CONCOURS COMMUNS POLYTECHNIQUES

EPREUVE SPECIFIQUE - FILIERE PSI

PHYSIQUE 1

Durée : 4 heures

Les calculatrices sont autorisées

***

N.B. : Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction. Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

Les candidats doivent respecter les notations des énoncés et préciser, dans chaque cas, la numérotation de la question traitée.

***

Le sujet comporte 12 pages

PROBLEME A : SEMI-CONDUCTEURS ET JONCTION PN

Aucune connaissance sur les matériaux semi-conducteurs n'est requise pour traiter ce problème.

Dans tout ce problème, $k_B = 1{,}38 \cdot 10^{-23}\,\mathrm{J \cdot K^{-1}}$ *représente la constante de Boltzmann,*
$N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}\,\mathrm{mol^{-1}}$ *représente la constante d'Avogadro,*
et $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}$ *représente la charge élémentaire.*

Modèle de Drude de la conduction électrique (1900)

On considère un matériau conducteur dans lequel les électrons libres sont uniformément répartis dans le volume du matériau. On note n_e le nombre par unité de volume de ces électrons. Les interactions entre les électrons sont négligées et celles entre les électrons et le réseau cristallin sont modélisées par une force de type frottement visqueux subie par chaque électron de masse m selon la relation vectorielle $\vec{f} = -\frac{m}{\tau}\vec{v}$ où τ est une constante propre au matériau et $\vec{v}$ la vitesse d'un électron dans le référentiel lié au matériau conducteur. Un champ électrique $\vec{E}$ est appliqué dans le matériau. On négligera le poids de l'électron devant les autres forces.

A.1 Quelle est l'unité de τ dans le Système International ? Justifier.

A.2 En appliquant le principe fondamental de la dynamique à un électron dans le référentiel lié au matériau et supposé galiléen, montrer que la vitesse d'un électron tend, en régime permanent, vers une constante que l'on précisera en fonction de $\vec{E}$, m, τ et e la charge élémentaire (e valeur positive).

A.3 En déduire l'expression du vecteur densité volumique de courant électrique $\vec{j}_{el}$ en fonction de $\vec{E}$, e, m, n_e et τ. Donner alors l'expression de la conductivité électrique du matériau en fonction des paramètres précédents.

A.4 Dans le cas du cuivre, chaque atome libère un seul électron qui participera à la conduction électrique.
La densité du cuivre par rapport à l'eau est $d = 8{,}9$, la masse molaire du cuivre est $M_{Cu} = 63{,}5\,\mathrm{g\cdot mol^{-1}}$, et $\rho_{eau} = 10^3\,kg/m^3$
Donner l'expression littérale du nombre d'électrons de conduction par unité de volume n_e en fonction de d, M_{Cu} et de la constante d'Avogadro N_A.
Effectuer l'application numérique.
Comparer avec la densité électronique du silicium, semi-conducteur très répandu, qui est de l'ordre de $10^{19}\ \mathrm{cm^{-3}}$ à température ambiante.

Résistivité du silicium en fonction de la température

On réalise une pastille cylindrique de silicium comportant n_e électrons de conduction par unité de volume. On mesure la résistance de cette pastille en fonction de la température et on en déduit la résistivité du silicium.

A.5 Rappeler la relation existant entre la résistance R d'une pastille cylindrique de longueur ℓ et de section S et la résistivité ρ du matériau.

A.6 Un dispositif permet d'abaisser la température du silicium. On mesure la résistivité du silicium entre 4,2 K (température de liquéfaction de l'hélium) et 12 K. On relève le tableau de mesures suivant :

T (K)	4,2	4,6	5,0	5,4	6,2	7,0
ρ (Ω.m)	$5{,}9.10^5$	$6{,}0.10^4$	9000	1750	125	16,5
T (K)	8,0	10,0	12,0			
ρ (Ω.m)	2,35	0,15	0,024			

Montrer à l'aide d'une représentation graphique **ou** d'une régression linéaire, en utilisant la calculatrice, que la résistivité suit une loi du type : $\rho(T) = A\cdot e^{B/T}$.
Calculer B et A. Ne pas oublier les unités !

A.7 Evaluer la résistivité du silicium à 300 K. La comparer à celle du cuivre qui est de l'ordre de $\rho_{Cu} = 10^{-8}\,\Omega\cdot\mathrm{m}$.

A.8 D'après vos connaissances, quand on augmente (ou que l'on diminue) la température d'un métal comme le cuivre, comment varie la résistivité ? En est-il de même pour le silicium ?

A.9 En utilisant la formule du **A.3**, montrer que la densité électronique n_e suit une loi dite de Boltzmann, c'est-à-dire que $n_e = n_e^0 \cdot e^{\frac{-E_S}{k_B T}}$ où l'on ne cherchera pas à déterminer n_e^0 et où k_B représente la constante de Boltzmann. On donnera la valeur numérique de la grandeur E_s en électron-volt.

En plaçant des impuretés dans un matériau semi-conducteur, on peut contrôler la résistivité électrique. Cette dernière varie de façon considérable en fonction de la concentration en impuretés : c'est le dopage.

Les porteurs de charge

Modèle de semi-conducteur :

Pour comprendre la variation de la résistivité du silicium avec la température, il faut admettre que les électrons dans le silicium ne peuvent être que dans « deux états » : soit ils sont libres (électrons conducteurs), soit ils sont liés (électrons de valence). Pour qu'un électron passe de l'état lié à l'état libre, il faut lui fournir de l'énergie. Il laisse alors une place vacante dans l'ensemble des électrons liés : c'est ce qu'on appelle un trou.

A.10 Que vaut la « charge électrique » d'un trou en fonction de la charge élémentaire e ?

On montre que le mouvement collectif des électrons de valence (très nombreux) peut être décrit par celui de l'ensemble des trous (beaucoup moins nombreux). De ce point de vue les trous peuvent être assimilés à des porteurs de charge indépendants et distincts des électrons de conduction.
On note n le nombre d'électrons conducteurs par unité de volume et p le nombre de trous par unité de volume. On admettra que le produit $n \cdot p$ est une constante, notée n_i^2, dépendant de la température et du matériau : $n \cdot p = n_i^2$.

A.11 On parvient à fabriquer un matériau semi-conducteur à base de silicium dans lequel quelques atomes de bore (symbole B) ou de phosphore (symbole P) se substituent à des atomes de silicium, et ce, de manière uniforme sur tout le volume du matériau. On parle de dopage au bore ou au phosphore. Soit N_B (respectivement N_P) la densité volumique d'atomes de bore (respectivement de phosphore) présents dans le matériau .

On donne un extrait du tableau périodique des éléments :

H							He
Li	Be	B	C	N	O	F	Ne
Na	Mg	Al	Si	P	S	Cl	Ar

Figure 1: extrait du tableau périodique

Combien d'électrons de valence maximale possèdent le silicium, le bore et le phosphore ?

On admet que le phosphore perd un électron : quel ion est formé ?
On admet que le bore gagne, quant à lui, un électron : quel ion est formé ?

A.12 Dans le cas du dopage au phosphore, augmente-t-on la densité d'électrons ou de trous ? Sachant que le matériau est électriquement neutre, que vaut la somme $p + N_P$ en fonction de n ? En se rappelant que $n \cdot p = n_i^2$, calculer n et p dans le cas où $n_i << N_P$. Comparer n à p. On parle alors de dopage N.

A.13 Par analogie avec la question précédente, donner l'expression de n et p dans le cas du dopage au bore avec $n_i << N_B$. On parle de dopage P.

Electrostatique d'une jonction PN à l'équilibre

Lorsqu'un semi-conducteur présente, dans une région très localisée de l'espace, une variation très brutale de la concentration en dopant, voire un changement de la nature du dopant, on dit que l'on a une jonction. Au voisinage de la jonction, dans une région dite « zone de charge d'espace », le cristal acquiert une distribution de charge électrique non nulle que l'on se propose d'étudier. Les propriétés qui en résultent sont à la base de la caractéristique des diodes, des transistors et de tous les circuits intégrés.

A.14 On supposera que dans le silicium on peut encore appliquer les lois de l'électrostatique à condition de remplacer ε_0 par $\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r$ où ε_r est la permittivité relative du silicium. On suppose que la densité volumique de charge ρ_c autour d'une jonction située dans le plan $x = 0$ a l'allure suivante :

Si $x < -L_1$ $\rho_c = 0$

Si $-L_1 < x < 0$ $\rho_c = \rho_1 < 0$

Si $0 < x < L_2$ $\rho_c = \rho_2 > 0$

Si $L_2 < x$ $\rho_c = 0$

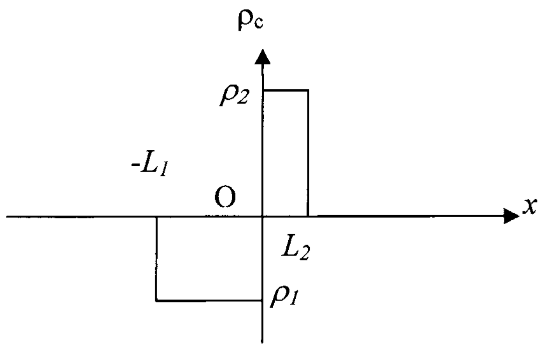

Figure 2 : profil de densité de charges dans la jonction PN

La jonction est suffisamment large pour supposer que la distribution de charge est totalement invariante par toute translation dans le plan Oyz.

Sachant que la distribution de charges est globalement neutre, établir la relation vérifiée par L_1, L_2, ρ_1 et ρ_2.

On admettra que, en dehors de la zone de charge d'espace, le champ électrique est nul en tout point d'abscisse x telle que $x < -L_1$ et $x > L_2$.

A.15 Rappeler l'équation de Maxwell – Gauss où l'on remplacera ε_0 par $\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r$.
Déterminer alors le champ électrique en tout point M appartenant à la zone de charge d'espace $(-L_1 < x < L_2)$. On distinguera entre les diverses régions de l'espace suivant les valeurs de x.
Représenter graphiquement l'allure de la composante selon x du champ électrique en fonction de x.

A.16 En déduire l'expression du potentiel électrostatique V dans les différentes régions de l'espace. On choisira l'origine des potentiels dans le plan $x = 0$.
Représenter graphiquement V en fonction de x.

A.17 Donner l'expression de la différence de potentiel $V_0 = V(L_2) - V(-L_1)$ entre deux points situés de part et d'autre de la zone de charge d'espace en fonction de ρ_1, L_1, L_2 et ε.

A.18 La région $(x > 0)$ a été dopée avec du phosphore à raison de $N_2 = 1{,}6 \cdot 10^{21}$ atomes P par m^3, tandis que la région $(x < 0)$ a été dopée avec du bore avec un nombre d'atomes B par unité de volume $N_1 >> N_2$. Dans la zone de charge d'espace, chaque atome P est ionisé en P$^+$. Les électrons ainsi libérés traversent spontanément le plan $(x = 0)$, et chaque atome B situé dans la zone de charge d'espace, capte un électron se transformant ainsi en ion B$^-$. On a réalisé une jonction PN.

En déduire ρ_1 et ρ_2 en fonction de e (la charge électrique élémentaire), N_1 et N_2.
Comparer L_1 à L_2 avec la condition $N_1 >> N_2$. En déduire l'expression, en fonction de L_2, de la largeur totale de la zone de charge d'espace, que l'on appellera δ.

A.19 Le système ainsi constitué est une diode à jonction dont la tension seuil est voisine de V_0.
En déduire une expression approchée de la largeur δ de la zone de charge d'espace en fonction de ε, V_0, e et N_2.
On donne : $V_0 = 0{,}3\text{ V}$ $\varepsilon = 1{,}4 \cdot 10^{-10}\text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$ et $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\text{C}$.
Calculer la valeur numérique de δ.

Diffusion de porteurs dans une jonction PN

On réalise la même jonction que précédemment :

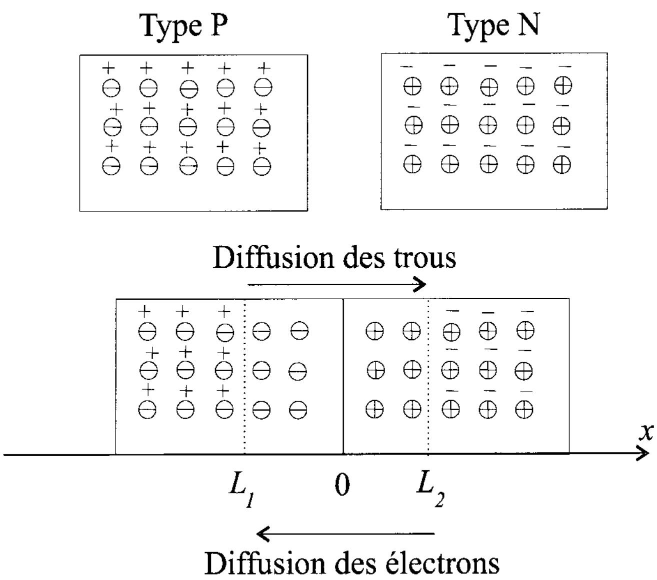

Figure 3 : Diffusion d'électrons et de trous dans la jonction