DM 3 -- Statique des fluides - Diffusion thermique *(à rendre le 07/11/2016)*

***Résolution de Pb* : Coup de foudre sur une ligne électrique** *(CCP PSI 2015)*

Données numériques concernant l'almélec :
densité $d = 2{,}7$; conductivité thermique $\lambda = 200\ W.m^{-1}.K^{-1}$; conductivité électrique $\sigma = 3\ 10^{7}\Omega^{-1}.m^{-1}$; capacité thermique massique $c = 945\ J.kg^{-1}.K^{-1}$

L'impact direct de la foudre (figure 6) sur une ligne électrique ou une ligne téléphonique, génère une onde qui se propage dans les deux sens. Le courant de foudre I peut atteindre 50 000 A et générer une onde de tension supérieure à 10^6 V.

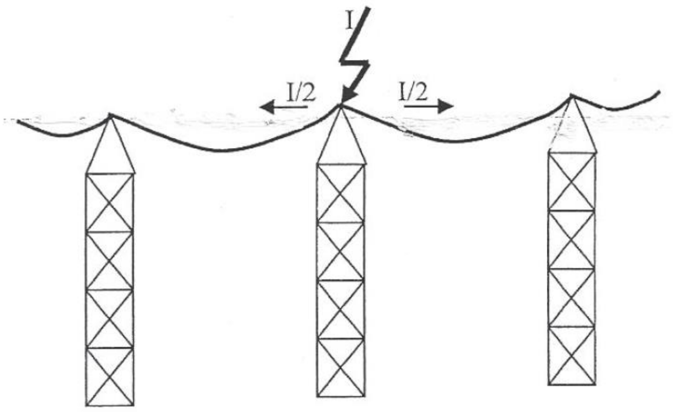

Figure 6 - Impact direct sur une ligne électrique

On se propose ici d'écrire une équation permettant de déterminer un ordre de grandeur de l'élévation de température, notée ΔT_{foudre}, atteinte par un tronçon de ligne électrique, en almélec, assimilable à un cylindre de rayon R = 3 cm, traversé par un courant de foudre d'intensité supposée constante et égale à 25 000 A (I/2) pendant une durée Δt de 10 ms.

Les candidats devront faire preuve d'initiatives pour résoudre cet aspect et veilleront à ne pas passer plus de 15 minutes dessus.

24) Définir votre système ainsi qu'un modèle simple d'étude.
25) Recenser, en précisant leur unité, les grandeurs physiques dont vous avez besoin pour résoudre ce problème.
26) Ecrire pour ΔT_{foudre} une équation faisant intervenir les grandeurs précitées.

27) Faire l'application numérique et conclure.

INDICATION : Expliquer tout d'abord pourquoi le phénomène de diffusion peut être négligé dans ce problème (pour éviter que vous ne vous lanciez dans un calcul établissant l'équation de la chaleur… comme 99% des étudiants sur ce sujet)

<u>Problème 2</u> : Atmosphère et ballon sonde *(extrait Centrale TSI 2008)*

Partie I - Modéliser l'atmosphère

Toute prévision météorologique est basée sur un modèle fiable de l'atmosphère, rendant compte en particulier de la pression, de la température et de l'hygrométrie (humidité de l'air) en différents points de l'espace. Des mesures expérimentales de ces grandeurs en fonction de l'altitude sont ainsi effectuées régulièrement à l'aide de ballons-sonde pour permettre d'affiner les modèles informatiques existants et de prévoir les éventuelles formations nuageuses. Dans cette partie, le champ de pesanteur est uniforme, égal à sa valeur au niveau du sol. L'air sera toujours considéré localement comme un gaz parfait.

I.A - Modèle simple de l'atmosphère isotherme

On considère dans un premier temps le cas d'une atmosphère isotherme au repos, dans laquelle la température est uniforme et vaut $T_0 = 273\ \mathrm{K}$. La pression au niveau du sol vaut $P_0 = 1,0\ \mathrm{bar} = 1,0 \cdot 10^5\mathrm{Pa}$. On appelle $P(z)$ la pression qui règne à l'altitude z.

I.A.1) Faire un bilan des forces s'exerçant sur une tranche de fluide de base S, comprise entre les altitudes z et $z + dz$ (figure 1). En déduire l'équation différentielle vérifiée par $P(z)$.

I.A.2) Déterminer l'expression de la pression $P(z)$ qui règne à l'altitude z. Le tracé de $P(z)$ est reporté sur la figure 3 ci-après (courbe en pointillés).

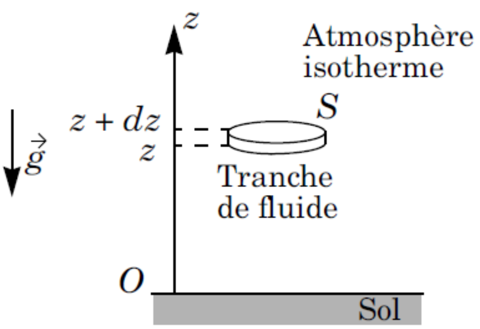

Figure 1 : tranche de fluide dans le modèle de l'atmosphère isotherme

I.A.3) Déduire de ce qui précède l'ordre de grandeur de l'épaisseur de l'atmosphère isotherme dans le cadre de ce modèle. Faire l'application numérique. Montrer que l'on peut retrouver ces résultats graphiquement.

On démontrera que la masse molaire de l'air est environ égale à 29 $g.mol^{-1}$. Le graphique auquel il est fait allusion dans la question A.3. est celui de la figure 2.

I.B - Profil de température et de pression dans l'atmosphère réelle

Les données transmises par un ballon-sonde au cours de la traversée de la troposphère et de la basse stratosphère permettent de tracer les profils réels de température et de pression régnant à la verticale d'une station météo. Les résultats expérimentaux sont rassemblés sur la figure 2 ci-après

I.B.1) Quelle différence essentielle y-a-t-il entre la stratosphère et la troposphère ?

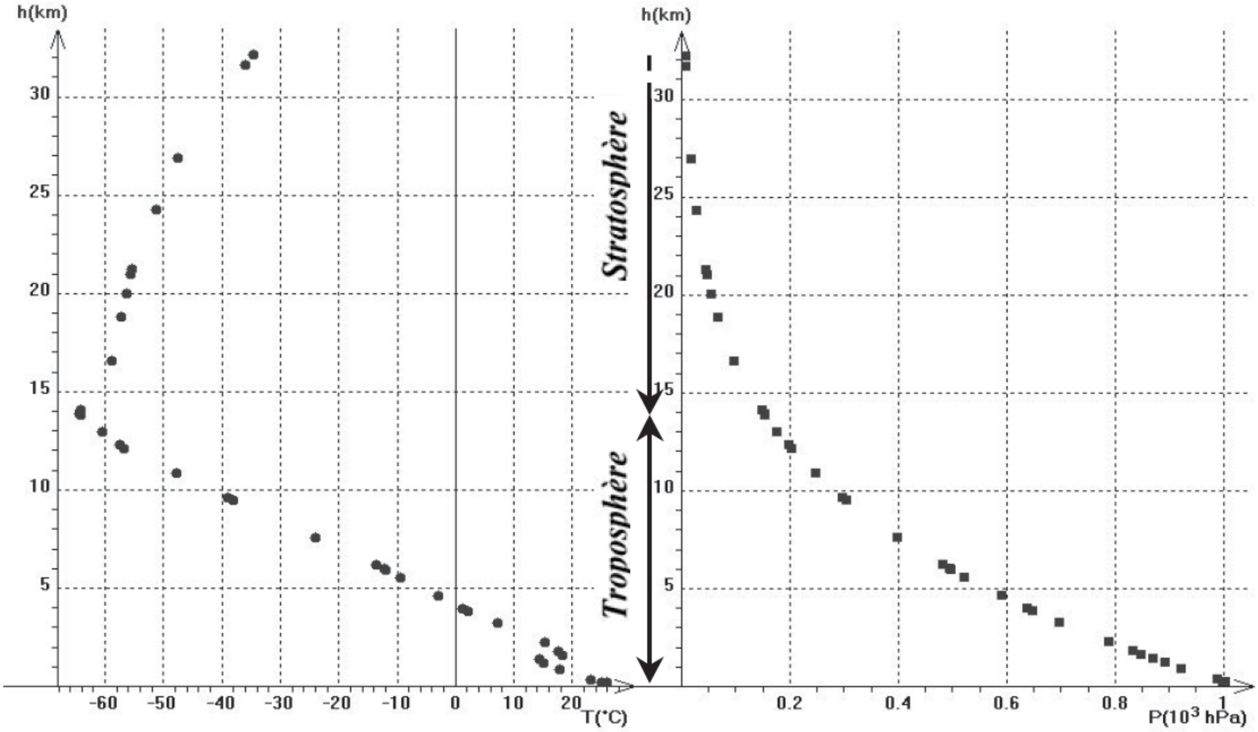

Figure 2 : relevés de température et de pression dans la troposphère et la stratosphère

I.B.2) Que pensez-vous du modèle vu en I.A.1 de l'atmosphère isotherme pour décrire la troposphère ? On comparera les profils réels de température et de pression avec les résultats du modèle (voir figure 3 courbe en pointillés).

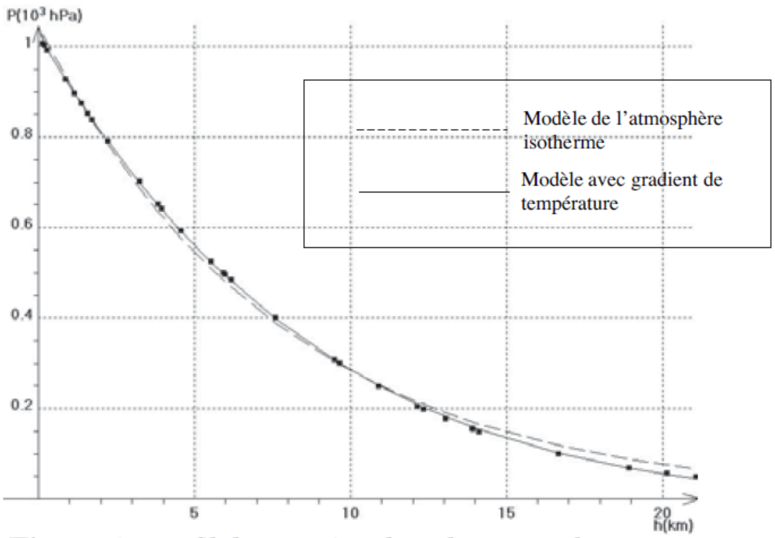

Figure 3 : profil de pression dans la troposphère ; en pointillés, modèle de l'atmosphère isotherme (voir question I.A) ; en trait plein, modèle avec gradient de température (voir question I.B.4).

On cherche à affiner le modèle précédent en considérant cette fois un profil de température de la forme : $T(z) = T_0 - az$ avec T_0 et a des paramètres constants.

I.B.3) Commenter le choix de ce profil de température et évaluer numériquement T_0 et a.

I.B.4) Montrer que le champ de pression dans la troposphère se met sous la forme : $P(z) = P_0(1 - bz)^{\alpha}$ où b et α sont des paramètres constants à déterminer. Comparer alors ce champ de pression avec celui obtenu en I.A.1 pour l'atmosphère isotherme lorsque l'on se place à faible altitude $(bz \ll 1)$. Un logiciel informatique de traitement de données permet d'ajuster les valeurs de P_0, b et α pour que le modèle décrive correctement les points expérimentaux. On obtient ainsi :

$$P_0 = 1,03 \cdot 10^5 \text{ Pa} \qquad b = 1,95 \cdot 10^{-5} \text{ m}^{-1} \qquad \alpha = 5,91 .$$

La courbe correspondante est tracée en trait plein sur la figure 3.

I.B.5) Déduire de ces résultats une autre détermination de T_0 et a et comparer aux valeurs trouvées en I.B.3. Conclure quant à la validité de ce modèle pour décrire la troposphère.

I.B.6) En utilisant le même critère que celui vu en I.A.3) pour l'atmosphère isotherme, évaluer l'épaisseur de l'atmosphère dans ce nouveau modèle. Conclure.

Partie II - Étude d'un ballon-sonde

Le ballon-sonde est le moyen le plus simple et le plus économique d'envoyer une charge dans les différentes couches de l'atmosphère. Les ballons météorologiques, embarquant du matériel scientifique de mesure, explorent par exemple toute la troposphère et la basse stratosphère. On se propose ici d'étudier quelques variantes d'un ballon-sonde stratosphérique : ballon ouvert à l'hélium, ballon fermé à l'hélium et ballon ouvert à l'air humide (bulle d'orage). Dans toute cette partie, l'atmosphère est supposée isotherme, de température $T_0 = 273 \text{ K}$, et le champ de pression est celui fourni par la figure 3 de la Partie I. La pression au niveau du sol vaut $P_0 = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$.
Tous les gaz sont considérés comme parfaits.
On négligera la force de frottement de l'air.

II.A - Le ballon stratosphérique ouvert (B.S.O.)

On considère le ballon-sonde, représenté sur la figure 4 ci-contre, composé :

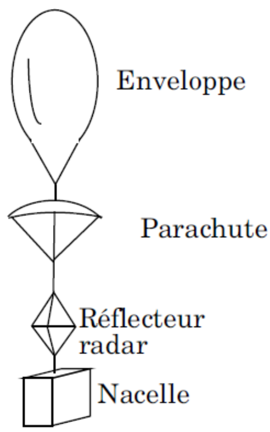

Figure 4 : Ballon-sonde

- d'une enveloppe supposée sphérique, de volume $V = 100 \text{ m}^3$ (correspondant à un diamètre de l'ordre de 6 m, ouverte sur l'extérieur par des manches d'évacuation situées à la base du ballon ;
- d'un parachute permettant de ralentir la descente du ballon à la fin de la mission ;
- d'un réflecteur radar rendant plus facile le suivi à distance du ballon ;
- d'une nacelle, contenant les appareils de mesure, le système de télécommunication et de positionnement GPS.

Dans ce type de ballon, l'enveloppe est indéformable et garde un volume V constant. Le ballon étant ouvert à sa base, la pression à l'intérieur du ballon est identique à tout moment à celle qui règne à l'extérieur. Au moment du lancement, le ballon est gonflé à l'hélium. On suppose que la température à l'intérieur du ballon reste constante, égale à la température extérieure T_0. La masse m de l'ensemble {enveloppe + parachute + réflecteur + nacelle} reste constante au cours du vol. Le volume du ballon est assimilé à celui de son enveloppe.

II.A.2) Déterminer la masse m_{gaz} de gaz contenue dans l'enveloppe au décollage.

II.A.3) Effectuer un bilan des forces précis s'exerçant sur le ballon au moment du décollage. En déduire une condition sur m pour que le ballon décolle effectivement. On considère dans la suite $m = 10\ \mathrm{kg}$.

II.A.4) Expliquer ce qui se passe dans le ballon au cours de son ascension.

II.A.5) Le plafond est atteint lorsque le ballon est à son altitude maximale. À quelle condition le ballon plafonne-t-il ? Estimer alors l'altitude maximale atteinte par le ballon-sonde.

Dès que le plafond est atteint, un système de largage libère le ballon de son enveloppe. Le ballon entame alors sa descente, ralentie par le parachute. Une fois retrouvés au sol, les appareils de mesure pourront servir une nouvelle fois pour une prochaine mission.

II.B - Cas d'un ballon fermé

Le ballon-sonde possède cette fois une enveloppe élastique fermée. Cette enveloppe est remplie d'une masse $m_{He} = 0,80\ \mathrm{kg}$ d'hélium au moment du lancement. Les accessoires sont identiques à ceux du ballon vu en II.A. On suppose comme précédemment que la température à l'intérieur du ballon est identique à chaque instant à celle de l'air extérieur T_0. Les observations indiquent que le ballon a un diamètre de $2\ \mathrm{m}$ au décollage pour atteindre son diamètre maximal de $4,6\ \mathrm{m}$, juste avant que l'enveloppe n'éclate à son altitude maximale.

II.B.1) Expliquer qualitativement les phénomènes qui provoquent l'éclatement du ballon.

L'élasticité de l'enveloppe s'explique par les propriétés de tension superficielle du matériau, qui imposent la relation suivante entre la pression intérieure P_{int} du ballon et la pression extérieure de l'air P_{ext} (formule de Laplace) : $P_{int} - P_{ext} = 4\sigma/r$ où σ est appelé coefficient de tension superficielle et r le rayon de l'enveloppe sphérique.

II.B.2) Préciser l'unité de σ et calculer numériquement sa valeur.

II.B.3) Déterminer l'altitude maximale atteinte par le ballon-sonde.