

Electromagnétisme Chap.8 – ARQS magnétique – Phénomène d'induction

1. ARQS magnétique

- 1.1. Définition de l'ARQS
- 1.2. ARQS magnétique : nullité du courant de déplacement
- 1.3. Deux conséquences de l'ARQS magnétique

2. Lois générales de l'induction dans l'ARQS magnétique

- 2.1. (*Rappel*) Loi de Faraday
- 2.2. (*Rappel*) Schéma équivalent d'un circuit filiforme (quasi-)fermé en présence d'induction
- 2.3. (*Rappel*) Loi de Lenz : une loi de modération
- 2.4. (*Rappel*) Cas d'une spire fixe en présence d'un champ dépendant du temps
- 2.5. (*Rappel*) Cas d'une spire mobile dans un champ stationnaire
- 2.6. Courants de Foucault dans un conducteur 3D

3. Auto-induction – Induction mutuelle (cadre ARQS)

- 3.1. (*Rappel*) Modélisation simplifiée d'un bobinage
- 3.2. (*Rappel*) Proportionnalité entre le champ magnétique et le courant qui le crée
- 3.3. (*Rappel*) Auto-induction : coefficient d'inductance propre
- 3.4. (*Rappel*) Mutuelle inductance : coefficients d'inductance mutuelle
- 3.5. Energie magnétique stockée par un circuit isolé
- 3.6. Energie magnétique stockée par un ensemble de deux circuits couplés par mutuelle
- 3.7. Exemples de couplage magnétique (parfait ou partiel)

4. Retour sur quelques notions de PCSI

- 4.1. Dispositif des rails de Laplace : interaction de deux tiges
- 4.2. Couple de Laplace sur un cadre rectangulaire
- 4.3. Moment magnétique – Aimants

Intro : On peut observer qu'un aimant en mouvement à l'intérieur d'une bobine génère une différence de potentiel à ses bornes, voire un courant si la bobine est connectée à un circuit fermé : *c'est le phénomène d'induction*, décrit en PCSI. On approfondit l'étude de ce phénomène dans ce chapitre, en revenant notamment sur les méthodes classiques pour étudier l'induction en exercice.

1. ARQS magnétique

1.1. Définition de l'ARQS

Comme en première année (étude des circuits électriques), les *régimes lentement variables*, appelés aussi *régimes quasi-stationnaires* ou *quasi-permanents*, caractérisent les situations où la vitesse de propagation de l'onde électromagnétique peut être considérée comme infinie.

Lors d'une modification en un point d'un circuit électrique, cette modification ne se fait pas ressentir instantanément en tout point du circuit. L'information est propagée par une onde électromagnétique. Dans le cadre de l'ARQS, on *néglige la durée de propagation de cette onde* d'un bout à l'autre du circuit *devant la durée caractéristique du régime variable* (ex : la période, si les signaux sont harmoniques).

En régime sinusoïdal, c'est équivalent à négliger la dimension du circuit devant la longueur d'onde de l'onde électromagnétique.

1.2. ARQS magnétique : nullité du courant de déplacement

ARQS magnétique

L'Approximation des RQS 'magnétique' revient à négliger le courant de déplacement dans l'équation de M-A :

$$\overline{\text{rot}}(\vec{B}) = \mu_0 \vec{j}$$

- ❖ En notant L la longueur du circuit, T la période d'évolution des champs, et sachant que $c^2 \epsilon_0 \mu_0 = 1$, montrer par analyse dimensionnelle (ou « raisonnement par ordre de grandeur », comme en mécanique des fluides) que le terme de courant de déplacement de l'équation de Maxwell-Ampère est négligeable devant le rotationnel de B dans le cadre de l'ARQS magnétique.

On notera que l'ARQS « magnétique » suppose que le champ électrique est essentiellement créé par les variations temporelles du champ magnétique : ce ne sont pas les charges électriques qui sont les sources du champ.

Cela implique que l'ARQS magnétique n'est pas applicable dans l'espace inter-armature d'un condensateur par exemple. Il existe pour ce type de situation une autre ARQS, « l'ARQS électrique ».

1.3. Deux conséquences de l'ARQS magnétique

1^{re} conséquence de l'ARQS

Les lois de la magnétostatique se généralisent aux cas des régimes lentement variables, car le Théorème d'Ampère est valide.

2^e conséquence de l'ARQS

La loi des nœuds est valide dans le cadre de l'ARQS

- ❖ Démontrer cette deuxième conséquence (même démonstration que l'établissement de l'équation locale de conservation de la charge à partir des équations de Maxwell, cf. chapitre 1)

L'ARQS magnétique est un cadre théorique important car valide pour de nombreuses applications, industrielles notamment : définition des inductances propres et mutuelles, transformateurs, effets inductifs dans les circuits électriques, freinage par courants de Foucault, machines électriques (moteurs et alternateurs), etc.

2. Lois générales de l'induction dans l'ARQS magnétique

2.1. (Rappel) Loi de Faraday

Loi de Faraday

On considère un **circuit filiforme fermé**, ou dont l'ouverture est très étroite devant la longueur du circuit.
S'il est plongé dans un champ magnétique dont le **flux Φ à travers le circuit** varie avec le temps,
il est alors le siège d'une **force électromotrice e** telle que :

$$e = - \frac{d\Phi}{dt}$$

où $\Phi = \iint \vec{B} \cdot \vec{dS}$ est le flux du champ magnétique à travers la surface délimitée par le circuit fermé
où $e \stackrel{\text{def}}{=} \oint \vec{E} \cdot \vec{d\ell}$ est la **circulation du champ électrique le long du circuit** (en Volts)

- ❖ Démontrer cette loi à partir de l'équation de M-F. Peut-on encore affirmer que le champ électrique est un champ de gradient ?

2.2. (Rappel) Schéma équivalent d'un circuit filiforme (quasi-)fermé en présence d'induction

Schéma équivalent d'un conducteur ohmique soumis à l'induction

Après avoir orienté le courant qui le traverse, un circuit filiforme fermé (ou quasi-fermé)
est modélisable par le schéma électrique équivalent suivant :

sa résistance **R** , en série avec une source idéale de tension **e** (orientée en convention générateur).

- ❖ En déduire ce qu'on appelle parfois « la loi d'ohm généralisée » aux bornes A-B d'un circuit quasi-fermé soumis à l'induction (convention récepteur) :

$$u_{AB} = R_{AB} i_{AB} - e_{AB}$$

Il est préférable de ne pas apprendre cette formule par cœur, car elle dépend de la convention d'orientation du dipôle formé par le circuit. Il vaut mieux la retrouver à chaque fois à l'aide du schéma équivalent précédent

Les 3 situations simples où l'on peut utiliser Faraday et le schéma équivalent

Circuit fixe dans un champ uniforme variable dans le temps

Circuit mobile dans un champ permanent non-uniforme

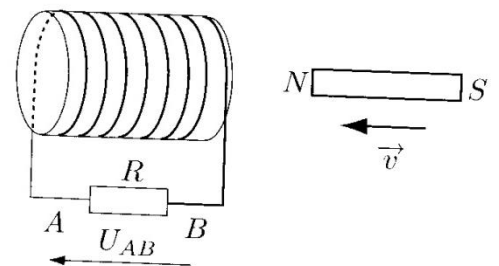
Circuit déformable dans un champ permanent et uniforme

On peut bien-sûr imaginer la situation générale où le circuit est mobile et se déforme dans un champ quelconque

Remarque : Si un tronçon de conducteur *non-fermé* est en mouvement par rapport aux lignes de champ magnétique, l'induction existe toujours et une f.é.m. apparaît tout le long du tronçon. Cette f.é.m. n'est par contre plus calculable par la loi de Faraday que l'on a vue. Il faut faire appel à la notion de « champ électromoteur » (hors nouveaux programmes) ou à la notion de « flux coupé » (hors programme depuis longtemps).

Exo pour se familiariser avec les conventions d'orientation et les signes :

On déplace un barreau aimanté à vitesse constante vers l'intérieur d'une bobine. On rappelle que le champ magnétique créé par un aimant sort de l'aimant par le pôle nord, et y entre par le pôle sud. Localement au niveau du pôle nord, le champ est colinéaire au barreau.



- ❖ Quel est le signe de la différence de potentiel U_{AB} ?

2.3. (Rappel) Loi de Lenz : une loi de modération

Loi de Lenz

Les conséquences de l'induction tendent à s'opposer aux causes qui lui ont donné naissance.

- ❖ Dans chacun des deux exemples suivants (spire fixe dans champ dépendant du temps, puis spire mobile dans champ non-uniforme), une des questions consiste à remarquer comment se manifeste cette loi de modération. Trouver laquelle !

2.4. (Rappel) Cas d'une spire fixe en présence d'un champ dépendant du temps

Soit une spire circulaire de rayon a , horizontale, plongée dans un champ magnétique vertical, uniforme et variable dans le temps : $\vec{B} = B_0 \cos(\omega t) \vec{e}_z$

- ❖ Déterminer la fém induite dans la spire.
- ❖ La résistance totale de la spire vaut R . En vous appuyant sur un schéma électrique équivalent de la spire, en déduire l'intensité du courant induit dans la spire.
- ❖ En plaçant un ampèremètre sur la spire, expliquer comment utiliser ce dispositif pour mesurer le champ magnétique environnant. L'utilisation d'un bobinage (N spires) permet-il d'optimiser le dispositif ?
- ❖ Qu'en est-il si l'on ouvre légèrement la spire et que l'on mesure la tension à ses bornes ?
- ❖ Déterminer qualitativement la direction et le sens du champ magnétique créé par le courant circulant dans la spire. Que remarque-t-on ?

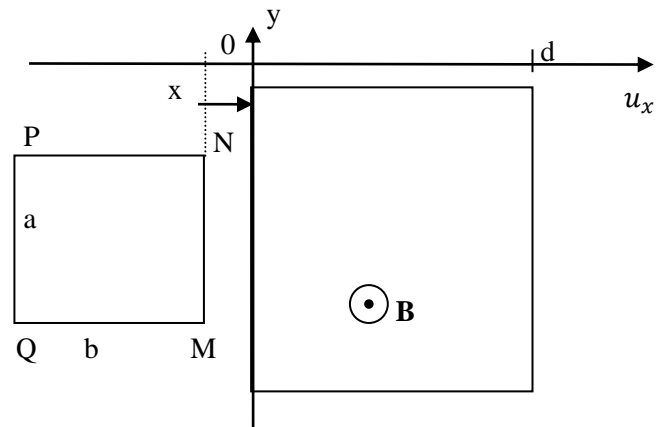
2.5. (Rappel) Cas d'une spire mobile dans un champ stationnaire

Un cadre métallique rectangulaire mobile de côtés a et b , de résistance R , est en translation parallèlement à Ox .

Il traverse une zone de longueur $d > b$ dans laquelle règne un champ magnétique uniforme \vec{B} .

En dehors de cette zone on admet que le champ est nul. On néglige l'effet de la pesanteur sur le cadre.

La vitesse du cadre avant qu'il ne pénètre dans la zone est $\vec{v}_0 = v_0 \vec{u}_x$.



- ❖ Expliquer qualitativement ce qu'il se passe pour le cadre lorsqu'il pénètre dans la zone magnétique
- ❖ Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $v(t)$ en posant $\alpha = B^2 a^2 / mR$
- ❖ En déduire celle vérifiée par $v(x)$. La résoudre et montrer que $v(x)$ est une fonction affine.
- ❖ On note v_1 la vitesse du cadre lorsqu'il a entièrement pénétré dans la zone. Quelle valeur limite doit prendre v_0 pour que le cadre puisse effectivement pénétrer dans la zone ?
- ❖ Pendant la phase de pénétration, déterminer la puissance des forces de Laplace agissant sur le cadre
- ❖ Déterminer aussi la puissance fournie par la f.é.m. au circuit. Conclure.

*La puissance fournie aux électrons par la f.é.m. d'induction est opposée à la puissance mécanique reçue par la barre soumis aux forces de Laplace. Ce résultat est général et traduit la **conversion électro-mécanique**.*

Une façon de se souvenir intuitivement de ce résultat est de remarquer que :

- lorsque les forces de Laplace tendent à ralentir un conducteur, la f.é.m. tend à créer/amplifier le courant
- lorsque les forces de Laplace tendent à accélérer un conducteur, la f.é.m. tend à diminuer le courant

2.6. Courants de Foucault dans un conducteur 3D

C'est le nom donné aux *courants induits dans un conducteur volumique* (i.e. 3D, non-assimilable à un fil). Quelques applications des courants de Foucault :

- plaques à induction (cuisinières)
- freinage poids lourds

Si l'on souhaite étudier l'existence de courants de Foucault dans un conducteur 3D, on doit déterminer le courant induit en chaque point du conducteur : c'est une étude locale. Il faut donc utiliser les équations de Maxwell. Contrairement à la magnétostatique, il existe un champ électrique, généré par les variations temporelles du champ magnétique : on parle de *champ électrique induit*. C'est ce champ qui met en mouvement les porteurs de charge du conducteur via la composante électrique de la force de Lorentz. Lors de l'étude des circuits filiformes, ce rôle était joué par la force électromotrice, qui n'était rien d'autre que « la version intégrée » du champ électrique induit.

On étudie ci-dessous un dispositif simple : un conducteur ohmique cylindrique homogène, soumis à un champ magnétique extérieur parallèle à son axe, oscillant et uniforme. On souhaite décrire les courants de Foucault induits, ainsi que les pertes par effet Joule qu'ils engendrent.

Soit un cylindre métallique d'axe Oz, de hauteur h et de rayon $a \ll h$, soumis à un champ magnétique uniforme et oscillant sinusoidalement dans le temps :

$$\vec{B} = B_0 \cos(\omega t) \vec{u}_z$$

Ce champ peut par exemple avoir été réalisé par un solénoïde entourant le conducteur métallique.

La conductivité du métal est γ . On se place en coordonnées cylindriques bien-sûr.

Hypothèse simplificatrice : on admet que le champ magnétique induit (i.e. créé par les courants induits) est négligeable devant le champ appliqué : en conséquence le champ à l'intérieur du conducteur est identique au champ extérieur appliqué (pour les 5/2 : cela est équivalent à négliger l'effet de peau)

❖ A l'aide des équations de Maxwell, rappeler qualitativement pourquoi ce champ magnétique variable induit des courants dans le conducteur. La densité de ces courants est notée $\vec{j}(M)$, M étant un point dans le conducteur

⊛ Indépendamment de la situation étudiée, en remarquant d'après les équations de Maxwell que le terme $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ joue pour \vec{E} le rôle que le courant \vec{j} joue pour \vec{B} , et par analogie avec les règles vues en magnétostatique, montrer que le champ électrique induit est orienté selon \vec{u}_θ (à admettre si trop compliqué !)

❖ En déduire que le courant induit \vec{j} est orienté selon \vec{u}_θ . En repérant les invariances du champ $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$, donner la dépendance de $\vec{j}(M)$ avec les coordonnées du point M où on l'évalue.

❖ Déterminer alors \vec{j} de deux manières différentes :

- en utilisant sa version intégrée (loi de Faraday) sur une ligne de courant
- à l'aide de Maxwell-Faraday en utilisant le formulaire ci-dessous

$$\text{On donne : } \vec{rot} \vec{A} \cdot \vec{u}_z = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_\theta) - \frac{1}{r} \frac{\partial A_r}{\partial \theta}$$

❖ Etablir l'expression de la puissance dissipée par effet Joule dans le cylindre, moyennée sur une période :

$$\langle P_{\text{Joule}} \rangle = \frac{\pi}{16} \gamma B_0^2 \omega^2 a^4 h$$

❖ Comment régler les paramètres afin d'optimiser ce dispositif pour chauffer des casseroles par induction ?

❖ On remplace le barreau précédent par N petits barreaux isolés de rayons $a' < a$, de hauteur h remplissant le même volume (N grand). Calculer la puissance moyenne dissipée par effet Joule dans cet ensemble. Conclure sur l'utilité du feuilletage des tôles pour diminuer les pertes énergétiques dues aux courants de Foucault, lorsque ceux-ci sont indésirables

⊛ (*bonus hors programme, dur !*) En considérant les courants induits comme un emboîtement de solénoïdes, déterminer le champ magnétique induit sur l'axe du cylindre, et montrer qu'il est bien négligeable devant le

champ extérieur si $a \ll \delta$, avec $\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \gamma \omega}}$ (épaisseur de peau)

Remarque : Les cuisinières à induction génèrent des champs d'intensité de l'ordre du champ terrestre $0,5 \cdot 10^{-4} T$. La fréquence du champ est de l'ordre de qq 10 kHz .

Remarque : On peut montrer que les effets du champ magnétique induit (créé par les courants induits) doivent être pris en compte lorsque « l'effet de peau » n'est plus négligeable. Nous décrivons ce phénomène lors de l'étude des ondes électromagnétiques, mais on peut déjà le décrire ici. L'effet de peau désigne le fait que les courants sont localisés dans une petite épaisseur au bordure du cylindre de l'exemple étudié. Pour être plus précis, ils existent en tout point du cylindre, mais leur intensité décroît exponentiellement lorsqu'on s'approche de l'axe du cylindre, avec une distance caractéristique que l'on nomme « épaisseur de peau ». On montre aussi que les autres champs (champ électrique et champ magnétique) sont aussi localisés dans l'épaisseur de peau et sont presque nuls au centre du cylindre. Ce phénomène n'apparaît que lorsque la fréquence est suffisamment élevée. On peut retenir que l'effet de peau est significatif lorsque le *champ magnétique induit* n'est plus négligeable (on l'a négligé dans notre étude).

A noter que cette tendance du *champ magnétique induit* à annuler le courant (et le champ électromagnétique) au centre du cylindre est une manifestation élégante de la loi de Lenz. C'est surtout le centre qui est touché, car les bords du conducteur sont au contact de l'air, zone dans laquelle il n'y a pas d'induction. Les bords sont donc moins soumis aux effets de l'induction. C'est pourquoi les champs tendent à s'annuler au centre, et persistent sur les bords.

3. Auto-induction – Induction mutuelle (cadre ARQS)

Tout ce qui concerne l'auto-induction et l'induction mutuelle sera étudié dans le cadre de l'ARQS.

3.1. (Rappel) Modélisation simplifiée d'un bobinage

Tout ce qui suit est valable pour les circuits filiformes fermés, mais les coefficients d'inductance prennent des *valeurs non-négligeables en présence de bobinages*, dont la géométrie amplifie les effets de l'induction.

*Sauf indication contraire, on modélisera toujours une couche de bobinage comme **une succession de spires jointives planes parcourues par le même courant**. Les espaces inter-spires seront négligés.*

3.2. (Rappel) Proportionnalité entre le champ magnétique et le courant qui le crée

Dans tous les exemples traités en magnétostatique, les champs magnétiques créés étaient proportionnels au courant qui leur donnait naissance. Cela se voit bien dans l'équation de M-Ampère en magnétostatique. Dans le cadre de l'ARQS, cette propriété reste donc valide.

3.3. (Rappel) Auto-induction : coefficient d'inductance propre

Un circuit traversé par un courant variable *crée à travers lui-même* un champ magnétique 'propre'. Le flux de ce champ propre à travers le circuit est proportionnel à $i_{propre}(t)$ et est appelé flux propre Φ_{propre} .

On parle *d'auto-induction*.

Définition de l'inductance propre
(ou coefficient d'auto-inductance)

$$L \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\Phi_{propre}}{i_{propre}}$$

où Φ_{propre} est le flux propre, créé par le circuit à travers lui-même.

$L \geq 0$ et ne dépend que de la **géométrie** du circuit.

Sa définition traduit simplement une relation de **proportionnalité** entre le flux et le courant qui le crée.

NB : On montrera plus loin que L est toujours positif

- ❖ Etablir l'expression de l'inductance d'un solénoïde de longueur ℓ , de section S , constitué de N spires, assimilé (pour le calcul du champ) à un solénoïde infini : $L = \mu_0 N^2 S / \ell$
- ❖ Démontrer l'expression $u = L \frac{di}{dt}$ admise jusqu'à présent en électrocinétique dans le cas d'un bobinage dont on néglige la résistance des fils

3.4. (Rappel) Mutuelle inductance : coefficients d'inductance mutuelle

Soient deux circuits C_1 et C_2 parcourus par les courants $i_1(t)$ et $i_2(t)$.

Le champ magnétique généré par C_1 crée dans C_2 un flux $\Phi_{1 \rightarrow 2}$, proportionnel à $i_1(t)$ dans le cadre de l'ARQS.
Le champ magnétique généré par C_2 crée dans C_1 un flux $\Phi_{2 \rightarrow 1}$, proportionnel à $i_2(t)$ dans le cadre de l'ARQS.

Définition des deux coefficients d'inductance mutuelle

$$M_{1 \rightarrow 2} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\Phi_{1 \rightarrow 2}}{i_1}$$

$$M_{2 \rightarrow 1} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\Phi_{2 \rightarrow 1}}{i_2}$$

Ils ne dépendent que de la **géométrie** de chaque circuit et de leur **disposition relative** l'un par rapport à l'autre.
Ils sont **algébriques** (comme les flux), leur signe dépend de l'orientation (arbitraire) des surfaces.
Leur définition traduit simplement une relation de **proportionnalité entre le flux et le courant qui le crée**.
Même unité que L : Henry (H)

Propriété (admise)

$$M_{1 \rightarrow 2} = M_{2 \rightarrow 1}$$

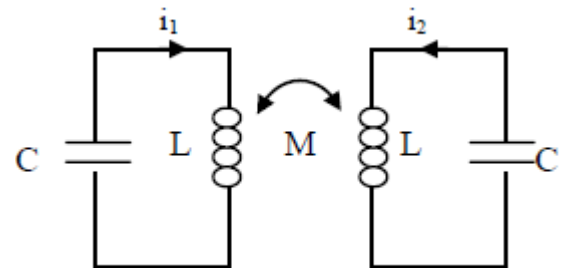
- ❖ En tenant compte des inductances propres et des inductances mutuelles, exprimer le flux magnétique total Φ_1 à travers le circuit C_1 en fonction de i_1 et i_2 . Idem pour le flux magnétique dans C_2 .

Deux schémas équivalents possibles d'un bobinage en présence de mutuelle induction

Soit on modélise le bobinage par une **inductance propre + une fém de mutuelle induction**
Soit on modélise le bobinage par une **fém « totale »** regroupant l'induction propre et mutuelle.

Exemple : Circuits couplés par mutuelle, deux bobines face-à-face

On considère les circuits ci-contre dans lequel les deux bobines et les deux condensateurs sont identiques ; les deux circuits sont dits couplés par leur coefficient d'inductance mutuelle M .



- ❖ Déterminer les équations différentielles vérifiées par i_1 et i_2 .

3.5. Energie magnétique stockée par un circuit isolé

On considère l'établissement du courant dans un circuit isolé de toute influence magnétique extérieure. La résistance du circuit est R et son inductance propre L . Ce circuit est relié à une source idéale de tension $E_1(t)$.

- ❖ Dessiner un schéma équivalent de ce circuit (modéliser l'induction propre par une fém)
- ❖ Par un bilan de puissance, déterminer l'expression de l'énergie magnétique emmagasinée par le circuit.
- ❖ Dans le cas d'un solénoïde (supposé infiniment long pour établir l'expression du champ), montrer que l'expression de l'énergie magnétique volumique du champ permet bien de retrouver l'expression de l'énergie magnétique stockée par la bobine.
- ❖ En déduire une conséquence sur le signe de l'inductance propre du solénoïde

Ce résultat est général, valable pour toute géométrie du circuit (pas uniquement solénoïde).

Energie stockée par un circuit
(généralement un bobinage)

$$E_{mag} = \frac{1}{2} Li^2$$

3.6. Energie magnétique stockée par un ensemble de deux circuits couplés par mutuelle

On considère l'établissement du courant dans deux circuits C_1 et C_2 couplés par mutuelle inductance. On tient aussi compte des inductances propres de chaque circuit. Le premier circuit est alimenté par une source idéale de tension $E_1(t)$, et le deuxième par une autre source $E_2(t)$.

- ❖ Dessiner un schéma équivalent des deux circuits (modéliser l'induction par une fém).
- ❖ Par deux bilans de puissance incluant les deux circuits, établir l'expression de l'énergie magnétique emmagasinée par l'ensemble des deux circuits.

Energie stockée par un ensemble de deux circuits couplés
(généralement deux bobinages)

$$E_{mag} = \frac{1}{2} L_1 i_1^2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2 + M i_1 i_2$$

$$M^2 \leq L_1 L_2$$

Egalité lorsque le couplage est **parfait** : toutes les lignes de champ créées par un circuit traversent le 2e

- ❖ Démontrer cette inégalité en invoquant :
 - que l'énergie magnétique E_{mag} est nécessairement positive ou nulle (cf. expression intégrale)
 - que son expression est valide quelque soient les valeurs des courants i_1 et i_2 (faire apparaître un polynôme en $x = i_1/i_2$ et dire que le discriminant est positif ou nul)

3.7. Exemples de couplage magnétique (parfait ou partiel)

Voici quelques configurations particulières de couplage entre deux bobines identiques disponibles en TP. La valeur expérimentale de l'inductance mutuelle est précisée dans chaque cas :

- deux bobines intriquées réalisent un couplage parfait (une spire de l'une succède à une spire de l'autre) $M \sim L$
- deux bobines mises l'une contre l'autre, axes confondus : $M \sim L/5$
- deux bobines mises l'une contre l'autre, axes orthogonaux : $M \sim L/20$
- deux bobines couplées par l'intermédiaire d'un « circuit ferromagnétique » réalisent un couplage quasi-parfait. C'est un des intérêts majeurs des matériaux ferromagnétiques (cf. schéma ci-dessous) : $M \sim 0,9 L$

Exercice (facultatif !) : Transformateur idéal = couplage magnétique parfait grâce à un ferromagnétique

On étudie un transformateur constitué de deux bobinages, l'un de n_1 spires dit « primaire », l'autre de n_2 spires dit « secondaire », enroulés sur un noyau de fer. On suppose que le transformateur est idéal :

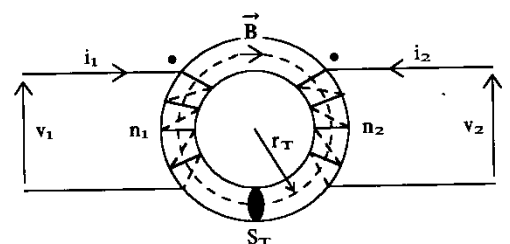
- on néglige les résistances des enroulements
- le matériau ferromagnétique canalise parfaitement les lignes de champ : le flux de \vec{B} est identique à travers chaque spire (= couplage parfait)
- on néglige la présence de courants de Foucault dans le ferromagnétique

a) Calculer v_1 et v_2 en fonction n_1 , n_2 et Φ , flux de \vec{B} à travers une spire.

En déduire $v_2 / v_1 = n_2/n_1$.

b) Les deux bobines ont des coefficients d'inductance propre L_1 et L_2 et un coefficient d'inductance mutuelle M .

Ecrire v_1 et v_2 en fonction de i_1 , i_2 , L_1 , L_2 et M , et montrer que pour un transformateur parfait $M^2 = L_1 L_2$. Conclure.

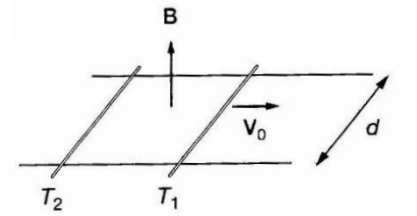


4. Retour sur quelques notions de PCSI

4.1. Dispositif des rails de Laplace : interaction de deux tiges

Deux tiges T_1 et T_2 identiques (de masse m) sont mobiles sans frottements sur deux rails parallèles (distance d) situés dans un plan horizontal. Un champ magnétique permanent uniforme et vertical règne en tout point.

A l'instant initial, la tige T_1 est animée d'une vitesse \vec{v}_0 , tandis que T_2 est immobile. La résistance électrique de chaque tige est égale à $R/2$ et on néglige la résistance des rails.



1. Par une analyse qualitative, expliquer pourquoi la tige T_2 va se mettre en mouvement, tandis que T_1 va ralentir.
2. Déterminer l'expression de l'intensité du courant induit dans le circuit. Etablir alors les deux équations différentielles vérifiées par les vitesses v_1 et v_2 de chacune des tiges.
3. Déterminer l'évolution temporelle de $(v_1 + v_2)$ et de $(v_1 - v_2)$. En déduire l'évolution temporelle de chacune des vitesses. Interpréter les résultats obtenus.

Un bilan de puissance mécanique et électrique mettrait en évidence le même résultat que celui trouvé au paragraphe 2.4 : la puissance mécanique reçue par les barres soumises aux forces de Laplace est égale à la puissance fournie par la f.é.m. d'induction aux porteurs de charge. On retrouve le principe de la conversion électromécanique de puissance.

4.2. Couple de Laplace sur un cadre rectangulaire

On considère le dispositif représenté sur la figure ci-contre. Un cadre rectangulaire, traversé par un courant i car branché à une alimentation, est placé verticalement dans un champ magnétique horizontal et uniforme.

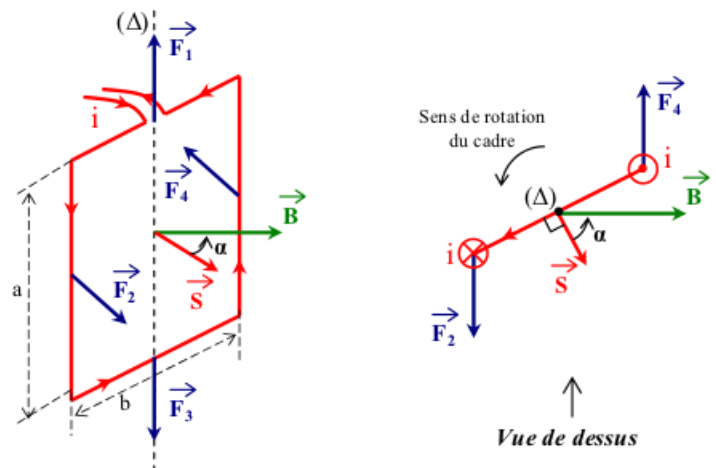
On souhaite montrer que le moment résultant est un couple qui peut s'écrire :

$$\vec{\Gamma} = \vec{\mathcal{M}} \wedge \vec{B}$$

avec

$$\vec{\mathcal{M}} = i\vec{S}$$

- ⊛ Expliquer pourquoi la résultante des forces est nulle
- ⊛ Expliquer pourquoi le couple résultant s'exerce sur les deux côtés verticaux du cadre
- ⊛ En remarquant que le bras de levier de chaque force élémentaire est le même, calculer simplement le couple résultant à partir des deux forces de Laplace s'exerçant sur les côtés verticaux



4.3. Moment magnétique – Aimants

- ❖ Rappeler la définition d'un moment magnétique
- ❖ Dessiner l'allure des lignes de champs loin du moment magnétique
- ❖ Comment peut-on en déduire l'allure des lignes de champ générées par un aimant droit ?
- ❖ Quelles sont les actions subies par un moment magnétique (aimant ou spire de courant) placé dans un magnétique extérieur uniforme ?
- ❖ Repérer les positions d'équilibre, et discuter de leur stabilité : application courante ?

Manip :

- Freinage courant de Foucault : oscillations « camembert » métallique dans l'entrefer d'un électroaimant
- Foucault : chute ralentie d'un aimant dans un tube en cuivre + effet d'une fente verticale dans le cuivre
- Action motrice d'un champ magnétique tournant sur l'aiguille d'une boussole
- Mesure d'inductances mutuelles

4.3 Validation de l'approximation des régimes quasi-stationnaires « magnétique »	
Équations de propagation des champs E et B dans le vide. Caractère non instantané des interactions électromagnétiques. Relation $\epsilon_0\mu_0c^2=1$.	Établir les équations de propagation. Interpréter c.
ARQS « magnétique ».	Discuter la légitimité du régime quasi-stationnaire.
	Simplifier les équations de Maxwell et l'équation de conservation de la charge et utiliser les formes simplifiées. Étendre le domaine de validité des expressions des champs magnétiques obtenues en régime stationnaire.