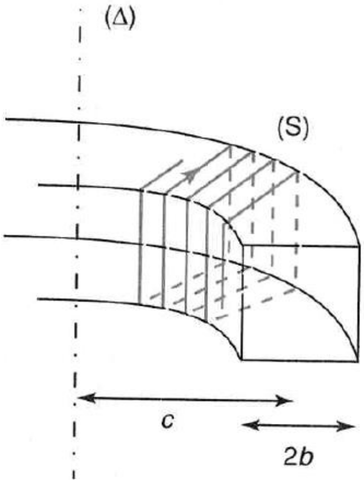
Exercices – Induction

Exercice 1 : Pince ampèremétrique

Calcul d'une mutuelle inductance + exemple d'application classique de l'induction



On considère le système constitué par un cylindre conducteur (C) de longueur infinie, parcouru par un courant d'intensité $i(t) = I_0 \cos \omega t$, et un solénoïde torique (S), de section carrée, engendré par la rotation d'un carré de côté $2b$ tournant autour de l'axe Δ du cylindre, à la distance moyenne c. Il comporte une seule couche de N spires jointives supposées planes. On rappelle le champ magnétique créé par le cylindre infini $\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}\overrightarrow{e_\theta}$.

a) Les extrémités de l'enroulement sont réunies pour former un circuit fermé. Calculer le flux $\Phi_{C\to S}$ du champ magnétique du cylindre à travers l'ensemble du solénoïde.

b) En déduire le coefficient d'induction mutuelle M entre (C) et (S). Application numérique : N = 1000, c = 6 cm, b = 1 cm, $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ SI.

c) On relie les extrémités de l'enroulement à un voltmètre. Calculer l'amplitude e de la f.é.m. d'induction dans le solénoïde. Pourquoi peut-on négliger les phénomènes d'auto-induction ?

d) Ce dispositif est appelé « ampèremètre à pince ». Expliquer le fonctionnement et l'intérêt du montage.

e) Si le voltmètre est sensible au millivolt, calculer l'amplitude minimale $i_{0,\min}$ de l'intensité dans (C) que l'on peut déceler, si la fréquence du courant est de 50 Hz.

Exercice 2 : Fonctionnement d'un haut-parleur électrodynamique

Autre méthode de calcul de la fém d'induction + principe fonctionnement haut-parleur électrodynamique

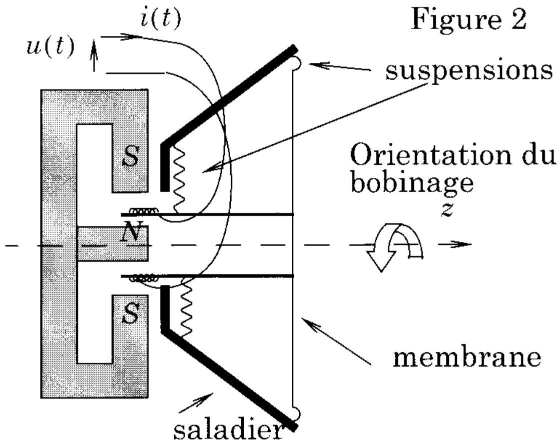


Figure 2

L'équipage mobile de masse m est constitué d'un solénoïde de longueur totale ℓ placé dans un champ B radial uniforme et stationnaire (créé par l'aimant en gris, du nord N vers le sud S), et solidaire d'une membrane. Il est soumis :

- à son poids ;
- à une réaction du support normale au déplacement car sans frottement sec ;
- à une force de rappel de la membrane, modélisée par $\vec{F} = -k.z.\vec{u}_z$;
- à une force de frottement fluide $\vec{f} = -\lambda \frac{dz}{dt}\vec{u}_z$; dont on peut montrer qu'elle traduit l'émission d'une onde sonore ;

1. Etude mécanique : déterminer l'EDiff vérifiée par $z(t)$ en appliquant la RFD au bobinage ; on gardera le courant $i(t)$ dans l'équation.

2. Etude électrique : comment modéliser électriquement le bobinage en tenant compte des effets de l'induction ? Dessiner le schéma équivalent du circuit électrique : alimentation $u(t)$ et bobinage. Déterminer la fém d'induction (due à l'aimant) en utilisant l'équation générale de conversion de puissance électromécanique :

$$\vec{F}_{laplace} \cdot \vec{v} + ei = 0$$

En déduire alors l'EDiff vérifiée par $i(t)$.

3. En régime sinusoïdal forcé (imposé par le générateur $u(t)$), déterminer les amplitudes complexes de la position du bobinage $\underline{Z}$ et de courant $\underline{I}$.

Exercice 3 : Inductance propre d’une bobine torique

Calcul d’inductance propre

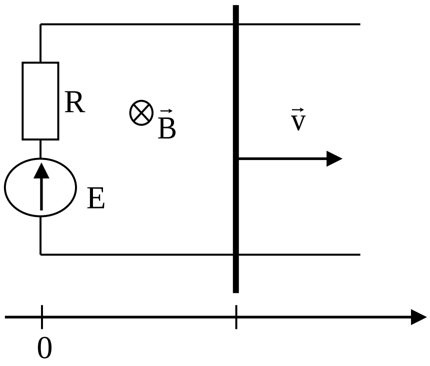
On considère une bobine torique constituée de N spires rectangulaires uniformément réparties autour d'un axe Oz. Chaque spire a une hauteur h et est comprise entre les rayons a et b = a+h. D’après le cours, les lignes de champ magnétique sont des cercles d'axe Oz. Calculer l'inductance propre de cette bobine.

Réponse : $L = \mu_0 / 2\pi\, N^2 h\, Ln(b/a)$.

Exercice 4 : Induction dans une barre mobile

Révision rail de Laplace

On considère une tige glissant sans frottements sur deux rails parallèles et horizontaux, distants de b et connectés à une extrémité.
Le circuit a une résistance R ; il est plongé dans un champ perpendiculaire au plan des rails, uniforme et permanent B.
On éloigne la barre de l’extrémité du circuit a une vitesse v constante.
On donne B = 0,8 T ; b = 0,1 m ; v = 15 m.s^{-1} ; R = 2Ω.
a) Indiquer sans calcul le sens de circulation du courant induit ; calculer la fém induite e et le courant induit.
b) Calculer la puissance électrique induite dans la barre.
c) Indiquer le sens et calculer la force nécessaire pour assurer le déplacement de la barre.
On insère dans le circuit un générateur de tension E = 1,4 V (figure) .
d) Déterminer le sens et la valeur de v pour annuler la puissance électrique induite dans la barre.



Exercice 4 : Chute d’un cadre dans un champ non-uniforme

Un cadre de côté a est constitué d'un fil conducteur de résistance R et de masse m . Il est placé dans un plan vertical et l'on étudie sa chute dans un champ B perpendiculaire à son plan et d'expression :

$$\vec{B} = B_0(1 - b.z)\vec{u}_x$$

où b est une constante positive et z une cote verticale comptée positivement vers le bas.
A t = 0, on lâche le cadre dont la vitesse est nulle et le côté supérieur à Z = 0.
a) Calculer, en fonction de la cote Z du coté supérieur du cadre, le flux d'induction □ dans le cadre.
b) Calculer, en fonction de dZ /dt, la f.e.m. d'induction e, l'intensité du courant i, et la résultante **F** des forces électromagnétiques s'exerçant sur le cadre.
c) Ecrire et résoudre l'équation régissant le mouvement de chute du cadre. On posera □ = Rm / b^2a^4.

Exercice 5 : Deux tiges liées par un ressort

On considère deux tiges métalliques de longueur a, de masse m, de résistance r, reliées par un ressort de constante k et de longueur à vide $2l_0$. Elles glissent sans frottement sur deux rails horizontaux, sans résistance, écartés de a et parallèles.
A t = 0, on lâche, avec une vitesse initialement nulle, les barres écartées de $l_i = 2\,(\,l_0 + l_1\,)$, dans un champ magnétostatique uniforme B, perpendiculaire au plan de la figure.
a) Quel est le mouvement du centre de masse G du système ?
b) Déterminer le mouvement des deux barres.
On notera $x = GG_1$; $2\lambda = a^2B^2/mr$; $\omega_0 = \sqrt{2k/m}$; $\lambda < \omega_0$.

Réponse : les tiges ont un mouvement pseudopériodique amorti $\Omega = \sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2}$.