

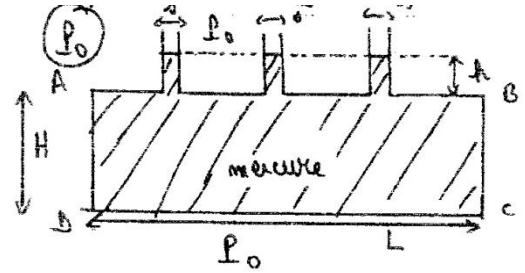
Exercices – Révisions Statique des fluides

Exercice 1 : Résultante des forces de pression (calcul intégral) ⚙

ABCD est un récipient parallélépipédique rectangle, de largeur ℓ rempli avec du mercure. Ce récipient est ouvert sur l'atmosphère (pression P_0) par l'intermédiaire de trois tubes de section s .

Données : masse volumique de Hg $13,6 \text{ g.cm}^{-3}$

1. Déterminer la résultante des forces de pression exercées par le mercure sur le fond du récipient.
2. Déterminer la résultante des forces de pression exercées par le mercure sur la paroi rectangulaire AD.



Exercice 2 : Mesure de la porosité (MPonts 2005) ⚙

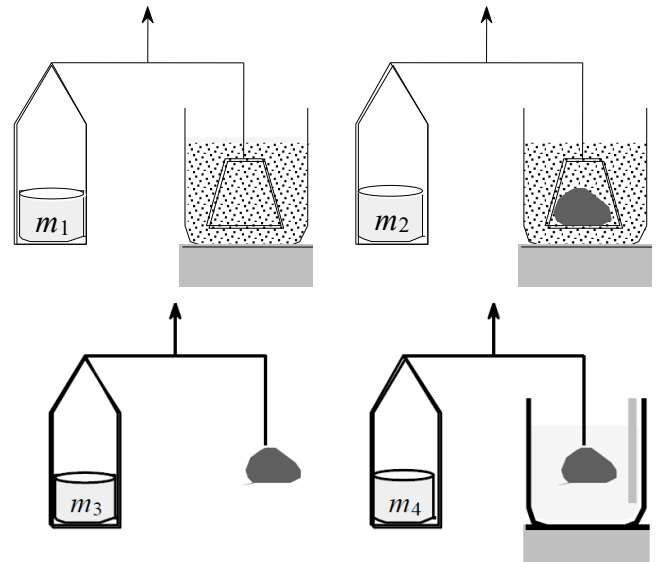
Un échantillon de roche-réservoir de pétrole, de volume total V_T , est constitué d'un volume solide V_S et d'un volume de pores V_P . On appelle porosité le rapport $\phi = \frac{V_P}{V_T}$. Pour mesurer la porosité d'un échantillon, on peut procéder par mesures de poussées d'Archimède sur des corps immergés dans divers liquides.

a) Mesure du volume total V_T

L'appareil représenté ci-contre mesure la poussée d'Archimède exercée par le mercure, de masse volumique μ_{Hg} , sur l'échantillon immergé.

Cet échantillon est disposé sur une nacelle, qui subit elle-même la poussée d'Archimède. La mesure procède en deux temps. Dans un premier temps, on équilibre la balance avec la nacelle seule ; dans un second temps, on équilibre la balance avec la nacelle chargée par l'échantillon. On suppose que le mercure ne pénètre pas dans les pores et l'on ne tient pas compte de la variation du niveau du mercure entre les deux manipulations.

Les masses m_i sont les masses nécessaires pour réaliser l'équilibre de la balance dans chaque configuration. Elles sont ajustées lors du protocole et sont donc connues. Grâce à ce procédé, exprimer V_T en fonction de m_1 , m_2 , de la masse de l'échantillon m , et de μ_{Hg} .



b) Mesure de $V_S = V_T - V_P$

La balance est équilibrée, d'abord avec l'échantillon suspendu dans l'air, ensuite avec l'échantillon immergé dans un liquide solvant de masse volumique μ_{sol} , qui envahit tous ses pores.

Exprimer V_S en fonction de m_3 , m_4 et de μ_{sol} .

➤ En déduire la porosité de l'échantillon.

Exercice 3 : Force de pression sur un barrage

On s'intéresse à un barrage constitué d'un mur droit vertical. La hauteur d'eau est $h = 5 \text{ m}$. La largeur de la retenue d'eau est $\ell = 4 \text{ m}$. Calculer la force exercée par l'eau sur le barrage sachant que la pression atmosphérique est $P_0 = 1 \text{ bar}$.

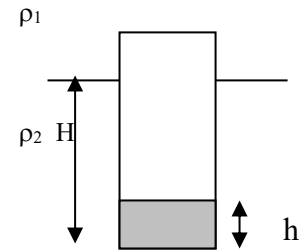
Exercice 4 : Mini résolution de PB

Le roi Hiéron souhaite vérifier que sa couronne est bien en or pur. Comment peut-il procéder, sans détériorer la couronne ? Estimer un ordre de grandeur des paramètres physiques que vous vous proposez de mesurer, ainsi qu'un ordre de grandeur de l'incertitude. *Masse volumique de l'or : $19,3 \cdot 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$.*

Exercice 5 : Equilibre d'un godet

Un godet en verre à parois minces de masse m (sa masse est toute concentrée dans le fond en verre du godet, en gris sur le dessin) flotte verticalement à la surface de séparation de deux liquides de masses volumiques ρ_1 et ρ_2 . Déterminer la profondeur d'immersion H du godet si le fond du godet a une épaisseur h et une section S , et si le godet est rempli d'un liquide de masse volumique ρ_1 .

Réponse : $H = (m - \rho_1 h S) / (\rho_2 - \rho_1) S$



Exercice 6 : Bulle d'air

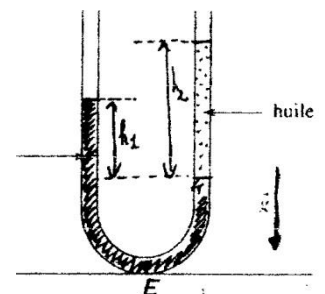
Une bulle d'air de rayon $R = 1 \text{ mm}$, s'élève du fond d'un lac profond de $20,4 \text{ m}$. La température du fond est 7°C , la température de surface est 27°C . Quel est le rayon de la bulle lorsqu'elle atteint la surface. ($P_{\text{surface}} = 1 \text{ bar}$, $\rho_{\text{eau}} = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$)

Réponse : $R_{\text{surface}} = 1,086 \text{ mm}$.

Exercice 7 : Dénivellation dans un tube en U

On considère un tube en U contenant initialement de l'eau.

1. On verse alors un peu d'huile dans une des branches du tube en U. Expliquer pourquoi à l'équilibre mécanique l'huile se situe au-dessus de l'eau.
2. Exprimer le rapport h_1/h_2 entre les altitudes des deux surfaces libres (i.e. à l'air libre) en fonction des masses volumiques de l'eau et de l'huile.



Exercice 8 : Verre d'eau et feuille de papier

On remplit complètement d'eau un verre cylindrique de hauteur $h = 10 \text{ cm}$ et de rayon $r = 3 \text{ cm}$. On pose sur ce verre une feuille de papier, puis on retourne l'ensemble : on constate que la feuille reste « collée » au verre, et que l'eau ne se renverse pas. Expliquer qualitativement cette observation.

Exercice 9 : Intérêt du Théorème d'Archimède

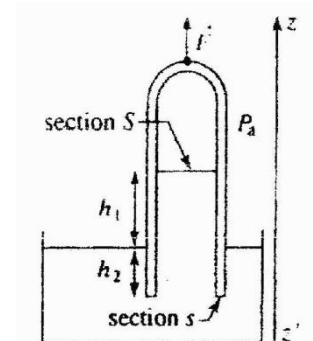
Avec quelle force $\vec{F}$ faut-il tirer sur l'éprouvette (masse m) pour la maintenir immobile ?

NB : la section notée « petit s » représente la surface formée par une section du tube.

La section notée « grand S » représente la surface occupée par l'eau à l'intérieur du tube.

1. Effectuer le calcul en utilisant le théorème d'Archimède.

2. Même question, mais en calculant directement la résultante des forces de pression exercées sur l'éprouvette. Conclure quant à l'utilité du Th. d'Archimède.



Exercice 10 : Ballon sonde

Un ballon sonde est constitué d'une enveloppe déformable souple, fermée, renfermant une masse constante d'hélium assimilé à un gaz parfait, de masse molaire $M = 4 \text{ g.mol}^{-1}$. Une « nacelle » est suspendue au ballon, pour y déposer le matériel nécessaire au vol. La masse de la nacelle et du matériel qu'elle contient est m' , celle de l'enveloppe est négligeable (pas celle de l'hélium !). On assimilera l'air à un gaz parfait.

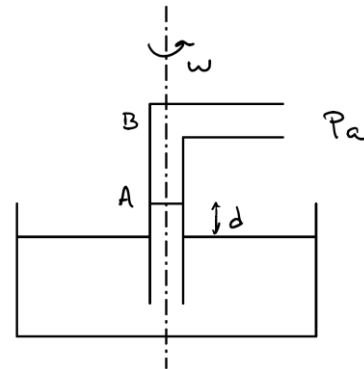
Le volume initial de l'enveloppe au niveau du sol est $V_0 = 100 \text{ m}^3$, celui de la nacelle est négligeable. Au niveau du sol, la pression atmosphérique est $P_0 = 10^5 \text{ Pa}$, la température de l'atmosphère est uniforme : $T_0 = 280 \text{ K}$.

1. Calculer la valeur maximale $m'_{\max}$ de la masse de la nacelle pour que le ballon puisse décoller. Quelle serait l'accélération du dispositif au décollage si $m' = 10 \text{ kg}$? (souvenez-vous que la relation de la statique des fluides est une simple RFD au repos)
2. Le volume du ballon ne peut pas dépasser une valeur notée $V_1 = 3V_0$: une fois ce volume atteint, le ballon éclate. Montrer que cela implique l'existence d'une altitude maximale $h_{\max}$ pour le ballon sonde.

Exercice 11 : Dénivellation dans un tube coudé en rotation

Soit un tube coudé en rotation autour d'un axe fixe dans le référentiel terrestre galiléen, à la vitesse angulaire constante ω . La partie horizontale du tube coudé est de longueur L (on néglige le diamètre du tube devant L).

L'air atmosphérique (donc hors du tube) est de masse volumique ρ_a uniforme et de pression P_a . A sa base, le tube trempe dans l'eau.



On observe expérimentalement qu'en régime permanent :

- l'eau et l'air dans le tube sont immobiles dans le référentiel du tube
- l'eau monte dans le tube sur une hauteur d par rapport à la surface libre de l'eau dans le reste de la cuve

Dans le référentiel lié au tube, on repère un point M quelconque dans le fluide par sa coordonnée verticale z et sa coordonnée horizontale x . On prend $x = 0$ au niveau de l'axe de rotation.

Dans l'air du tube, on néglige la dépendance des champs avec la position verticale.

1. On considère une tranche d'air dans le tube située dans la partie horizontale du tube, et comprise entre les abscisses x et $x + dx$. Quelles sont les forces subies par cette tranche élémentaire d'air ?

Dans un premier temps, et contrairement à la pression, on suppose que la masse volumique de l'air dans le tube reste égale à celle de l'air atmosphérique ρ_a .

2. En projetant le PFD appliqué à cette tranche selon l'horizontale, établir l'EDiff reliant $\frac{dP}{dx}$, ρ_a , x et ω .

3. En déduire l'expression de $P(x)$ pour l'air situé dans la partie horizontale du tube en fonction de P_a , ω , L et x .

4. Déterminer la dénivellation d de l'eau dans le tube. (On rappelle qu'on néglige la dépendance des champs avec la position verticale, ainsi on néglige la variation de pression entre les points A et B dans la partie verticale du tube)

5. Considérations numériques : en prenant une valeur numérique raisonnable de L , estimer la vitesse angulaire nécessaire pour observer $d = 1 \text{ cm}$.

A présent, on tient compte de la variation de la masse volumique de l'air dans le tube. La température de l'air T_a est supposée uniforme, dans le tube et hors du tube.

6. Déterminer la nouvelle expression de $P(x)$ en fonction de P_a , ω , L , M_{air} , T_a , R et x .

7. Compte-tenu des valeurs numériques (les mêmes que celles de la question 5, faire un développement limité et montrer que l'expression obtenue est la même que celle de la question 3.

Des observations courantes montrent que la surface d'un liquide présente une certaine élasticité qui tend à s'opposer à sa déformation. De façon générale, une interface entre deux phases représente un coût en énergie que l'interface cherche à minimiser en réduisant sa surface. C'est pourquoi, par exemple, une bulle d'eau savonneuse adopte une forme sphérique. Cette énergie de surface est caractérisée par le coefficient de tension superficielle γ de l'interface, grandeur homogène à une énergie surfacique et usuellement exprimée en $\text{N} \cdot \text{m}^{-1}$.

Grâce à ces effets de surface, une goutte d'eau au contact d'une surface plane peut y rester accrochée. C'est notamment le cas des gouttes de pluie sur une vitre ou un pare-brise. Mais certaines surfaces sont connues pour laisser glisser très facilement l'eau de pluie. L'exemple le plus connu est celui des feuilles de lotus.

III.1 - Mesure d'une tension superficielle

À l'intérieur de toute bulle, le coefficient de tension superficielle γ de l'interface entre le liquide et le gaz est à l'origine d'une surpression ΔP donnée par la loi de Laplace : $\Delta P = \frac{4\gamma}{R}$ où R est le

rayon de la bulle. La mesure de la surpression dans une bulle peut être mise à profit pour déterminer la tension superficielle de l'interface entre l'eau savonneuse et l'air, comme cela a été proposé par F. et P.S. Behrooz en 2011 dans l'*American Journal of Physics*. Leur dispositif est constitué d'un mini compte-gouttes en verre vertical (G), relié d'un côté à un tuyau flexible (T) rempli en partie par un bouchon d'eau mobile (B) et de l'autre côté à un manomètre à eau (**figure 5 (a)**).

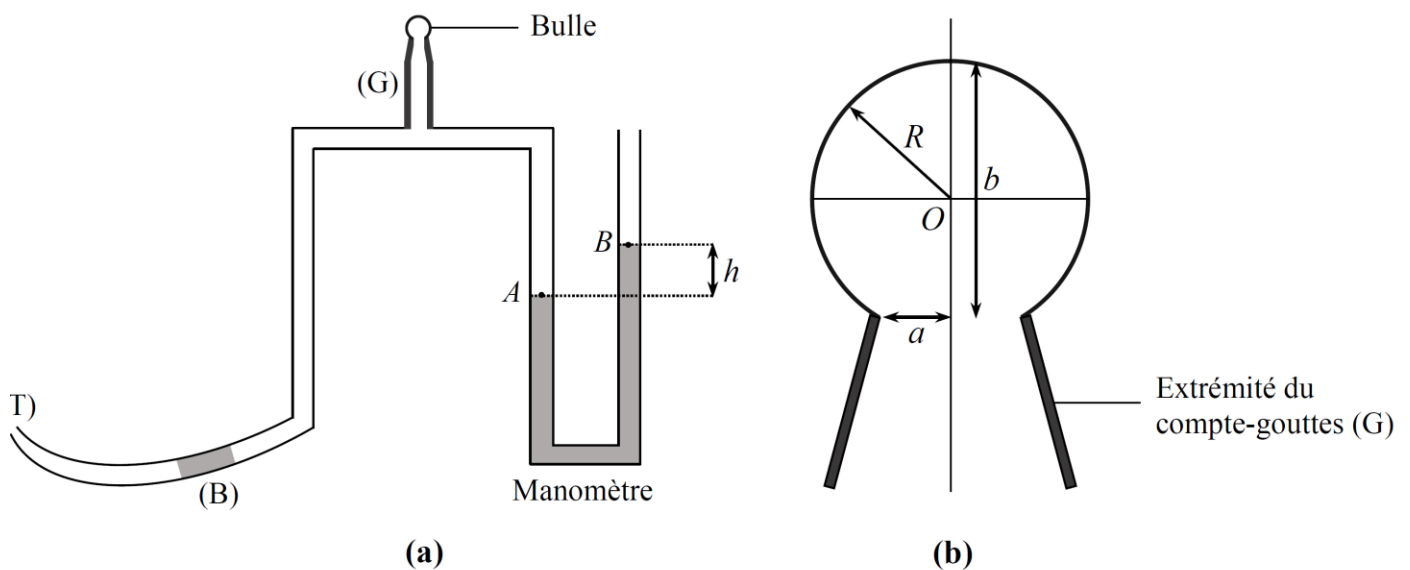


Figure 5 - (a) Dispositif expérimental pour générer une bulle et mesurer sa surpression
(b) Extrémité du compte-gouttes (G) et caractéristiques géométriques de la bulle

L'expérience consiste à couvrir l'extrémité du compte-gouttes d'un film d'eau savonneuse, la dénivellation h du manomètre étant nulle, puis à déplacer doucement le bouchon d'eau en élevant ou en abaissant l'extrémité du tuyau flexible de façon à générer une bulle de taille millimétrique.

Une fois la bulle formée, on bouche l'extrémité du tuyau flexible de façon à maintenir constante la surpression ΔP dans la bulle. On mesure alors la dénivellation h dans le manomètre à eau et, à l'aide d'une caméra, la hauteur b de la bulle assimilée à une portion de sphère (**figure 5 (b)**).

Q22. Exprimer le rayon R de la bulle en fonction du rayon d'ouverture a du compte-gouttes et de la hauteur b de la bulle.

Q23. Relier la surpression ΔP dans la bulle à la dénivellation h dans le manomètre à eau, de masse volumique ρ_e .

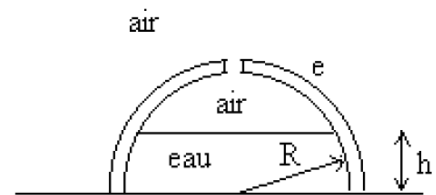
Q24. En déduire l'expression du coefficient de tension superficielle γ de l'interface entre l'eau savonneuse et l'air en fonction de h , a , b , ρ_e et de l'intensité de la pesanteur g . Calculer γ pour $b = 2a = 2,0 \text{ mm}$ et $h = 9,0 \text{ mm}$. Comparer au coefficient de tension superficielle γ_e de l'interface eau/air, égal à $0,073 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ à 20°C et proposer une explication.

ResPB : cloche soulevée par les eaux

Calculs d'intégration en coordonnées sphériques, avec un peu de trigo

Une cloche hémisphérique (rayon R , épaisseur $e \ll R$, masse m) repose sur un plan horizontal. Elle contient de l'eau jusqu'à une hauteur h . Un orifice pratiqué au sommet permet de maintenir la pression atmosphérique à l'interface eau/air. L'épaisseur de paroi e est suffisamment faible pour considérer comme identiques les surfaces intérieure et extérieure de la cloche.

Montrer qu'il existe une hauteur critique h_c de h au delà de laquelle l'équilibre est rompu (la cloche se soulève)



Application numérique : cloche en verre de densité $d = 2,5$ telle que $e/R = 0,02$