Thermodynamique – TD3 : Premier principe

Exercice 1 : Compression monobare adiabatique d'un gaz parfait

Un volume d'air $V_1 = 2\ L$ est enfermé dans un cylindre vertical, fermé par un piston de surface $S = 20\ cm^2$ et de masse négligeable. Les parois du cylindre sont diathermanes. Le piston peut se déplacer verticalement sans frottement à l'intérieur du cylindre. L'air est considéré comme un gaz parfait diatomique, et se trouve initialement en équilibre thermique et mécanique avec l'atmosphère extérieure, de température : $T_0 = 298\ K$ et $P_0 = 1\ bar$.

1. Déterminer le coefficient γ pour un gaz diatomique. Quelle est la pression P_1 et la température T_1 du gaz dans l'état initial ?

On pose sur le piston une masse $M = 1\ kg$. Le piston descend brusquement puis se stabilise. La compression est rapide.

2. Quel argument permet de faire l'hypothèse d'une transformation adiabatique, si l'on considère la fin de la transformation juste après que le piston se soit immobilisé ?

3. Calculer P_2, T_2 et V_2 à la fin de cette compression.

4. Si l'on attend suffisamment longtemps après que le piston se soit immobilisé, vers quelle température va évoluer le gaz ? Déterminer alors la pression P_3 et le volume V_3 du gaz dans ce nouvel état final.

Exercice 2 : Deux évolutions pour passer de l'état initial à l'état final

Un récipient de volume $V_A = 5\ L$ fermé par un piston contient $n = 0{,}5\ mol$ de gaz parfait, initialement à $T_A = 287\ K$. On porte de façon quasi-statique le volume du gaz à une valeur $V_B = 20\ L$, à $T_B = 350\ K$. On donne pour ce gaz le coefficient $\gamma = 1{,}4$.

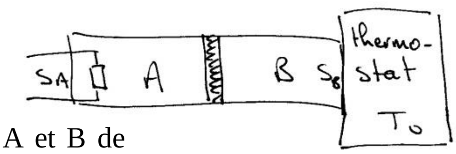
Le passage de l'état A à l'état B s'effectue de deux manières différentes :

- (1) chauffage isochore de 287 K à 350 K, puis détente isotherme de V_A à V_B à la température 350 K
- (2) détente isotherme de V_A à V_B à la température 287 K, puis chauffage isochore de 287 K à 350 K

1. Représenter les deux évolutions précédentes en coordonnées de Watt (ou Clapeyron).

2. Exprimer, puis calculer numériquement, le travail et le transfert thermique pour les deux transformations. Conclure.

Exercice 3 : Apport de chaleur par une résistance électrique



Un cylindre fermé horizontal est divisé en deux compartiments A et B de même volume V_0 par un piston coulissant librement sans frottements. A et B contiennent chacun une mole de gaz parfait à la pression P_0 et à la température T_0. On donne pour le gaz parfait le coefficient $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$.

Le piston et les parois sont athermanes, sauf la surface d'aire S_B du compartiment B qui est diathermane. Le compartiment A est porté très lentement à la température T_1 à l'aide d'une résistance chauffante, le compartiment B reste à T_0 par contact thermique avec un thermostat à température constante T_0.

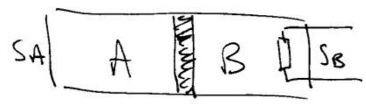
1.1. Exprimer les volumes V_A, V_B et la pression finale P_f en fonction de T_1, T_0 et V_0 correspondant à la position d'équilibre du piston.

1.2. Quelle est la variation d'énergie interne du gaz dans A et B ? En déduire la variation d'énergie interne du système {A,B}. On notera que la résistance chauffante et le piston sont exclus du système considéré.

1.3. Quelle est la nature de la transformation subie par le gaz en B ? Quel est le travail échangé W par B avec A ? En déduire le transfert thermique Q_1, celui-ci étant reçu *par le thermostat*. On exprimera W et Q_1 en fonction de T_0, T_1 et R constante des gaz parfait.

1.4. En considérant le système A, trouver le transfert thermique Q_2 fourni par la résistance chauffante en fonction de T_0, T_1, R et γ.

Le système étant dans son état final, on suppose maintenant que la surface de base S_B du compartiment B est également athermane et qu'une résistance chauffante placée en B apporte un transfert thermique Q_3 de façon que le piston reprenne très lentement sa position d'équilibre initiale.



2.1. Quelle est la nature de la transformation subie par le gaz du compartiment A ? Quelle est la pression finale d'équilibre $P_f{}'$? Exprimer cette pression en fonction de T_0, T_1, V_0, R et γ.

2.2. Trouver les températures T_A et T_B dans chacun des compartiments, en fonction de T_0, T_1 et γ.

2.3. Quelles sont les variations d'énergie interne dans A, dans B et pour l'ensemble {A,B} en fonction de T_A, T_0, T_1, R et γ ?

2.4. Quel est le transfert thermique Q_3 fourni par la deuxième résistance chauffante ? Exprimer ce transfert thermique en fonction de T_0, T_1, R et γ.

Exercice 4 : Succession d'évolutions isotherme et adiabatique

Une mole de gaz parfait diatomique ($\gamma = 1{,}4$) est à la température $T = 20\ °C$ et $P_1 = 1\ bar$. On comprime ce gaz de façon isotherme quasi-statique jusqu'à une pression $P_2 = 50\ bar$, puis on ramène le gaz à la pression P_1 par une détente adiabatique quasi-statique.

1. Représenter ces deux évolutions en coordonnées de Clapeyron.

2. Calculer la température T' après les deux évolutions. Exprimer le travail total reçu pendant les deux évolutions.

Exercice 5 : Compression isotherme d'un gaz de Van der Waals

On comprime de façon isotherme et quasi-statique une mole de gaz d'un volume V_1 à un volume V_2. L'équation d'état de Van der Waals s'applique à ce gaz :

$$\left(P + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT$$

Exprimer le travail reçu par le gaz lors de cette compression. Peut-on en déduire le transfert thermique ?

Exercice 6 : Compression adiabatique d'un gaz parfait

De l'air à la température T_1 est contenu dans un cylindre aux parois athermanes, fermé par un piston de section S et de masse M_0. L'ensemble est placé dans l'air à la pression P_0. A l'équilibre, le piston se trouve à la distance h_1 du fond du récipient. On considère l'air comme un gaz parfait diatomique.

1. Cas monobare : On pose sur le piston une masse M_0. Le piston descend brutalement puis se stabilise à une distance h_2 du fond du récipient. Calculer le travail reçu par l'air dans le cylindre, ainsi que l'état final (P_2, T_2, h_2). Faire l'application numérique.
Données : $P_0 = 10^5\ Pa$, $S = 0{,}1\ m^2$, $M_0 = 100\ kg$, $h_1 = 1\ m$, $T_1 = 100\ K$, $\gamma = \frac{c_P}{c_V} = 1{,}4$

2. Cas quasi-statique : Repartant de l'état initial, on pose successivement sur le piston des masses très petites en attendant à chaque fois que le piston se stabilise avant de poser la masse suivante. On arrête dès que la masse totale des surcharges atteint la valeur M_0. Calculer le travail reçu par l'air dans le cylindre ainsi que le nouvel état final $(P_2, T_2', h_2{}')$. Faire l' application numérique et comparer à la question 1.

Exercice 7 : Compression monotherme d'un gaz parfait

Reprendre l'exercice précédent en supposant les parois du récipient diathermanes. L'air du cylindre subit une transformation monotherme, car il n'échange de la chaleur qu'avec l'atmosphère extérieure dont la température T_0 est supposée constante. Dans l'état initial, l'air est enfermé dans le cylindre dans l'état (P_1, T_0, h_1).

1. Cas monobare : On pose sur le piston la masse M_0. On attend suffisamment longtemps pour que les équilibres mécanique et thermique soient atteints. Le piston se trouve alors à une hauteur h_3 du fond du récipient. Calculer le travail reçu par l'air du cylindre, ainsi que l'état final (P_2, T_0, h_3). Faire l'application numérique (cf données exo précédent).

2. Cas quasi-statique : On pose successivement sur le piston des masses très petites en attendant à chaque fois que les équilibres mécanique et thermique soient atteints. On répète l'opération jusqu'à ce que la surcharge totale soit égale à M_0. Calculer le travail reçu par l'air du cylindre, ainsi que l'état final (P_2, T_0, h'_3). Faire l'application numérique et comparer les résultats obtenus à ceux de la question 1.

Exercice 8 : Calcul plus complet de la détente de Joule-Thomson

On reprend le même dispositif que celui vu en cours, mais on supprime une hypothèse simplificatrice : en amont et en aval du milieu poreux (ou de l'étranglement), la pression n'est pas uniforme le long de la canalisation. Elle est uniforme sur une section de la canalisation, mais si l'on se déplace *le long de la canalisation*, la pression varie. La pression en aval du milieu poreux reste en tout point inférieure à celle en amont.

Les autres hypothèses vues en cours sont conservées. On va voir que le résultat établi en cours se généralise à cette situation plus générale, en effectuant le raisonnement à l'échelle mésoscopique.

1. Définir un axe $\overrightarrow{e_x}$ le long de la canalisation. La pression est donc une fonction de x. On considère le système mésoscopique suivant :

- une tranche de fluide, de section égale à celle de la canalisation, et de largeur dx
- à l'instant initial, elle est située en x_1 en amont du milieu poreux
- à l'instant final, elle est située en x_2 en aval

Faire un schéma pour synthétiser les données ci-dessus.

2. En effectuant un raisonnement identique à celui de cours, mais en considérant cette fois la tranche de fluide définie ci-dessus, montrer que l'enthalpie dH de ce système est identique à l'état initial et à l'état final.

3. En considérant un volume élémentaire de fluide, définir l'enthalpie massique h du fluide, à partir de l'enthalpie dH de ce volume élémentaire, et de sa masse dm. Déduire de la question précédente que l'enthalpie massique du fluide se conserve dans la détente de Joule-Thomson.

On supprime enfin une dernière hypothèse simplificatrice : on ne néglige plus l'énergie cinétique du fluide en écoulement dans le bilan d'énergie effectué ci-dessus.

4. Définir l'énergie cinétique massique e_c du système mésoscopique étudié précédemment, à partir de l'énergie cinétique de la tranche dE_c et de sa masse dm.

5. Montrer qu'en fait, c'est la quantité $h + e_c$ qui se conserve au cours de la détente de Joule-Thomson.

Exercice 9 : Détente de Joule-Gay-Lussac d'un gaz de VdW

On considère la détente de Joule-Gay-Lussac d'un gaz de Van der Waals. On donne l'expression de son énergie interne, ainsi que son équation d'état.

$$U = nC_{V_m}T - \frac{n^2a}{V^2} + U_0$$

$$\left(P + \frac{n^2a}{V^2}\right)(V - nb) = nRT$$

où U_0, a et b sont des constantes.

1. Montrer que la variation de température au cours de la détente permet de mesurer a.

2. Calculer numériquement a pour $\Delta T = -5{,}4\ K$. La capacité thermique molaire a la même valeur que celle d'un gaz parfait monoatomique.

Exercice 10 : Détente de Joule-Thomson d'un gaz réel

Un gaz a pour équation d'état, b étant une constante positive :

$$P(V - b) = nRT$$

On suppose que son énergie interne ne dépend que de la température (il suit la première loi de Joule).

1. Déterminer la relation qui lie C_{P_m} et C_{V_m}. On supposera que la capacité thermique à volume constante ne dépend pas de la température (comme pour un gaz parfait).

2. Une mole de ce gaz subit une détente de Joule-Thomson qui fait passer sa pression de P_1 à P_2. Exprimer la variation ΔT en fonction de b, C_{P_m} et ΔP. Conclure quant à l'utilité de ce problème pour l'étude de ce type de gaz réels.

Exercice 11 : Etude d'un cycle résistant

Une mole de gaz parfait monoatomique $\left(\gamma = \frac{5}{3}\right)$ subit successivement les évolutions quasi-statiques suivantes :

- une compression adiabatique de l'état A à l'état B ($T_A = 300\ K$, $T_B = 360\ K$)
- une évolution isobare de l'état B à l'état C $T_C = T_A = 300\ K$
- une détente isotherme ramenant à l'état A

1. Représenter les diverses évolutions en coordonnées de Clapeyron.

2. Exprimer puis calculer (en fonction des paramètres d'état) les grandeurs W, Q et ΔU pour les évolutions AB, BC et CA, et pour l'ensemble du cycle obtenu. Discuter le signe de W_{cycle}.

Exercice 12 : Etude d'un cycle moteur

On considère le cycle suivant décrit par deux moles de gaz parfait ($\gamma = 1{,}4$), les évolutions étant quasi-statiques :

- une compression isotherme de A à B, avec $P_A = 1\ bar$ et $T_A = 298\ K$
- un échauffement isobare de B à C avec $T_C = 400\ K$
- une détente adiabatique de C à A

1. Représenter le cycle en coordonnées de Clapeyron.

2. Déterminer les coordonnées des points A, B et C dans ce diagramme.

3. Exprimer, puis calculer numériquement, les travaux et transferts thermiques reçus par le gaz lors des différentes transformations.