on inverse les entrées

V^+ et V^- de l'A.Li. ?

En déduire, en considérant que $K_0 \gg 1$, l'équation différentielle liant les fonctions réelles $u_A(t)$ et $i(t)$.

Quelle est la forme du régime transitoire associé à cette équation différentielle ?

Conclure quant à la stabilité du système rebouclé sur la borne + de l'A.Li..

Etude du circuit déphaseur

Le circuit déphaseur (**figure 10**) se compose de deux résistances R_2 , d'une résistance variable R_a , d'un condensateur de capacité C et d'un A.Li. supposé idéal qui fonctionne en

régime linéaire. Ce circuit déphaseur a pour fonction de transfert $\frac{\underline{u}_D(t)}{\underline{u}_A(t)} = \frac{1 - jR_a C \omega}{1 + jR_a C \omega}$.

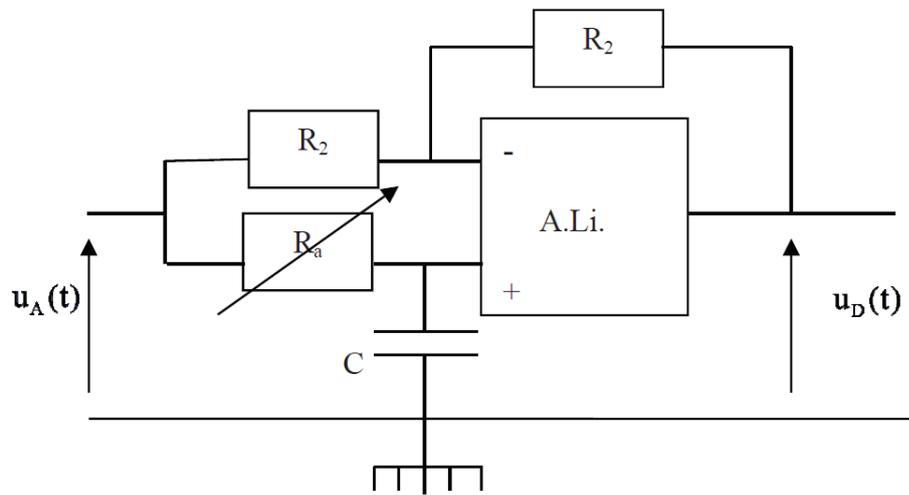


Figure 10 - Circuit déphaseur

Q19. Quel est le module de cette fonction de transfert ? Justifier alors l'appellation de déphaseur.

On donne $f = 2 \text{ kHz}$, $C = 2,2 \text{ nF}$. À quelle valeur faut-il caler R_a pour que $u_D(t)$ et $u_A(t)$ soient en quadrature de phase, c'est-à-dire déphasées de $\left| \frac{\pi}{2} \right|$?

On considèrera que cette condition est respectée dans la suite de l'énoncé.

Pour une entrée $u_A(t)$ de la forme $u_A(t) = -R_1 I_0 \cos(\omega t - \varphi)$, quelle est la forme analytique de la tension de sortie $u_D(t)$?

Validation du concept de la sonde à fonctions séparées

Dans le capteur CND à deux sondes, les fonctions de génération des courants de Foucault et leur détection sont séparées. Cette détection se fait par l'intermédiaire d'une seconde sonde siège d'une tension induite générée par le champ magnétique, dit de réaction, créé par les courants de Foucault.

Afin de valider le concept de détection du champ de réaction et d'en déterminer ses limites, on se propose de reconstruire une telle situation à l'aide de matériels simples utilisés au laboratoire.

On réalise l'expérience avec le matériel décrit sur la photo de la **figure 11**.

Le générateur basse fréquence (GBF) alimente la bobine de gauche, avec une tension sinusoïdale, notée $v_1(t)$ et enregistrée sur la voie 1 de l'oscilloscope.

On enregistre sur la voie 2 de l'oscilloscope la tension, notée $v_2(t)$, aux bornes de la bobine de droite. Les deux bobines sont identiques.

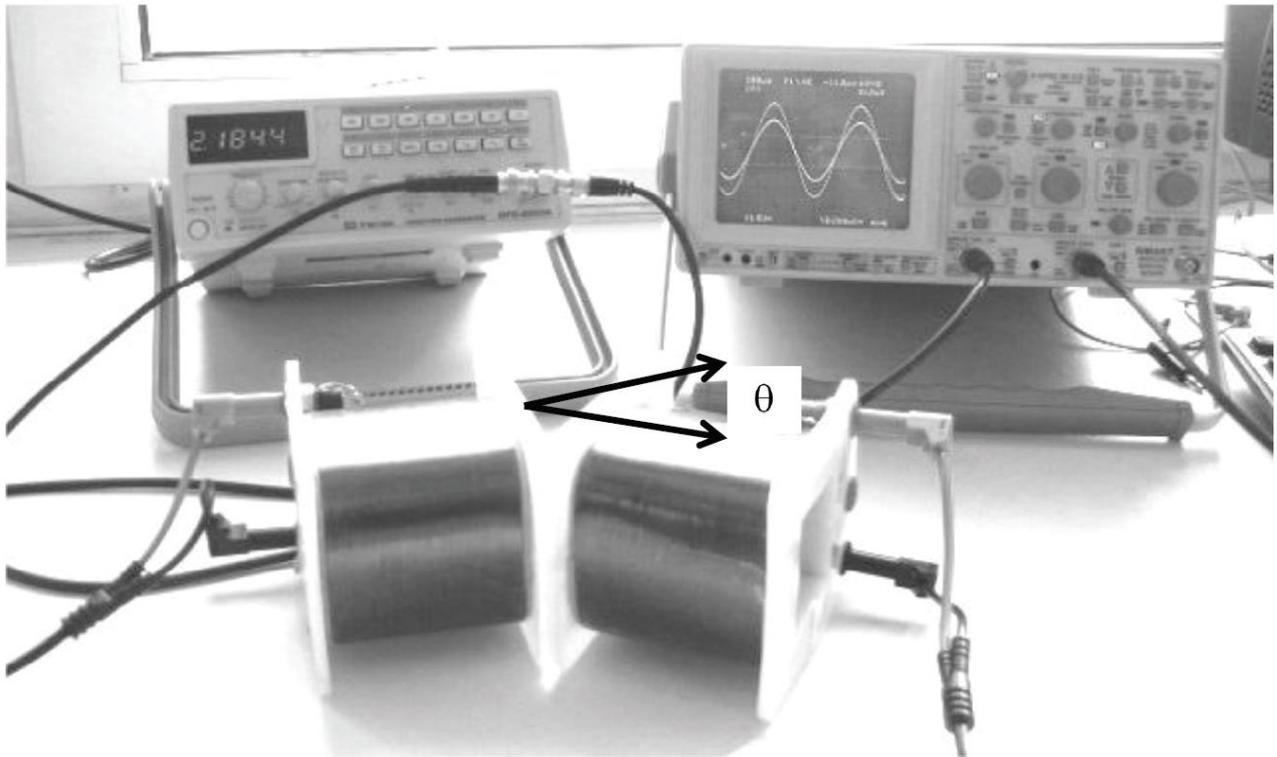


Figure 11 - Reconstitution de l'environnement de la sonde de détection

Q20. Dans la reconstitution de notre environnement, quel est le rôle de la bobine de gauche et à quoi s'assimile le courant qui la traverse ? De même, à quoi correspond la bobine de droite ?

Q21. À l'aide d'éléments de modélisation classiques d'une bobine tels que l'inductance mutuelle M , l'inductance propre L et la résistance interne r , proposer un schéma électrique du montage global sans oublier d'y faire figurer l'oscilloscope et le GBF.

Q22. On définit la fonction de transfert complexe $\underline{F}(j\omega) = \frac{\underline{v}_2(t)}{\underline{v}_1(t)}$.

Montrer, à partir de votre modèle, que cette fonction de transfert peut se mettre sous la forme

canonique : $\underline{F}(j\omega) = F_0 \frac{j\omega}{1 + \frac{j\omega}{\omega_0}}$. On donnera les expressions de F_0 et de ω_0 en fonction des

éléments de modélisation définis précédemment.

Le graphe de la **figure 12** correspond au diagramme de Bode, en amplitude, dans le cas où les deux bobines sont face à face. L'angle entre les axes des bobines est alors nul.

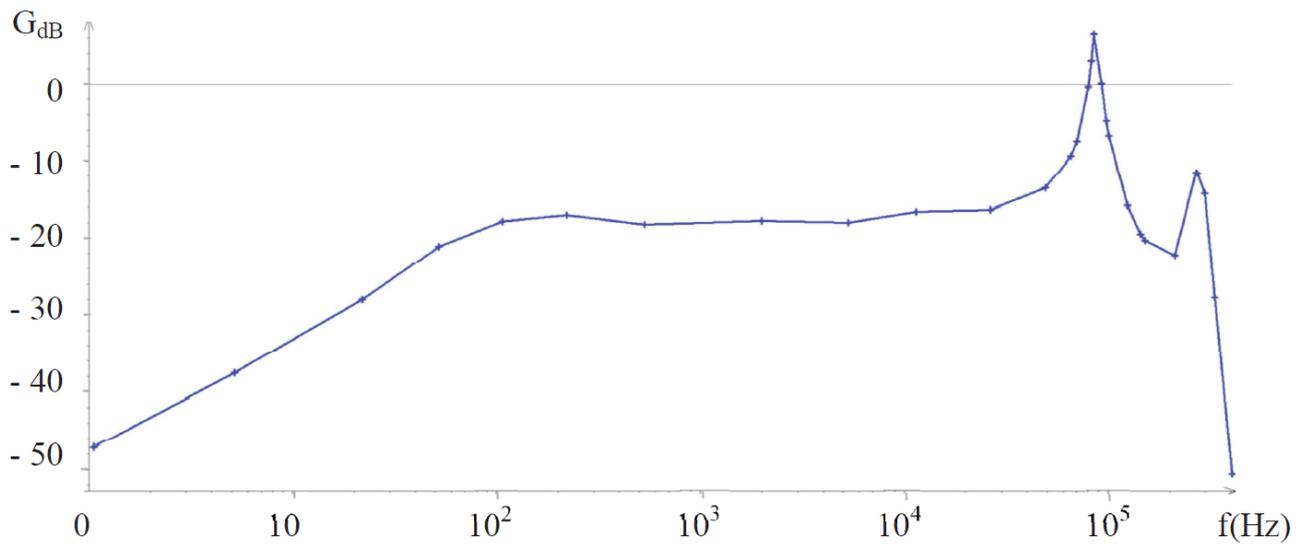


Figure 12 - Diagramme de Bode pour les deux bobines face à face

Q23. Ce diagramme de Bode, en amplitude, correspond-il à la fonction de transfert déterminée précédemment ? Si non, proposer une limitation à votre modèle.

Préciser éventuellement en une ou deux phrases le(s) phénomène(s) physique(s) présent(s) et non décrit(s) par votre modèle.

On fait varier l'angle θ entre les axes des deux bobines (**figure 11**) et on obtient les trois diagrammes de Bode, en amplitude, décrit sur le graphe de la **figure 13**.

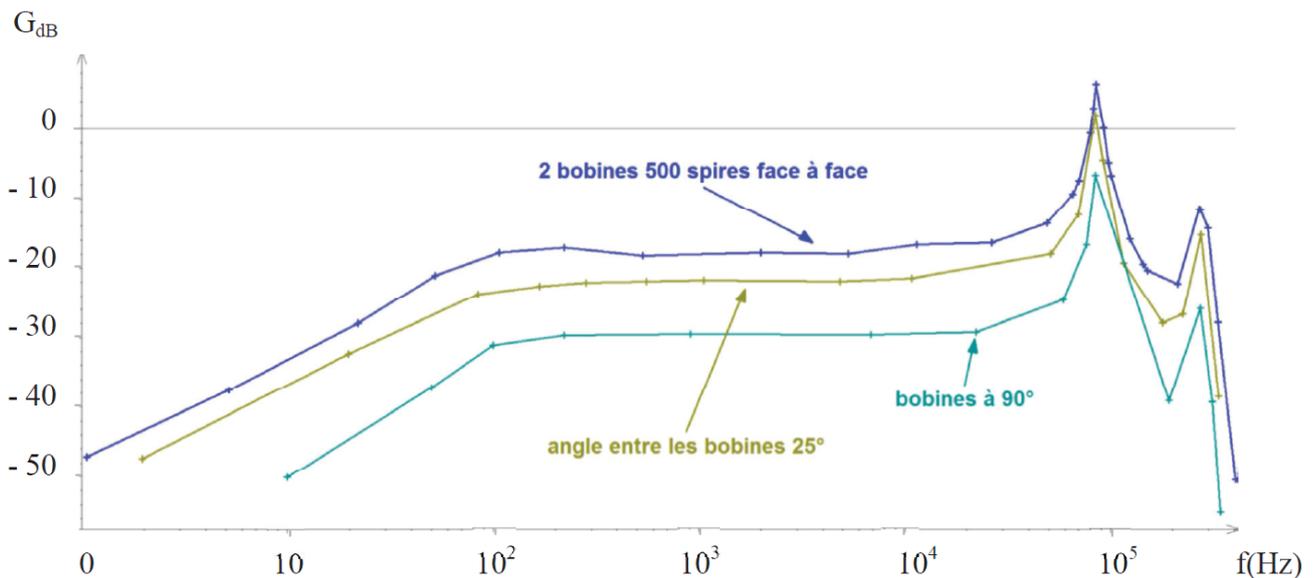


Figure 13 - Diagramme de Bode, en amplitude, pour différents angles entre les bobines

Q24. Quel est l'élément de modélisation de votre schéma électrique qui est modifié ? Quel paramètre de la fonction de transfert en est directement affecté ?

À partir de la **figure 13**, déterminer la valeur numérique de F_0 pour un angle de 25° .

On a relevé expérimentalement la dépendance de F_0 en fonction de l'angle θ . On a représenté ensuite le graphe de F_0 en fonction de $\cos(\theta)$ comme le montre la **figure 14**. Ce graphe semble être linéaire par partie.

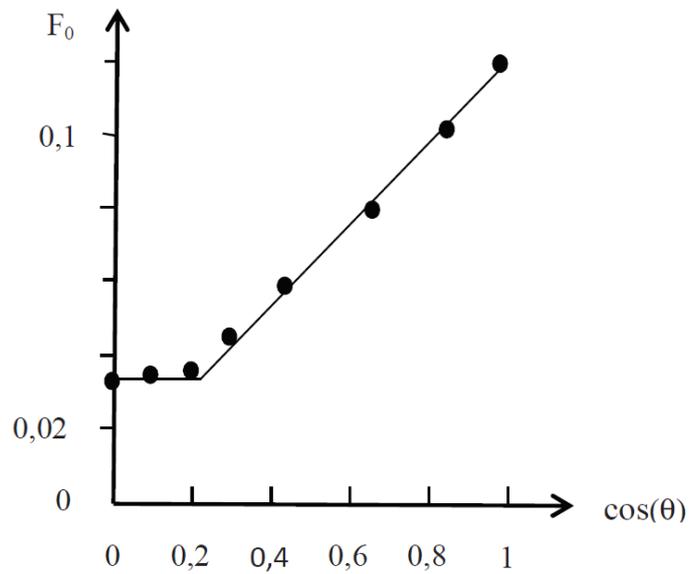


Figure 14 - Dépendance de F_0 avec l'angle θ

Q25. Pourquoi est-il pertinent de représenter le graphe de F_0 en fonction du cosinus de l'angle θ entre les axes des deux bobines ?

Quels commentaires appelle cette courbe ?

Fin de l'énoncé

Donnée partie 2

Potentiels standards :

$$E^\circ(\text{Cu}^{2+}/\text{Cu}) = 0,34 \text{ V}$$

$$E^\circ(\text{Fe}^{2+}/\text{Fe}) = - 0,44 \text{ V}$$

$$E^\circ(\text{Mg}^{2+}/\text{Mg}) = - 2,36 \text{ V}$$

$$E^\circ(\text{Zn}^{2+}/\text{Zn}) = - 0,76 \text{ V}$$

$$E^\circ(\text{Al}^{3+}/\text{Al}) = - 1,68 \text{ V}$$

Produit de solubilité :

$$pK_s(\text{Mg}(\text{OH})_2) = 10,7$$

Masses molaires et masses volumiques :

	Masses molaires ($\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$)	Masses volumiques ($\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$)
Cuivre	63,5	8 900
Aluminium	27	2 700
Magnésium	24,3	1 750

Conductivités électriques, thermiques et perméabilités magnétiques :

	γ ($\text{S}\cdot\text{m}^{-1}$)	λ ($\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$)	μ ($\text{H}\cdot\text{m}^{-1}$)
Fer	$1,0 \cdot 10^7$	80	$10^4 \cdot \mu_0$
Cuivre	$6,0 \cdot 10^7$	401	$\approx \mu_0$
Aluminium	$3,8 \cdot 10^7$	237	$\approx \mu_0$

Constantes physiques :

$$\text{Perméabilité magnétique du vide : } \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H}\cdot\text{m}^{-1}.$$

$$\text{Constante des gaz parfaits : } R = 8,314 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}.$$

$$\text{Constante d'Avogadro : } N_a = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}.$$

$$\text{Charge élémentaire d'un proton : } e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}.$$

$$\text{Constante de Faraday : } F = 96\,500 \text{ C}\cdot\text{mol}^{-1} = N_a \cdot e \text{ (avec } e = \text{ charge élémentaire)}.$$

Formulaire mathématique :

$$\overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{rot}}(\vec{X})) = \overrightarrow{\text{grad}}(\text{div}(\vec{X})) - \Delta \vec{X}.$$

$$\overrightarrow{\text{rot}}(f(x)\vec{e}_y) = \frac{\partial f}{\partial x} \vec{e}_z.$$

$$\cos(a) \cdot \cos(b) = \frac{1}{2} [\cos(a+b) + \cos(a-b)].$$

$$\sin(a) \cdot \cos(b) = \frac{1}{2} [\sin(a+b) + \sin(a-b)].$$