

Introduction simple à la Relativité Restreinte (sans transformation de Lorentz)

1. Relativité du mouvement en mécanique newtonienne

- 1.1. Définition d'un référentiel (rappels)
- 1.2. Principe de relativité de Galilée
- 1.3. Composition des vitesses
- 1.4. Et pour le mouvement de la lumière ?

2. Les principes de la Relativité Restreinte (Einstein)

3. Conséquence : relativité du temps

- 3.1. Dilatation des durées
- 3.2. Durée propre – Durée impropre – Référentiel propre d'une particule
- 3.3. La notion de simultanéité est relative : elle dépend du référentiel
- 3.4. Le paradoxe des jumeaux de Langevin : cherchez l'erreur !

4. Conséquence : relativité de l'espace

- 4.1. Contraction des longueurs
- 4.2. Longueur propre – Longueur impropre

1. Relativité du mouvement en mécanique newtonienne

1.1. Définition d'un référentiel (rappels)

On a déjà mentionné le fait que la trajectoire, la vitesse, l'accélération – i.e. le mouvement – d'un point matériel dépend du « point de vue » depuis lequel on considère ce mouvement. Pour supprimer cette ambiguïté, il faut préciser le *référentiel* d'étude.

Un référentiel est un repère de référence, celui depuis lequel on considère le mouvement.

Remarque : le mot « considérer » signifie « calculer » (théorie), ou « observer/mesurer » (expérimental).

Remarque : Une horloge sert à repérer l'écoulement du temps. En physique newtonienne, la notion « d'horloge » est secondaire et peut être passée sous silence. Une horloge peut être vue comme le 4^e axe d'un repère d'espace-temps. Sa présence ou non ne fait aucunement la différence entre un repère et un référentiel.

1.2. Principe de relativité de Galilée

L'expérience et les réflexions de Galilée l'ont amené à énoncer son *principe de relativité* :

On ne peut pas mettre en évidence par une expérience de mécanique un mouvement de translation rectiligne uniforme d'un référentiel par rapport à un référentiel galiléen.

Sous une forme équivalente, on peut dire aussi :

Les lois de la mécanique sont invariantes par changement de référentiel galiléen.

C'est-à-dire que les lois de la mécanique s'écrivent mathématiquement de la même façon dans tout référentiel galiléen. **Ce principe est modifié en relativité restreinte, il ne concernera plus uniquement les lois de la mécanique.**

1.3. Composition des vitesses

On cherche ici à décrire le mouvement d'un passager à l'intérieur d'un train, mouvement observé depuis deux référentiels différents (train ou quai). Pour simplifier, on considère que le train est en mouvement rectiligne uniforme par rapport au quai. Il s'agit alors de relier entre eux 3 mouvements :

- le mouvement du passager par rapport au train (référentiel R_2)
- le mouvement du passager par rapport au quai de la gare (référentiel R_1)
- le mouvement du train par rapport au quai de la gare (R_2 par rapport à R_1)

On peut démontrer (on le fera en cours) que les vitesses de ces trois mouvements sont reliées entre elles par une loi simple, nommée « composition des vitesses ».

1.4. Et pour le mouvement de la lumière ?

L'expérience montre que la loi de composition des vitesses n'est pas valable pour la lumière ! Que l'on soit à l'intérieur du train, ou sur le quai, la lumière va toujours à la même vitesse $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$.

2. Les principes de la Relativité Restreinte (Einstein)

La vitesse de la lumière est invariante par changement de référentiel galiléen.

<u>Principe de relativité</u>

<i>Toutes les lois de la physique sont invariantes par changement de référentiel galiléen. Aucune expérience ne peut mettre en évidence une TRU d'un référentiel par rapport à un référentiel galiléen.</i>
--

Les lois de la Relativité Restreinte doivent <i>tendre vers les lois de la mécanique newtonienne</i> lorsque toutes les vitesses impliquées dans la situation étudiée sont <i>très petites devant celle de la lumière</i> .

3. Conséquence : relativité du temps

On va montrer que « le temps » ne veut plus rien dire en relativité restreinte. On ne peut rigoureusement parler que « d'un temps dans un référentiel ». Il faut préciser le référentiel où l'on se place pour parler du temps. La notion de temps n'est plus absolue (i.e. indépendante de toute référence), mais relative.

3.1. Dilatation des durées

On parle parfois de « dilatation du temps », mais c'est moins précis.

Deux individus situés sur le quai d'une gare règle une horloge, qui émet alors 1 bip sonore par seconde. Un des deux individus monte avec l'horloge dans un train, qui après un tour de la ville repasse devant le quai avec un mouvement rectiligne uniforme. *On va montrer que pour l'individu situé sur le quai la durée entre deux bips est supérieure à 1 seconde !!*

Les postulats de la relativité restreinte nous donnent une information exploitable sur la vitesse de la lumière. Pour raisonner à partir de ces postulats, on va donc considérer une horloge dont le principe de fonctionnement exploite la lumière. Le principe de relativité nous permettra de généraliser le résultat à tout type d'horloge.

On considère une horloge constituée de deux miroirs qui se font face, de la lumière allant de l'un à l'autre par réflexion. Pour un observateur immobile par rapport à l'horloge, la lumière effectue un aller-retour en 1 seconde. L'axe joignant les deux miroirs est orthogonal au mouvement du train.

- Indiquer sur un schéma le trajet parcouru par la lumière vue depuis le quai.
- En déduire que la durée d'un aller-retour de la lumière vue depuis le quai est supérieure à 1 seconde.

Remarques importantes :

- Les distances orthogonales au mouvement du train sont les mêmes dans les deux référentiels. Pour le vérifier, imaginons que les deux observateurs soient munis de fourchettes identiques (même distance entre les pointes) et de bâtons disposés verticalement. Lorsque les deux observateurs se croisent, ils peuvent griffer *le bâton de l'autre* avec leur fourchette, *sans bouger leur fourchette*. Lorsqu'après l'expérience, ils se rejoignent pour comparer les griffures sur leur bâton, les espacements entre les traits sont les mêmes sur chaque bâton ... Sinon, cela donnerait un critère objectif pour distinguer les situations des deux observateurs, et contredirait alors le principe de relativité
- Sur le schéma, le trajet de la lumière vue depuis le quai est constitué de segments de droite. C'est une loi de l'optique : les rayons lumineux sont rectilignes dans un MHTI. C'est vrai vu depuis le train, c'est aussi vrai vu depuis le quai (cf. principe de relativité).

3.2. Durée propre – Durée impropre – Référentiel propre d'une particule

La durée entre deux événements est minimale lorsque ces deux événements se situent au même point de l'espace (cf. cas de l'horloge fixe dans le train). Cette durée minimale est appelée *durée propre* entre les deux événements.

Si l'on se place dans un référentiel où ces deux événements ne se situent pas au même point de l'espace, la durée est dite *impropre* et est nécessairement supérieure à la durée propre.

Pour une particule instable – un noyau radioactif par exemple – isolée (pas de forces agissant sur la particule), on définit le *référentiel propre* de la particule, comme *le référentiel dans lequel cette particule est au repos*. Sa durée de vie est alors définie comme la durée qui s'est écoulée entre sa création et sa désintégration, dans son référentiel propre (qui est la durée propre entre ces deux événements).

Exemple : Les muons (cousin de l'électron, 200 fois plus massif, et instable) créés par l'interaction du rayonnement cosmique avec l'air de l'atmosphère ont une durée de vie d'environ 2 μ s. Ils sont créés à environ 10 km d'altitude, mais on peut les détecter au niveau du sol. Même en considérant que certains se déplacent à la vitesse de la lumière, ils doivent donc « vivre » au moins 30 μ s, vu depuis le référentiel terrestre. C'est une manifestation claire de la dilatation du temps.

Remarque sur les muons : On notera qu'en réalité, le temps de vie d'une particule instable étant un phénomène aléatoire (régi par les lois des probabilités), le raisonnement complet est plus subtil. Il pourrait en effet y avoir quelques (très rares) muons survivants au niveau du sol, même sans dilatation des durées. C'est lorsque l'on mesure l'évolution du nombre de muons avec l'altitude que l'effet « dilatation des durées » peut être véritablement mis en évidence.

3.3. La notion de simultanéité est relative : elle dépend du référentiel

On considère un observateur installé au milieu du train, et qui envoie de la lumière vers les deux extrémités du train. Vue depuis le train, la lumière arrive simultanément aux deux extrémités du train.

- Vérifier que ce n'est pas le cas, vu depuis le quai.

Il apparaît donc clairement que deux événements simultanés dans un référentiel, ne sont pas simultanés dans un autre référentiel !! La simultanéité est donc une notion relative : il faut préciser dans quel référentiel elle est réalisée.

Une remarque cependant : si les deux événements se situent au même point de l'espace, alors la simultanéité est réalisée dans tous les référentiels. On peut le vérifier en complétant l'exemple précédent. Des miroirs sont situés aux extrémités du train, et la lumière revient vers l'observateur du train simultanément des deux côtés.

- Vérifier que la rencontre des deux faisceaux au milieu du train est aussi simultanée vue depuis le quai

3.4. Le paradoxe des jumeaux de Langevin : cherchez l'erreur !

Cet exemple a été avancé pour essayer de mettre en évidence une incohérence dans la théorie (pas encore confirmée par l'expérience à l'époque) de la Relativité Restreinte. Cette supposée incohérence semblait venir de l'incompatibilité entre la dilatation du temps et le principe de relativité.

D'après les détracteurs, il suffisait de comparer les indications des deux horloges, celle retardant est celle en mouvement, l'autre est fixe. Cette dissymétrie apparente entre les deux situations semblait remettre en cause le principe de relativité. Le problème... c'est de savoir comment comparer les indications des deux horloges ! Si la comparaison est faite depuis le quai, c'est l'horloge dans le train qui retarde. Si la comparaison est faite depuis le train, c'est l'horloge du quai qui retarde. Les situations des deux observateurs sont donc parfaitement symétriques, aucun des deux ne peut dire « je suis fixe, c'est l'autre qui bouge ».

En bref, cela consistait à comparer un temps propre et un temps impropre... sachant que dans cette situation le caractère « propre ou impropre » est lui-même relatif !

L'étape suivante, si l'on veut essayer de pointer une incohérence, consiste à comparer les indications des deux horloges... une fois qu'elles sont immobiles l'une par rapport à l'autre. C'est l'exemple des jumeaux de Langevin (qui jouent le rôle des horloges).

Soient deux jumeaux A et B. Le jumeau A reste sur Terre. Le jumeau B quitte la Terre à bord d'un vaisseau spatial, voyageant à très grande vitesse, puis revient se poser sur Terre. Avant d'ouvrir la porte de la capsule, les deux jumeaux essaient de savoir lequel des deux est le plus jeune.

Puisqu'il voyageait à grande vitesse par rapport à la Terre, d'après la dilatation des durées, le jumeau A pense que son jumeau voyageur B est plus jeune. Mais d'après le principe de relativité, pour le jumeau voyageur B, c'est son frère A qui bougeait ! Donc il s'attend à ce que son frère A soit plus jeune. D'où l'apparente contradiction...

➤ Cherchez l'erreur. Au fait, que signifie Relativité Restreinte ?

Remarque : L'expérience a été faite avec des horloges atomiques, l'une étant embarquée dans un avion qui faisait le tour de la Terre, l'autre restant au sol. Le résultat est conforme à la théorie (il faut aussi tenir compte de l'influence du champ de gravité, qui nécessite des calculs de relativité générale).

4. Conséquence : relativité de l'espace

4.1. Contraction des longueurs

On considère la même horloge que précédemment (section 3.1.), mais cette fois-ci on la dispose dans le sens du mouvement du train. On s'intéresse à la distance entre les deux miroirs, i.e. la longueur de l'horloge. Dans le référentiel du train, on note L_2 cette distance. On va montrer que la distance L_1 mesurée depuis le quai est plus courte que L_2 !!

La manière la plus simple pour mesurer cette longueur serait de repérer à un instant donné (donc simultanément, dans le référentiel du quai) la position des deux extrémités de l'horloge. Mais on n'utilisera pas cette méthode ici. On va encore essayer de tirer parti de la propagation de la lumière pour mesurer une longueur, en se ramenant à la mesure d'une durée.

- Dans le référentiel train, exprimer la durée d'un cycle de l'horloge en fonction de la distance L_2 entre les deux miroirs.
- Dans le référentiel du quai, exprimer la durée d'un cycle de l'horloge en fonction de la distance L_1 (inconnue) entre les deux miroirs. On pourra s'inspirer du raisonnement effectué au 3.3.
- En utilisant le résultat sur la dilatation du temps (établie dans un exemple précédent), en déduire que la longueur L_1 mesurée depuis le quai est inférieure à L_2 mesurée dans le train.

Remarque :

- La dilatation du temps indiqué par l'horloge disposée horizontalement dans le train est la même que celle mise en évidence dans la section 3.1 pour l'horloge disposée verticalement. Les deux horloges étant synchronisées dans un référentiel, elles le sont quelque soit le référentiel depuis lequel on les observe. Sinon, lorsque les deux observateurs se rejoignent, celui du quai voit les horloges non synchronisées, contrairement à l'observateur du train : impossible. Pour éviter les contre-arguments type jumeaux de Langevin, il suffit de mettre en route les horloges et les arrêter alors que le train est en TRU.
- Ici le « coup de la fourchette » ne peut être appliqué aussi simplement dans le cas d'un bâton disposé dans le sens du mouvement, car il faut alors *bouger la fourchette* pour inscrire une marque sur le bâton (il faut alors se placer dans le référentiel associé à la fourchette si l'on souhaite reproduire le raisonnement, mais alors les choses se corsent).
- Le facteur gamma de la contraction des longueurs est le même que celui qui apparaît pour la dilatation temps.

4.2. Longueur propre – Longueur impropre

La *longueur propre* d'une règle est la longueur de cet objet dans le référentiel où elle est immobile. C'est dans ce référentiel que sa longueur est maximale.

Dans tout autre référentiel galiléen, sa longueur est inférieure ou égale à sa longueur propre. La longueur est alors dite *impropre*.

Conclusion

Ce cours d'introduction à la cinématique relativiste démontre un certain nombre de conséquences importantes que l'on peut déduire simplement des postulats de la Relativité Restreinte, avec de la géométrie de niveau collège.

Pour aller plus loin en cinématique, il est nécessaire de mathématiser cette théorie, en introduisant les Transformations de Lorentz et les notions de géométrie qui vont avec (intervalle, quadrivecteurs, espace-temps).

Changer de référentiel galiléen apparaît alors comme une sorte de rotation dans l'espace-temps (une transformation qui laisse invariant une pseudo-distance, « l'intervalle », pseudo car non définie positive), qui permet de « mélanger » espace et temps : cela permet de comprendre pourquoi les distances se contractent alors qu'au cours de la même opération les durées se dilatent (« un peu de la distance » avant changement de référentiel donne « de la durée » après changement de référentiel).

Après avoir traité la cinématique, il faut aborder la dynamique (les forces et leur travaux), ainsi que les aspects énergétiques, avec notamment la célèbre équation $E = mc^2$.

Tout à la fin, après avoir traité de la dynamique en référentiel galiléen, on peut aborder la dynamique en référentiel non-galiléen : c'est la relativité générale, qui inclut pour le même prix une théorie de la gravitation.

On remarquera que cette construction suit exactement le même chemin que la construction de la théorie newtonienne au programme de CPGE (sauf pour la gravitation). On retiendra que la plupart des conséquences de la théorie de la relativité (restreinte et générale) ont été confirmées par l'expérience.

On retiendra aussi que cela n'invalide pas complètement la théorie newtonienne.

On entend souvent dire que la mécanique de Newton est « fausse » parce qu'il existe une théorie plus complète, vérifiée par l'expérience. C'est trop imprécis. La découverte de cette nouvelle mécanique a été l'occasion de fixer des bornes aux prétentions de la théorie newtonienne, qui possède un domaine de validité, maintenant délimité et connu. Mais à l'intérieur de ce domaine, les prédictions théoriques de la mécanique newtonienne et de la mécanique einsteinienne *sont nécessairement compatibles* (à un certain niveau de précision, que l'on fixe en se référant aux incertitudes expérimentales de l'expérience que l'on cherche à faire), *puisque c'est une des exigences de départ de la Relativité d'Einstein*. Cette exigence de départ a été posée, *car la mécanique de Newton marche du tonnerre* pour expliquer le mouvement d'une voiture, d'un fluide, bref de tout ce qui n'est pas très petit et tout ce qui ne va pas très vite. Pour construire un pont, ou dimensionner une automobile, ou un immeuble, on ne fait pas de la physique quantique, ni de la relativité générale. En un mot, on ne peut pas dire simplement que « la mécanique de Newton est fausse », parce qu'elle marche très souvent !!