Chap.1 – Modèle ondulatoire scalaire de la lumière

1. Nature de la lumière

1.1. La lumière : une OEM

On appelle lumière une onde électromagnétique dans le domaine visible. En optique ondulatoire, on ne fera que très rarement mention de cette nature électromagnétique de la lumière. On verra en physique des ondes que les OEM dans le vide (ou dans l'air) sont transversales : le champ électrique est orthogonal à la direction de propagation (idem pour le champ magnétique).

Tant que le caractère vectoriel des champs électrique et magnétique ne se manifeste pas (on parle de ***polarisation*** des OEM, on y reviendra), on peut modéliser la lumière par une ***onde scalaire***, représentant par exemple la projection du champ électrique suivant une direction quelconque.

Modèle scalaire de la lumière

*On modélise la lumière par une **onde scalaire représentant la projection de $\vec{E}$** selon une direction quelconque*

On se restreint dans tous les chapitres suivants à la propagation des ondes dans les milieux transparents linéaires homogènes et isotropes. La lumière s'y propage à une vitesse (« vitesse de phase » en physique des ondes) :

$$v = \frac{c}{n}$$

où c est la vitesse de la lumière dans le vide, et n l'indice optique du milieu.

Seules les ondes ***progressives*** nous intéressent. Puisque toute onde peut se décomposer comme une somme (discrète ou continue) d'ondes sinusoïdales, on va s'intéresser particulièrement à cette famille d'ondes. En optique, on préfère les qualifier de ***monochromatiques*** (plutôt que sinusoïdales, ou « harmoniques »).

Ecriture math de la vibration d'une onde scalaire monochromatique

M est un point quelconque de l'espace où existe l'onde.

$$\boldsymbol{s(M,t) = A(M)\cos\big(\omega t - \varphi(M)\big)}$$

*$\varphi(M)$ est le **retard de phase** au point M, il dépend de la durée de la propagation depuis le point d'émission S*

❖ Ecrire l'onde scalaire en notation complexe

Remarque :
- Par la suite, on ne s'intéressera plus à la nature physique (EMic) de la vibration $s(M,t)$
- L'intérieur du cosinus se nomme ***la phase de l'onde***
- Généralement, l'amplitude d'une onde décroît au cours de sa propagation (diffusion, absorption…). La description de ces processus est hors programme
- On ne s'intéressera donc (presque) pas à la variation de l'amplitude $A(M)$ au cours de la propagation
- En raison de la présence d'un signe $-$, le terme $\varphi(M)$ ne se nomme pas « phase à l'origine », mais « retard de phase ». Cette convention est plus pratique en optique

❖ Une onde progressive monochromatique est doublement périodique. Rappelez les relations entre les grandeurs temporelle et spatiale : pulsation, fréquence, période.

Grandeurs périodiques spatiales et temporelles

On rappelle que les ***grandeurs temporelles sont indépendantes du milieu*** dans lequel se propage l'onde : elles sont ***intrinsèques*** à l'onde. Les grandeurs spatiales, elles, ***dépendent du milieu de propagation*** de la lumière.

❖ On se place dans un milieu d'indice n. Donner les relations entre les grandeurs spatiales définies dans le vide $(k_0,\ \lambda_0,\ \sigma_0)$, et celles définies dans le milieu $(k,\ \lambda,\ \sigma)$.

Longueurs d'onde : notations

Par la suite, on évitera de faire appel à « la longueur d'onde λ dans le milieu d'indice n ».
*Si besoin, on préfèrera écrire $\boldsymbol{\lambda_0/n}$ où λ_0 est la **longueur d'onde dans le vide**.*

Convention de vocabulaire dans ce cours

Si l'on parle de longueur d'onde sans plus de précisions, ce sera toujours celle dans le vide.

1.2. Vibration résultante : théorème de superposition

Les équations de Maxwell sont linéaires, donc les OEM vérifient le théorème de superposition. Aussi, en optique, l'amplitude de l'onde totale $s_{tot}(M,t)$ en un point de l'espace est égale à la somme de toutes les ondes $s_i(M,t)$ qui s'y trouvent.

Théorème de superposition : les vibrations optiques sont additives

$$s_{tot}(M,t) = \sum_i s_i(M,t)$$

1.3. Spectres en longueur d'onde

❖ Rappeler les différentes sortes de sources que l'on peut rencontrer en TP

On retiendra qu'une ***source purement monochromatique n'existe pas***. Les raies d'une lampe spectrale ont une certaine largeur en fréquence, difficile à mettre en évidence avec les spectroscopes habituels, mais qui peut se manifester lors de l'étude des interférences.

❖ Raie : montrer que sa *largeur relative* en fréquence est égale à celle en longueur d'onde : $\frac{\Delta f}{f} = -\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$

Ordre de grandeur de la largeur spectrale de raies

Pour une lampe spectrale (Mercure, Sodium) : $\boldsymbol{\frac{\Delta\lambda}{\lambda} \sim 10^{-3}}$

Pour un laser He-Ne stabilisé : $\boldsymbol{\frac{\Delta\lambda}{\lambda} \sim 10^{-9}}$

Modèle de l'onde « quasi-monochromatique »

*Lorsque l'on choisit **de ne pas négliger la largeur** d'une raie, on qualifie l'onde de **« quasi-monochromatique »***

2. Processus d'émission de la lumière par les sources

2.1. Notion de train d'onde

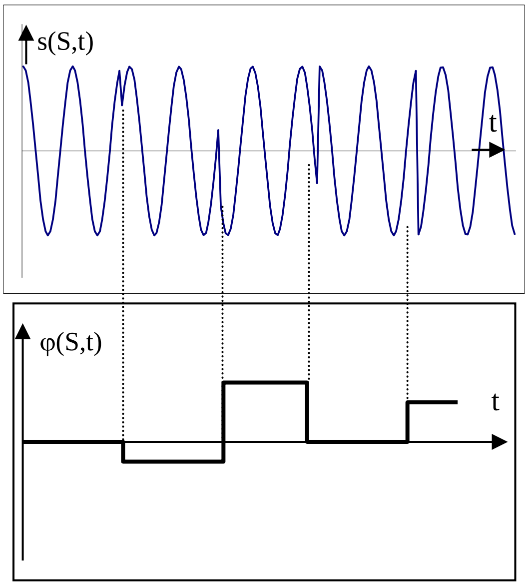
On considère une source ponctuelle. Cette source n'émet pas une onde en continu, mais des « bouffées », des « paquets » d'onde. Un modèle simple est celui des ***trains d'onde***.

Trains d'onde – Temps de cohérence τ_c

*Un **train d'onde** est une onde sinusoïdale de durée finie.*
*La **durée des trains d'onde** émis par une source définit le **temps de cohérence** de la source.*

*Le retard de phase à l'émission $\boldsymbol{\varphi(S)}$ de chaque train d'onde est **aléatoire**.*
Il n'y a pas de 'cohérence' entre les retards de phase de deux trains d'onde successifs.

La figure ci-contre représente une succession de 5 trains d'onde dans le temps, au niveau du point $\boldsymbol{S}$ où ils sont émis. En haut, la valeur de la vibration au point d'émission $\boldsymbol{S}$. En bas, le retard de phase des trains d'onde au point d'émission $\boldsymbol{S}$.



Cette représentation graphique de plusieurs trains d'onde successifs montre des trains d'onde « collés » les uns aux autres. Ce n'est pas une nécessité, le modèle des trains d'onde étant très simplifié, cela n'a pas d'importance pour la suite.

Lampe spectrale : $\boldsymbol{\tau_c \sim 10^{-12} s}$
Laser : $\boldsymbol{\tau_c \sim 10^{-6} s}$
Cela reste très grand devant la période d'une onde monochromatique visible $\boldsymbol{T \sim 10^{-14} s}$

*On voit bien sur cette représentation que le retard de phase de chaque train d'onde est fixé **de manière aléatoire**. Il n'y a aucune corrélation entre les retards de phase des trains d'onde successifs.*

2.2. Cohérence temporelle d'une source

Relation temps de cohérence – largeur de la raie en fréquence
(admise, issue de l'analyse de Fourier)

*Le **temps de cohérence d'une source** est inversement proportionnel à la largeur de son spectre en fréquence :*
$$\boldsymbol{\Delta f \times \tau_c \sim 1}$$

Longueur de cohérence temporelle

C'est la longueur d'un train d'onde dans le vide :

$$\boldsymbol{L_c \stackrel{\text{def}}{=} c \times \tau_c}$$

Ordre de grandeur de longueur de cohérence temporelle

Lumière blanche : $\boldsymbol{L_c \sim 10^{-6}\ m}$
Lampe spectrale : $\boldsymbol{L_c \sim 10^{-3}\ m}$
Laser stabilisé : $\boldsymbol{L_c \sim 400\ m}$

2.3. Source quasi-monochromatique – Source de spectre large

L'analyse de Fourier (admis) montre qu'aucune onde lumineuse n'est parfaitement monochromatique, car aucune onde ne dure indéfiniment. Une raie d'une lampe spectrale, ou la lumière LASER sont telles que $\boldsymbol{\frac{\Delta f}{f} \ll 1}$ et peuvent être qualifiées de ***sources quasi-monochromatiques***. Le nombre d'oscillations sinusoïdales à l'intérieur d'un train d'onde est grand. Le modèle mathématique ci-dessous les décrit fidèlement.

Modèle mathématique de l'onde quasi-monochromatique

A l'émission : $\boldsymbol{s(S,t) = A(S)\, cos\big(\omega t - \varphi(S)\big)}$

$\boldsymbol{\varphi(S)}$ ***changeant aléatoirement*** *toutes les intervalles de temps* $\boldsymbol{\tau_c}$

Les sources dont le spectre continu en fréquence est large ($\frac{\Delta f}{f}$ PAS $\ll 1$, lumière blanche par exemple) peuvent aussi être décrit de la sorte, mais moins fidèlement, puisque le nombre d'oscillations dans un train d'onde est trop faible. Le modèle « sinus limité dans le temps » touche là ses limites. Pour des raisonnements par ordre de grandeur, on pourra tout de même décrire la lumière blanche par le modèle des trains d'onde. A noter qu'il serait préférable de décomposer le spectre de la lumière blanche en raies de largeur élémentaire, et de faire appel au calcul intégral. On le fera parfois dans les chapitres sur les interférences.

Longueur de cohérence temporelle d'une raie quasi-monochromatique

Soit une raie spectrale de longueur d'onde moyenne λ_m, de largeur $\Delta\lambda$ et de longueur de cohérence temporelle L_c. Dans le cas d'une source quasi-monochromatique, $\frac{\Delta\lambda}{\lambda_m} \ll 1$, et l'on peut donc considérer $\Delta\lambda$ comme un infiniment petit dans les calculs (« $d\lambda$ »)

- ❖ Montrer que $\Delta\lambda = \frac{\lambda_m^2}{L_c}$
- ❖ Une raie d'une lampe spectrale au cadmium a pour caractéristiques $\lambda_m = 643{,}8\ nm$ et $\Delta\lambda = 1{,}3\ pm$. Quelle est sa couleur ? Calculer L_c, puis la durée de cohérence τ_c, ainsi que le nombre d'oscillations par train d'onde.

Relation entre largeur spectrale et longueur de cohérence

$$\boldsymbol{L_c = \frac{\lambda_m^2}{\Delta\lambda}}$$

On pourra étendre (quelque peu abusivement) cette relation au cas de la lumière blanche, pour obtenir un ordre de grandeur de la longueur d'un train d'onde.

2.4. Source étendue – Cohérence spatiale

Les sources accessibles en TP ne sont pas ponctuelles, mais étendues dans l'espace. On peut les modéliser comme un ensemble de sources ponctuelles.

Compréhension simple de la cohérence spatiale

Chaque point d'une source étendue est **une source incohérente avec ses voisines :**
les retards de phase des trains d'onde émis par différents points de la source sont indépendants, donc statistiquement décorrélés.

2.5. Temps de réponse des photodétecteurs – Définition de l'éclairement

L'éclairement est une grandeur importante puisqu'elle est ce à quoi les capteurs sont sensibles (yeux, capteurs électroniques : photodiode, capteurs CCD, etc.). Pour revenir à l'électromagnétisme, l'éclairement est relié au vecteur de Poynting, donc à la puissance surfacique. On verra dans le cours sur les OEM que ce vecteur est proportionnel au carré de la norme du champ électrique dans le vide. Cette dépendance quadratique avec l'amplitude de l'onde étant générale, elle justifie que l'éclairement soit défini à partir du ***carré de la vibration lumineuse***.

Ordre de grandeur du temps de réponse d'un photodétecteur

Œil :	$\boldsymbol{\tau_{det} = 10^{-1}\ s}$
Capteur CCD :	$\boldsymbol{\tau_{det} = 10^{-2}\ s}$
Photodiode :	$\boldsymbol{\tau_{det} = 10^{-6}\ s}$

Les capteurs optiques ont un temps de réponse très nettement supérieur à la durée d'un train d'onde. Ces capteurs sont donc des passe-bas, et ne sont sensibles qu'à la valeur moyenne de la puissance.
NB : on peut montrer que la moyenne d'un signal périodique, calculée sur une durée très grande devant la période, est égale à la moyenne calculée sur une période. D'où l'affirmation ci-dessous.

Définition de l'éclairement (ou intensité)

$$\boldsymbol{\varepsilon(M) \stackrel{\text{def}}{=} K\langle\, s^2\rangle}$$

avec K une constante de proportionnalité sans importance pour nous.
La moyenne temporelle est prise sur une période.

❖ Donner l'expression de l'éclairement en fonction de l'amplitude $A(M)$ d'une onde monochromatique.
❖ En déduire comment exprimer l'éclairement en notation complexe, en fonction de $|\underline{s}|^2$, puis $\underline{s}\ \underline{s}^*$

Remarque : On parle parfois ***d'intensité*** au lieu d'éclairement. Ce n'est pas exactement la même chose, mais les deux quantités étant proportionnelles, on ne fera pas de différence entre les deux.
Remarque : Il existe maintenant des photodétecteurs femtoseconde ($1fs = 10^{-15}s$), il est alors possible de voir la lumière se propager petit à petit sur des distances de l'ordre du mm :
https://www.youtube.com/watch?v=mfgsQX78hg8

3. Chemin optique parcouru par une onde lumineuse

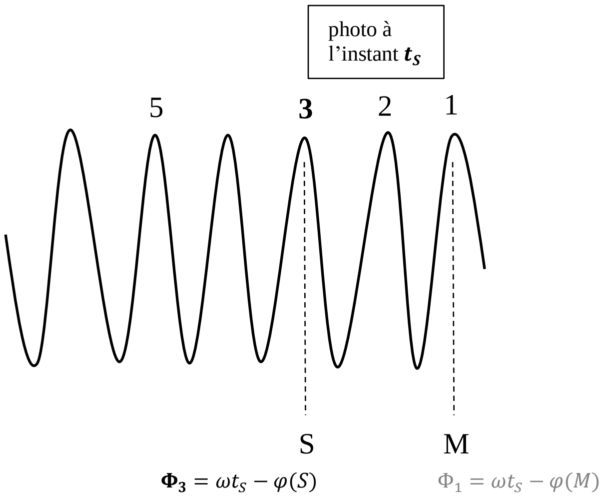
L'étude des phénomènes d'optique ondulatoire repose essentiellement sur notre capacité à connaître l'état de la ***valeur du retard de phase*** $\boldsymbol{\varphi(M)}$ en chaque point M de l'espace.

3.1. Evolution du retard de phase durant la propagation

Connaissant $\varphi(S)$ le retard de phase au niveau de la source, on peut exprimer le retard de phase $\varphi(M)$ en tout point M le long du trajet de l'onde, en fonction de la durée de propagation.

On rappelle qu'en optique, un **rayon lumineux** *représente le* ***trajet suivi par l'onde lumineuse***.

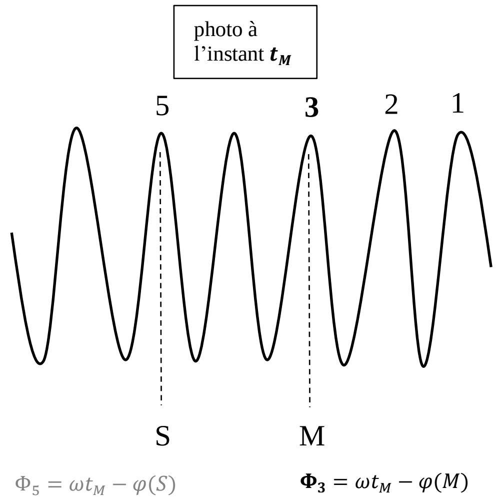
La figure ci-contre représente une onde monochromatique se propageant vers la droite. Les maxima de l'onde sont numérotés.



Notons $\Delta t_{SM} \stackrel{\text{def}}{=} t_M - t_S$ la durée de propagation de l'onde depuis S jusqu'en M.

On fixe notre attention sur le maximum n°3, qui correspond à une valeur de phase notée Φ_3 connue et fixe.

❖ En notant que la phase de l'onde en M à l'instant t_M (Φ_3 sur le dessin de dessous) est égale à la phase que l'onde avait en S à l'instant antécédent t_S (Φ_3 encore, sur le dessin du dessus), exprimer $\varphi(M)$ en fonction de $\varphi(S)$ et du temps de propagation



Il suffit donc de connaître la durée de propagation entre S et M pour en déduire $\varphi(M)$ à partir de $\varphi(S)$.
Mais *mesurer des durées de propagation en optique est très difficile*, car la vitesse de propagation est très grande (3 ns par mètre). Il est plus simple de se ramener à des mesures de distances : c'est l'intérêt de la notion de ***chemin optique***.

Remarque : On ne s'intéressera dans tout le cours qu'à l'évolution du retard de phase le long du trajet de l'onde. On notera que l'amplitude de l'onde évolue aussi. Elle a généralement tendance à diminuer :

- à cause de facteurs géométriques (évolution de la surface sur laquelle se répartit la puissance)
- à cause des phénomènes de diffusion et d'absorption

3.2. Chemin optique

Définition du chemin optique

Une onde se propage entre deux points M et N dans un milieu d'indice $\boldsymbol{n}$ *en une durée* Δt_{MN}.
Le chemin optique $(\boldsymbol{MN})$ *entre M et N est la distance qu'aurait parcourue l'onde dans le vide pendant* Δt_{MN} *:*
$$(\boldsymbol{MN}) \stackrel{\text{def}}{=} \boldsymbol{c} \times \boldsymbol{\Delta t_{MN}}$$

Expression du chemin optique dans un milieu d'indice n

$$(\boldsymbol{MN}) = \boldsymbol{n} \times \boldsymbol{MN}$$
Se propager dans un milieu d'indice $\boldsymbol{n}$ *équivaut à se propager dans le vide sur une distance* $\boldsymbol{n}$ *fois plus grande*

✪ Démontrer ce résultat.

Additivité du chemin optique

La durée de propagation étant une grandeur additive, le chemin optique aussi.
La lumière passant successivement par les points M, N et P :
$$(MP) = (MN) + (NP)$$

❖ Donner l'expression du chemin optique entre M et N, distants de L dans l'air, sachant qu'une lame de verre d'épaisseur e et d'indice n est interposée sur le trajet (faces de la lame orthogonales au trajet de la lumière)
❖ Généraliser l'expression dans le cas d'un milieu non homogène.

Relation entre retards de phase et chemin optique

$$\boldsymbol{\varphi(N) = \varphi(M) + 2\pi \frac{(MN)}{\lambda_0}}$$

❖ Démontrer cette expression. Interpréter ce résultat.

Remarque :

- Une réflexion sur un miroir, ou sur un milieu plus réfringent (indice plus élevé) entraîne un ‘saut’ du retard de phase égal à π.
- Si l’onde progressive est plane, $\varphi(N) = \varphi(M) + \vec{k} \cdot \overrightarrow{MN}$ (sera revu en physique des ondes, $\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda_0}\vec{u}$)

3.3. Surface d’onde – Théorème de Malus

Définition d’une surface d’onde

Une surface d’onde est **le lieu des points équiphases.**

Soit S une source ponctuelle qui émet une onde lumineuse. Une surface d’onde est donc le lieu des points M de même chemin optique depuis la source S **:** $\boldsymbol{(SM) = C^{te}}$

Théorème de Malus

(permet d’établir un lien avec l’Optique Géométrique)

Les rayons lumineux sont localement perpendiculaires aux surfaces d’onde.

ATTENTION : vrai ssi 100% optique géométrique entre la source et la surface d’onde considérée :
il ne doit ***pas y avoir de diffraction*** *entre les deux.*

Exemple d’une onde plane monochromatique :

❖ Dessiner (en 2D sur la feuille) plusieurs plans d’onde, correspondant à un maximum d’amplitude de l’onde.
❖ Quelle distance les sépare ?
❖ Dessiner différents rayons lumineux grâce au Théorème de Malus
❖ A quel type de faisceau (en optique géométrique) correspond une onde plane ?

Exemple d’une onde sphérique monochromatique :

❖ Dessiner (en 2D sur la feuille) plusieurs surfaces d’onde, correspondant à un maximum d’amplitude de l’onde
❖ Quelle distance les sépare ?
❖ Dessiner différents rayons lumineux grâce au Théorème de Malus
❖ Quel type de source permet de créer une onde sphérique ?
❖ Avec quel dispositif simple peut-on en TP transformer une partie d’onde sphérique en onde plane ? Et inversement ?

3.4. Comment traduire le stigmatisme en optique ondulatoire ?

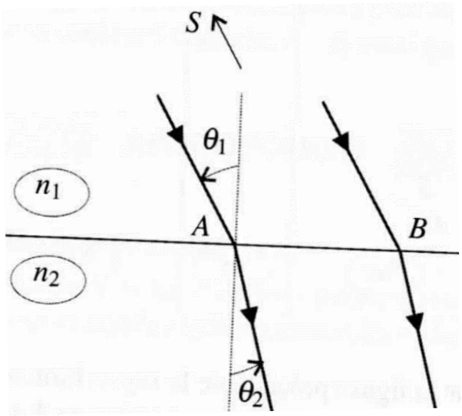
❖ Rappeler ce qu’est un système stigmatique
❖ En vous appuyant sur un schéma, montrer que le stigmatisme est vérifié lorsqu’il y a égalité de tous les chemins optiques calculés le long des différents rayons lumineux allant d’un objet A à son image A’

Chemin optique entre deux points conjugués

Soient deux points A et A’ conjugués par un système optique stigmatique.
Quel que soit le rayon lumineux envisagé, les chemins optiques (AA’) sont tous égaux.

Exercice : Loi de la réfraction

Retrouver la loi de Descartes grâce à la notion de chemin optique et au Th de Malus
Travailler avec des chemins optiques infinis



Une onde plane monochromatique émise par une source S située à l'infini tombe sur un dioptre plan.

1. En dessinant le plan d'onde passant par A, trouver une expression de $(SB) - (SA)$ en fonction de AB et θ_1.

2. En dessinant le plan d'onde passant par B, trouver une expression de $(SB) - (SA)$ en fonction de AB et θ_2.

NB : on notera que lors de son passage à travers le dioptre, la lumière n'a pas subi de diffraction. Ainsi le théorème de Malus est encore valable après le dioptre.

3. En déduire la loi de la réfraction.

1. Optique

Le programme de la classe de PC s'inscrit dans la continuité de la partie « **Formation des images** » du thème « **Ondes et signaux** » du programme de PCSI. Dans une première partie, on introduit les éléments spécifiques à l'émission, la propagation et la détection des ondes lumineuses. Les parties suivantes traitent essentiellement des interférences lumineuses : partant des trous d'Young éclairés par une source ponctuelle strictement monochromatique, on étudie ensuite l'évolution de la visibilité sous l'effet d'un élargissement spatial et spectral de la source. Le brouillage des franges précédentes sous l'effet d'un élargissement spatial de la source conduit à montrer l'un des avantages de l'interféromètre de Michelson éclairé par une source étendue (franges d'égale inclinaison et franges d'égale épaisseur) en constatant expérimentalement l'existence d'un lieu de localisation des franges. L'objectif de cette partie n'est pas le calcul de la répartition de l'intensité lumineuse modélisant les figures observées : on exploite le plus souvent les variations de l'ordre d'interférences (avec la position du point d'observation, la position du point source et la longueur d'onde) pour interpréter les observations sans expliciter l'intensité de la lumière.

La partie « **Modèle scalaire des ondes lumineuses** » introduit les outils nécessaires à l'étude des phénomènes ondulatoires dans le domaine de l'optique. La réponse des récepteurs est supposée proportionnelle à la moyenne du carré du champ électrique de l'onde. Le programme utilise uniquement le mot « intensité » pour décrire la grandeur détectée mais on peut employer indifféremment les termes « intensité » et « éclairement » sans chercher à les distinguer à ce niveau de formation. Le théorème de Malus (orthogonalité des rayons lumineux et des surfaces d'ondes dans l'approximation de l'optique géométrique) est admis. Dans le cadre de l'optique, on qualifie une onde de plane ou sphérique par référence à la forme des surfaces d'ondes.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1.1. Modèle scalaire des ondes lumineuses	
Modèle de propagation dans l'approximation de l'optique géométrique. Vibration lumineuse.	Associer la grandeur scalaire de l'optique à une composante d'un champ électrique.

Chemin optique. Déphasage dû à la propagation.	Exprimer le retard de phase en un point en fonction de la durée de propagation ou du chemin optique.
Surfaces d'ondes. Théorème de Malus. Onde plane, onde sphérique ; effet d'une lentille mince dans l'approximation de Gauss.	Utiliser l'égalité des chemins optiques sur les rayons d'un point objet à son image. Associer une description de la formation des images en termes de rayons lumineux et en termes de surfaces d'onde.
Modèle d'émission. Largeur spectrale. Cohérence temporelle.	 Classer différentes sources lumineuses (lampe spectrale basse pression, laser, source de lumière blanche…) en fonction du temps de cohérence de leurs diverses radiations. Citer quelques ordres de grandeur des longueurs de cohérence temporelle associées à différentes sources. Relier, en ordre de grandeur, le temps de cohérence et la largeur spectrale de la radiation considérée.
Réception d'une onde lumineuse. Récepteurs. Intensité lumineuse.	 Comparer le temps de réponse d'un récepteur usuel (œil, photodiode, capteur CCD) aux temps caractéristiques des vibrations lumineuses. Relier l'intensité lumineuse à la moyenne temporelle du carré de la grandeur scalaire de l'optique. **Mettre en œuvre un capteur optique.**