# Chap.1 – Changements de référentiels – Cinématique



<u>Intro</u> :
Le mouvement d'un point matériel dépend du référentiel dans lequel on se place pour l'étudier. Dans ce chapitre, on va établir les formules qui permettent « d'unifier les points de vue », i.e. de ***relier les différentes observations d'un même mouvement vu depuis des référentiels différents***. Cela revient à relier mathématiquement la vitesse de l'objet vu depuis un référentiel à sa vitesse vue depuis un autre référentiel. Idem pour l'accélération.

On ne s'intéresse dans ce chapitre qu'aux ***grandeurs cinématiques***, i.e. qui décrivent le mouvement. On n'évoquera les causes du mouvement (les forces) que dans le chapitre suivant.

La démonstration dans le cas général des formules de changement de référentiel, ***les lois de composition***, n'est pas exigible. Il s'agit surtout de savoir les retrouver et les utiliser dans les deux cas particuliers au programme :
- référentiel en ***translation*** par rapport à un autre référentiel
- référentiel ***en rotation uniforme autour d'un axe fixe*** par rapport à un autre référentiel

***<u>Attention</u>*** : *Dans ce chapitre, il est **impératif de toujours préciser le référentiel** depuis lequel on considère le mouvement. Cela pouvait sembler fastidieux en PCSI, c'est absolument nécessaire à présent.*

# 1. Relativité du mouvement

## 1.1. Constatation de la relativité du mouvement

Vidéos : https://www.youtube.com/watch?v=ck6FbMXSgL4
https://www.youtube.com/watch?v=49JwbrXcPjc

Ces deux exemples montrent bien que la trajectoire d'un objet dépend du référentiel depuis lequel on l'observe.

## 1.2. Définition d'un référentiel (rappel)

La trajectoire, la vitesse, l'accélération (en un mot « le mouvement ») d'un objet dépend du « point de vue » depuis lequel on l'observe (expérimentalement), ou depuis lequel on le calcule (théoriquement).

Que l'étude soit expérimentale ou théorique, il faut toujours préciser ***une référence***. C'est la signification de la phrase « tout mouvement est relatif ». *Relatif* s'oppose à *absolu* (qui ne nécessite aucune référence).

***Définition d'un référentiel***

*C'est un **repère de référence**, celui **défini arbitrairement comme fixe** pour étudier le mouvement d'un objet.*

- ❖ Faire un schéma du pendule simple. Proposer un repère qui définit le « référentiel terrestre »
- ❖ Définir le repère polaire qui permet d'étudier efficacement le pendule simple
- ❖ Si l'on choisit ce repère polaire comme référentiel, quel est alors le mouvement du pendule ?
- ❖ Quelle est la différence entre un repère et un référentiel ?

Attention à bien faire la distinction entre repère et référentiel. Dans le cas du pendule simple, on ne choisit jamais le repère polaire comme référentiel pour étudier le mouvement du pendule…

Remarque : Un solide peut être utilisé pour définir un référentiel, puisqu'il suffit de définir un repère « accroché » au solide, et de le choisir comme référence. Si un exercice définit le référentiel à l'aide d'un solide, il faut alors spécifier un repère cartésien de sa propre initiative.

## 1.3. Dérivée temporelle d'une grandeur physique par rapport à un référentiel

On rappelle que l'étude du mouvement se ramène *mathématiquement* à l'étude de l'évolution temporelle d'un certain nombre de grandeurs : vecteur position, vecteur vitesse, vecteur accélération, énergie cinétique, puissance d'une force, vecteurs unitaires d'un repère cylindrique, etc…

Or le choix du référentiel a des conséquences sur « la rapidité » avec lesquelles ces grandeurs physiques évoluent dans le temps. Traduction math : la dérivée temporelle d'une grandeur dépend a priori du référentiel choisi.

Il existe des formules mathématiques permettant de relier les dérivées temporelles calculées dans différents référentiels. Elles ne sont pas exigées par le programme. Pour la construction de la suite du cours, on se limitera donc à la règle suivante : *si l'on souhaite calculer la dérivée temporelle d'une grandeur physique dans un référentiel $R$, il faudra d'abord s'assurer d'avoir exprimé toutes les grandeurs dont elle dépend dans la BOND cartésienne fixe définissant $R$* (à ne pas retenir pour les concours, car très hors programme).

Notation : Si dans un même raisonnement on est amené à dériver une grandeur par rapport à deux référentiels différents $R_1$ et $R_2$, on peut utiliser la notation suivante pour distinguer les différentes dérivées : $\left(\frac{d\vec{v}}{dt}\right)_{R_1}$ et $\left(\frac{d\vec{v}}{dt}\right)_{R_2}$

### 1.4. Objectif du chapitre : relier mathématiquement trois mouvements

Dans ce chapitre, on va considérer le mouvement d'un point matériel $M$ dans deux référentiels, ceux-ci étant en mouvement l'un par rapport à l'autre.
*On sera donc amener à distinguer **trois mouvements** :*
- le mouvement du référentiel $R_2$ par rapport au référentiel $R_1$
- le mouvement de $M$ par rapport au référentiel $R_1$
- le mouvement de $M$ par rapport au référentiel $R_2$

En science, on part du postulat qu'il existe une réalité indépendante de nos observations. Lorsqu'un objet est en mouvement, bien que les trajectoires perçues par différents observateurs puissent être différentes, il doit être possible d'unifier tous ces points de vue.
Autrement dit, connaissant le mouvement de $R_2$ par rapport à $R_1$, on s'attend donc à ce que le mouvement de $M$ dans $R_2$ puisse être ***mathématiquement*** déduit de son mouvement dans $R_1$ (et inversement).

L'objectif de ce chapitre est d'établir ces formules mathématiques pour la vitesse et l'accélération. Pour cela, il faut d'abord pouvoir décrire mathématiquement le mouvement d'un référentiel par rapport à l'autre.

## 2. Description du mouvement d'un référentiel par rapport à un autre

### 2.1. Définition du référentiel « relatif » $R_2$ et du référentiel « absolu » $R_1$

Par convention, on distingue :
- le référentiel « absolu » $R_1$, associé à un repère $\left(O_1\,;\overrightarrow{e_x}\,,\ \overrightarrow{e_y}\,,\ \overrightarrow{e_z}\right)$
- le référentiel « relatif » $R_2$, associé à un repère $\left(O_2\,;\overrightarrow{e_x}',\ \overrightarrow{e_y}',\ \overrightarrow{e_z}'\right)$

Les qualificatifs absolu/relatif sont ici arbitraires, et n'ont aucune signification profonde. Ils permettent ici de convenir implicitement qu'on introduira dans nos calculs le mouvement de $R_2$ par rapport à $R_1$, et non pas l'inverse (c'est aussi possible, mais il faut faire un choix).

Dans une situation concrète, on distribue « comme ça nous arrange » les rôles de référentiel absolu / relatif aux deux référentiels du problème. Dans l'exemple du vélo, on peut choisir indifféremment :
- le référentiel terrestre comme absolu : on étudie alors le mouvement du cadre de vélo $R_2$ par rapport au sol $R_1$
- le référentiel lié au cadre comme absolu : on étudie alors le mouvement du sol $R_2$ par rapport au cadre $R_1$

En exercice, il s'agira de faire le choix le plus pratique en fonction des données de l'énoncé. Dans l'exemple du vélo, l'énoncé précisera généralement le mouvement du cadre du vélo par rapport au sol, et non l'inverse. Il sera alors plus pratique de choisir le référentiel terrestre comme référentiel absolu $R_1$.

### 2.2. Comment décrire le mouvement de $R_2$ dans $R_1$ ?

Le mouvement du référentiel relatif (par rapport au référentiel absolu) est donné par le mouvement du repère qui lui est associé. Ce repère $\left(O_2\,;\overrightarrow{e_x}',\overrightarrow{e_y}',\overrightarrow{e_z}'\right)$ est caractérisé par une origine et trois vecteurs unitaires.

Le mouvement de $R_2$ par rapport à $R_1$ est défini par :
- le mouvement de son origine : $\left(\frac{d\overrightarrow{O_1O_2}}{dt}\right)_{R_1}$
- les rotations de chacun des vecteurs unitaires : $\left(\frac{d\overrightarrow{e_x'}}{dt}\right)_{R_1}$ ; $\left(\frac{d\overrightarrow{e_y'}}{dt}\right)_{R_1}$ ; $\left(\frac{d\overrightarrow{e_z'}}{dt}\right)_{R_1}$

## 2.3. Cas particulier n°1 : mouvement de translation

***Définition d'un mouvement de translation de $R_2$ par rapport à $R_1$***

*$R_2$ effectue un mouvement de translation par rapport à $R_1$*
*si les **directions des vecteurs unitaires** de $R_2$ sont **indépendantes du temps** :*

$$\left(\frac{d\overrightarrow{e_x{}'}}{dt}\right)_{R_1} = \vec{0} \qquad \left(\frac{d\overrightarrow{e_y{}'}}{dt}\right)_{R_1} = \vec{0} \qquad \left(\frac{d\overrightarrow{e_z{}'}}{dt}\right)_{R_1} = \vec{0}$$

*On décrit alors complètement le mouvement de $R_2$ dans $R_1$ par **le mouvement de son origine $O_2$** $\left(\frac{d\overrightarrow{O_1O_2}}{dt}\right)_{R_1}$.*

Exemple *:* Dans l'exemple du vélo, on choisit le référentiel terrestre comme référentiel absolu $R_1$, et le référentiel lié au cadre du vélo comme référentiel relatif $R_2$. On note $\vec{V}(t)$ la vitesse d'un point du cadre par rapport au sol. C'est une donnée de l'énoncé, et cette vitesse n'est pas nécessairement constante.

- Dessiner un repère fixe dans le référentiel absolu
- Dessiner un repère fixe dans le référentiel relatif
- En déduire que le référentiel lié au cadre du vélo est en translation par rapport au sol
- Quelle grandeur permet alors de caractériser le mouvement du référentiel relatif ?

## 2.4. Cas particulier n°2 : mouvement de rotation uniforme autour d'un axe fixe

***Définition d'un mouvement de rotation uniforme de $R_2$ autour d'un axe fixe dans $R_1$***

*$R_2$ effectue un mouvement de **rotation uniforme autour d'un axe fixe** si :*
- *on peut définir **son origine $O_2$ fixe** dans $R_1$*
- *ses vecteurs unitaires sont **en rotation autour d'un axe fixe** dans $R_1$*
- *la **vitesse angulaire ω** de rotation est **constante***

Sans perte de généralité, on pourra toujours définir les repères de $R_1$ et $R_2$ de sorte que :
- l'axe $(O_1, \overrightarrow{e_z})$ est l'axe de rotation
- les origines $O_1$ et $O_2$ sont confondues
- les axes $\overrightarrow{e_z}$ et $\overrightarrow{e_z{}'}$ sont confondus ($\overrightarrow{e_z{}'}$ est immobile dans $R_1$)

*On décrit alors complètement le mouvement de $R_2$ dans $R_1$ par la donnée **du vecteur rotation** :*

$$\vec{\Omega} = \omega\,\overrightarrow{e_z}$$

*On pourrait d'ailleurs le nommer « vecteur vitesse angulaire ».*

Exemple *:* On considère l'exemple d'un tourniquet représenté par un plateau horizontal en rotation uniforme autour d'un axe vertical fixe dans le référentiel terrestre. La rotation s'effectue dans le sens positif, défini par rapport à la verticale ascendante. On choisit le référentiel terrestre comme référentiel absolu $R_1$, et le plateau du tourniquet comme référentiel relatif $R_2$.

- Dessiner un repère fixe dans le référentiel absolu
- Dessiner un repère fixe dans le référentiel relatif
- Représenter sur le schéma l'angle $\theta$ permettant de repérer la rotation du référentiel relatif
- Définir mathématiquement la vitesse angulaire de rotation de $R_2$ dans $R_1$

Toujours dans le cas du tourniquet, si l'on souhaite décrire mathématiquement le mouvement du référentiel relatif, il nous faut exprimer les dérivées temporelles de $\overrightarrow{e_x{}'}$ et $\overrightarrow{e_y{}'}$ :

- Calculer les dérivées $\left(\frac{d\overrightarrow{e_x{}'}}{dt}\right)_{R_1}$ $et$ $\left(\frac{d\overrightarrow{e_y{}'}}{dt}\right)_{R_1}$ en fonction de $\dot{\theta}$, $\overrightarrow{e_x{}'}$ et $\overrightarrow{e_y{}'}$
- Exprimer ensuite ces dérivées à l'aide du vecteur rotation. Conclure quant à l'intérêt de ce vecteur

### 2.5. Ne pas confondre translation circulaire et rotation

$R_2$ est en translation circulaire dans $R_1$ lorsque la trajectoire de son origine $O_2$ est un cercle.
$R_2$ est en rotation dans $R_1$ si ses vecteurs unitaires changent de direction.

- Le référentiel géocentrique $R_2$ est-il en rotation dans le référentiel héliocentrique $R_1$ ?
- Le référentiel terrestre $R_2$ est-il en rotation dans le référentiel héliocentrique $R_1$ ?
- La Lune présente toujours la même face à la Terre. Comment peut-on qualifier le mouvement du *référentiel lunaire* $R_2$ (origine au centre de la Lune, et ses axes solidaires de la Lune) par rapport au référentiel géocentrique $R_1$ ?
- Si l'on choisit de placer l'origine de ce référentiel sur la Terre (axes toujours liés à la Lune), comment peut-on qualifier le mouvement de $R_2$ ?
- Un train roule à vitesse constante sur une voie effectuant un virage circulaire de rayon de courbure $R$. Définir le référentiel lié au train pour qu'il soit en rotation uniforme par rapport au référentiel terrestre. Préciser la vitesse angulaire de cette rotation.

### 2.6. *(Culturel HP)* Cas général : décomposition en une translation et une rotation

Le cas général d'un mouvement quelconque de $R_2$ ne sera jamais traité en exercice. Même si l'on va établir les lois de composition des vitesses et des accélérations dans le cas général, seuls les calculs dans les deux cas particuliers envisagés jusqu'à présent sont exigibles.
L'idée clef est qu'un mouvement quelconque de $R_2$ peut se décomposer en un mouvement de translation et un mouvement de rotation autour d'un axe *non fixe*. On peut alors exprimer les lois de composition (pour les vitesses et les accélérations) en fonction du vecteur rotation instantané. On ne le fera pas.

## 3. Référentiel relatif $R_2$ en translation : lois de composition

On va établir la relation mathématique entre les vitesses (resp. les accélérations) d'un point matériel $M$ observé dans deux référentiels en translation l'un par rapport à l'autre. Les démonstrations générales ne sont pas exigibles. Il s'agira de les retrouver grâce à la notion de point coïncident.

### 3.1. Loi de composition des vitesses

Voici les différentes étapes de la démonstration (HP) :
- Définir précisément les vitesses $\vec{v}_{M/R_1}$ et $\vec{v}_{M/R_2}$
- Expliquer pourquoi la dérivée de $\overrightarrow{O_2M}$ calculée dans $R_1$ est égale à celle calculée dans $R_2$
- Ecrire la relation entre les deux vecteurs positions $\overrightarrow{O_1M}$ et $\overrightarrow{O_2M}$ du point $M$ dans chaque référentiel
- La dériver dans $R_1$, et en déduire la relation entre $\vec{v}_{M/R_1}$ et $\vec{v}_{M/R_2}$

***Loi de composition des vitesses***

$$\boldsymbol{\vec{v}_{M/R_1} = \vec{v}_{M/R_2} + \vec{v}_e}$$

$$\boldsymbol{\vec{v}_e = \left(\frac{d\overrightarrow{O_1O_2}}{dt}\right)_{R_1}}$$

*$\vec{v}_e$ s'appelle la **vitesse d'entraînement**. Elle est représentative du mouvement de $R_2/R_1$*

### 3.2. Loi de composition des accélérations

- Même raisonnement mais en dérivant dans $R_1$ la loi de composition des vitesses

*Loi de composition des accélérations*

$$\vec{a}_{M/R_1} = \vec{a}_{M/R_2} + \vec{a}_e$$

$$\boldsymbol{\overrightarrow{a_e} = \left(\frac{d^2\overrightarrow{O_1O_2}}{dt^2}\right)_{R_1}}$$

L'accélération $\overrightarrow{a_e}$ s'appelle ***l'accélération d'entraînement***.

### 3.3. Le point coïncident : un outil pour retrouver la vitesse (resp. l'accélération) d'entraînement

*Remarque : Il est possible de démontrer les affirmations ci-dessous dans le cas d'un mouvement quelconque de $R_2$ dans $R_1$. Conformément au programme, on se limitera à les admettre dans le cas particulier d'un mouvement de translation de $R_2$ dans $R_1$.*

On admet que la vitesse (resp. l'accélération) d'entraînement peut s'interpréter comme la vitesse dans $R_1$ d'un point *P confondu* avec le point *M* à l'instant *t*, et *immobile dans* $R_2$.

***Définition du point coïncident***

*On définit un point coïncident à chaque instant t.*
C'est le point ***P qui coïncide avec M*** *à l'instant t considéré*, ***PUIS qui reste immobile dans*** $\boldsymbol{R_2}$.

*On admet que le point coïncident P permet de calculer la vitesse et l'accélération d'entraînement :*
$$\boldsymbol{\vec{v}_{P/R_1} = \vec{v}_e}$$
$$\boldsymbol{\vec{a}_{P/R_1} = \vec{a}_e}$$

Remarque : Ici, on remarque que l'accélération d'entraînement est égale à la dérivée de la vitesse d'entraînement. Ce n'est vrai que dans le cas particulier d'un mouvement de translation de $R_2$ dans $R_1$.

### 3.4. Exemple : mouvement de la valve d'une roue de vélo

Reprenons l'étude du mouvement de la valve d'une roue. Le mouvement de la valve dans $R_2$ est simple : c'est une trajectoire circulaire, et la vitesse relative est donc facile à exprimer mathématiquement. On cherche alors à en déduire la vitesse absolue (plus difficile a priori) grâce à la loi de composition des vitesses.
Dans les paragraphes précédents, on rappelle qu'on a défini des repères cartésiens fixes dans $R_1$ et $R_2$

- Définir un repère polaire *mobile* dans $R_2$ qui permet de repérer le plus efficacement la position de la valve
- Exprimer la vitesse de la valve dans $R_2$ en fonction des coordonnées polaires
- Grâce au point coïncident, exprimer la vitesse d'entraînement en fonction de la coordonnée ($V \times t$) de $O_2$
- En déduire l'expression de la vitesse de la valve dans $R_1$ en fonction des coordonnées introduites

- Faire de même pour exprimer l'accélération de la valve dans $R_1$

## 4. Référentiel $R_2$ en rotation uniforme autour d'un axe fixe : lois de composition

On va établir la relation mathématique entre les vitesses (resp. les accélérations) d'un point matériel $M$ observées dans deux référentiels en rotation l'un par rapport à l'autre autour d'un axe fixe. Les démonstrations générales ne sont pas exigibles. Il s'agira de les retrouver grâce à la notion de point coïncident.

### 4.1. Loi de composition des vitesses

On note $O$ l'origine commune des deux référentiels. Voici les différentes étapes de la démonstration (HP) :

- ✪ Refaire un schéma des deux repères de référence $R_1$ et $R_2$
- ✪ Exprimer $\overrightarrow{OM}$ dans $R_1$
- ✪ L'exprimer aussi dans $R_2$
- ✪ Egaler les deux expressions, et les dériver temporellement dans $R_1$, en faisant apparaître le vecteur rotation
- ✪ Identifier dans cette égalité la vitesse absolue et la vitesse relative

***Loi de composition des vitesses***

$$\boldsymbol{\vec{v}_{M/R_1} = \vec{v}_{M/R_2} + \vec{v}_{R_2/R_1}}$$

$$\boldsymbol{\overrightarrow{v_e} = \vec{\Omega} \wedge \overrightarrow{OM}}$$

### 4.2. Loi de composition des accélérations

On repart de l'expression établie au 4e point du raisonnement précédent (démo ci-dessous est HP) :

- ✪ La dériver temporellement dans $R_1$
- ✪ Identifier l'accélération absolue et l'accélération relative
- ✪ Remarquer qu'un des termes restants s'identifie à $-\omega^2\overrightarrow{HM}$ où $H$ est le projeté de $M$ sur l'axe de rotation
- ✪ Vérifier que l'autre terme s'écrit bien $2\vec{\Omega} \wedge \overrightarrow{v_{M/R_2}}$

***Loi de composition des accélérations***

$$\boldsymbol{\vec{a}_{M/R_1} = \vec{a}_{M/R_2} + \vec{a}_e + \overrightarrow{a_c}}$$

$$\left(\overrightarrow{a_e} = -\omega^2\overrightarrow{HM}\right)$$
$$\left(\overrightarrow{a_c} = 2\vec{\Omega} \wedge \vec{v}_{M/R_2}\right)$$

*Pas nécessaire de retenir ces deux dernières formules, on les reverra plus tard*

L'accélération $\overrightarrow{a_e}$ s'appelle ***l'accélération d'entraînement*** (premier terme trouvé dans démo). On la nomme ainsi car elle s'identifie avec l'accélération du point coïncident (admis, on le vérifiera sur un exemple).

On remarque un terme supplémentaire par rapport au cas de la translation : l'accélération $\overrightarrow{a_c}$ s'appelle ***l'accélération de Coriolis*** (ou *accélération complémentaire*).

Pour calculer l'accélération de Coriolis, il n'existe pas de notion équivalente au point coïncident. On ne peut que se souvenir par cœur de son expression. On retiendra qualitativement que :

- $\boldsymbol{\overrightarrow{a_c} = \vec{0}}$ si ***M est immobile dans $R_2$***
- $\boldsymbol{\overrightarrow{a_c}} \perp \vec{v}_{M/R_2}$ toujours

### 4.3. Le point coïncident : un outil pour trouver la vitesse (resp. l'accélération) d'entraînement

*Remarque : Il est possible de démontrer les affirmations ci-dessous dans le cas d'un mouvement quelconque de $R_2$ dans $R_1$. Conformément au programme, on se limitera à les admettre dans ce 2e cas particulier d'un mouvement de rotation uniforme de $R_2$ autour d'un axe fixe dans $R_1$.*

*On admet que le point coïncident P permet de calculer la vitesse et l'accélération d'entraînement :*

$$\boldsymbol{\vec{v}_{P/R_1} = \vec{v}_e}$$
$$\boldsymbol{\vec{a}_{P/R_1} = \vec{a}_e}$$

Remarque : Ici, on remarque que l'accélération d'entraînement ***n'est pas égale*** à la dérivée de la vitesse d'entraînement. Ceci est dû au fait que le point coïncident ***n'est pas un point matériel****, mais un point fictif.* D'après sa définition, ***le point coïncident change à chaque instant***. Lorsque $R_2$ est en rotation dans $R_1$, les mouvements des points coïncidents successifs sont tous différents, contrairement au cas de la translation où les points coïncidents successifs avaient tous le même mouvement.

Conclusion : Il faut bien définir un point coïncident à l'instant $t$ considéré lors du calcul. Si on envisage ensuite un instant précédent ou ultérieur, il faut redéfinir un nouveau point coïncident.

### 4.4. Exemple : mouvement d'une bille sur un tourniquet

Reprenons l'exemple du tourniquet. A l'instant $t = 0$, une bille est lancée depuis le centre du tourniquet avec un vecteur vitesse initial $\overrightarrow{v_0}$ connu. On assimile le mouvement de la bille à celui d'un point matériel ne subissant aucun frottement. On rappelle que l'on a déjà défini des repères fixes dans chacun des deux référentiels. On suppose le référentiel terrestre $R_1$ galiléen.

- A $t = 0$, pourquoi n'a-t-on pas besoin de préciser le référentiel dans lequel est défini « $\overrightarrow{v_0}$ » ?
- Par application de la 2e loi de Newton, montrer que la bille est en TRU dans le référentiel absolu.

Sans perte de généralité, on peut s'arranger pour définir l'axe $\overrightarrow{e_x}$ de $R_1$ confondu avec la direction et le sens de $\overrightarrow{v_0}$. La vitesse (resp. l'accélération) absolue s'exprime alors très simplement. On souhaite maintenant établir l'expression de la vitesse (resp. l'accélération) relative.

- A l'instant $t$, identifier le point coïncident, puis exprimer la vitesse d'entraînement en fonction de $v_0$ et $t$
- En déduire la vitesse de la bille dans le référentiel du tourniquet
- L'expression semble-t-elle qualitativement compatible avec la vidéo associée (cf. premier paragraphe)

- Exprimer l'accélération d'entraînement en fonction de $\omega, v_0, t$
- Exprimer l'accélération de Coriolis

- Vérifier que les formules générales de la vitesse et de l'accélération d'entraînement donnent bien les mêmes résultats

## 5. Transformations de Galilée – Comparaisons avec la relativité

Dans le cas particulier d'une translation rectiligne uniforme de $R_2$ dans $R_1$ (TRU, $\vec{v}_{R_2/R_1} = \overrightarrow{V_0} = \overrightarrow{C^{te}}$), les lois de composition s'écrivent :

$$\vec{v}_{M/R_1} = \vec{v}_{M/R_2} + \overrightarrow{V_0}$$
$$\vec{a}_{M/R_1} = \vec{a}_{M/R_2}$$

En choisissant l'axe $\overrightarrow{e_x}$ selon le vecteur $\overrightarrow{V_0}$, ainsi que des origines $O_1$ et $O_2$ confondues à l'instant initial, on peut facilement en déduire les ***transformations de Galilée***, exprimant les coordonnées de l'objet dans $R_1$ en fonction des coordonnées dans $R_2$ :

$$\begin{cases} x = x' + V_0 t \\ y = y' \\ z = z' \end{cases}$$

Ce cas particulier est intéressant car si $R_1$ est galiléen, alors $R_2$ l'est également. Aussi, les formules de passage d'un référentiel galiléen à un autre apparaissent particulièrement simples en mécanique newtonienne. Cela provient principalement du ***caractère absolu du temps***. En effet, pour établir les lois de composition, on ne s'est jamais préoccupé de l'horloge qui permet de repérer l'écoulement du temps… simplement parce que n'importe laquelle convient ! Nul besoin de préciser dans quel référentiel est fixée l'horloge utilisée.

Comme vu brièvement en TS, ceci n'est plus valable en Relativité Restreinte (la théorie d'Einstein restreinte aux référentiels galiléens). Le temps n'est plus absolu, et il faut définir un temps pour chaque référentiel considéré.

Les transformations de Galilée ne sont alors plus valables et doivent être remplacées par les Transformations de Lorentz, où la coordonnée temporelle subit également une transformation lors du changement de référentiel :

$$\begin{cases} x = \gamma(x' + \beta\, ct) \\ y = y' \\ z = z' \\ ct = \gamma(ct' + \beta x') \end{cases}$$

avec $c$ la vitesse de la lumière dans le vide, $\beta = \frac{V_0}{c}$ et $\gamma = \sqrt{\frac{1}{1-\beta^2}}$… Bref, c'est un peu plus compliqué.
On constate d'ailleurs que le temps se transforme partiellement en espace, et inversement l'espace se transforme partiellement en temps. Ce qui est à l'origine des phénomènes (couplés) de dilatation des durées et de contraction des longueurs qui se produisent lors d'un changement de référentiel.

On se doute bien qu'alors la loi de transformation des vitesses est beaucoup moins simple que la loi de composition vue dans ce chapitre : la vitesse relative et la vitesse d'entraînement ne s'additionnent pas.

On notera que la mécanique de Newton n'en est pas pour autant « fausse » comme on peut l'entendre parfois. La preuve : on l'enseigne, et elle est encore très utilisée ! C'est simplement qu'elle reste valable tant que les vitesses impliquées sont faibles devant $c$. Mathématiquement, la théorie d'Einstein tend d'ailleurs vers celle de Newton lorsque $\beta \ll 1$.

On notera également que le déterminisme de la mécanique newtonienne (tout phénomène mécanique est la conséquence d'une cause qui lui est antérieure) n'est pas remis en cause par la théorie d'Einstein. Mais il l'est par la mécanique quantique, qui introduit l'idée que le hasard fait partie intégrante du monde de l'infiniment petit.

## 4. Mécanique

Le programme de mécanique de PC s'inscrit dans le prolongement du thème « **Mouvements et interactions** » et de la partie « **Statique des fluides dans un référentiel galiléen** » du thème « **Énergie : conversion et transfert** » du programme de PCSI. Il est constitué de trois parties relevant successivement de la mécanique du point ou des fluides.

Dans la première partie « **Changements de référentiel** », la cinématique des changements de référentiels n'est pas étudiée pour elle-même mais en vue d'applications en dynamique du point ou des fluides.

| Notions et contenus | Capacités exigibles |
|---|---|
| **4.1. Changements de référentiel** | |
| Référentiel en translation rectiligne uniforme par rapport à un autre : transformation de Galilée, composition des vitesses. | Relier la transformation de Galilée et la formule de composition des vitesses à la relation de Chasles et au caractère supposé absolu du temps. |
| Composition des vitesses et des accélérations dans le cas d'un référentiel en translation par rapport à un autre : point coïncident, vitesse d'entraînement, accélération d'entraînement. | Exprimer la vitesse d'entraînement et l'accélération d'entraînement. |
| Composition des vitesses et des accélérations dans le cas d'un référentiel en rotation uniforme autour d'un axe fixe : point coïncident, vitesse d'entraînement, accélération d'entraînement, accélération de Coriolis. | Exprimer la vitesse d'entraînement et l'accélération d'entraînement.<br>Citer et utiliser l'expression de l'accélération de Coriolis. |