

## 1. Réflexion et transmission des ondes sonores à une interface

- 1.1. Conditions de continuité à l'interface
- 1.2. (*HPgm*) Conditions de continuité lors changement de section d'un tuyau sonore
- 1.3. Coefficients de réflexion/transmission en amplitude
- 1.4. Coefficients de réflexion/transmission en puissance
- 1.5. (*Hors Pgm*) Effet Doppler : expression du décalage fréquentiel
- 1.6. (*vu en TP*) Application à la détection radar par effet Doppler

## 2. Réflexion et transmission des OEM à une interface

- 2.1. Coefficients de réflexion/transmission en amplitude
- 2.2. Interface vide-plasma : coefficients en amplitude et en puissance
- 2.3. Interface vide-conducteur à basse fréquence : coefficients en amplitude
- 2.4. Interface vide-conducteur dans le visible : coefficients en amplitude
- 2.5. Polarisation par réflexion vitreuse – Incidence de Brewster

Intro : De manière générale, toute onde **rencontrant un obstacle** est à en partie **réfléchi**e et en partie **transmise**. Cet obstacle peut être une simple hétérogénéité du milieu, ou le passage d'un milieu à un autre.

On étudie ici le cas particulier d'une OPPH incidente **orthogonalement à l'interface plane entre deux milieux différents**, dans trois situations : ondes sonores dans les fluides, OEM vide-plasma, OEM vide-conducteur.

A chaque fois, l'objectif est de déterminer « la part » de l'onde transmise et celle réfléchi (en amplitude puis en puissance). On montre à cette occasion que **l'impédance** et **l'indice** du milieu sont les grandeurs pertinentes pour ce calcul.

## 1. Réflexion et transmission des ondes sonores à une interface

On s'intéresse ici à une OPPH incidente sur une interface plane entre deux fluides. Conformément au programme, on se limite à une incidence normale sur le dioptré acoustique qui sépare les milieux d'impédance  $Z_1$  et  $Z_2$ .

### 1.1. Conditions de continuité à l'interface

*En incidence normale, les champs de vitesse et de surpression sont continus à l'interface ( $x = 0$ ) entre 2 fluides*

$$\begin{aligned}\vec{v}_i(x = 0^-) + \vec{v}_r(x = 0^-) &= \vec{v}_t(x = 0^+) \\ p_i(x = 0^-) + p_r(x = 0^-) &= p_t(x = 0^+)\end{aligned}$$

Les interfaces envisageables sont :

- interface horizontale entre un gaz et un liquide (air-eau par exemple)
- interface entre deux liquides non miscibles

La vitesse et la surpression sont des fonctions continues de la position :

- justification pour la vitesse : les deux fluides sont non miscibles, et ne s'interpénètrent pas. Un 'décollement' entre les deux fluides n'est pas raisonnable dans le cas des ondes de petites amplitudes (cas du cours, cf. approximation acoustique)
- justification pour la surpression : sur une surface élémentaire de l'interface, principe de l'action et de la réaction

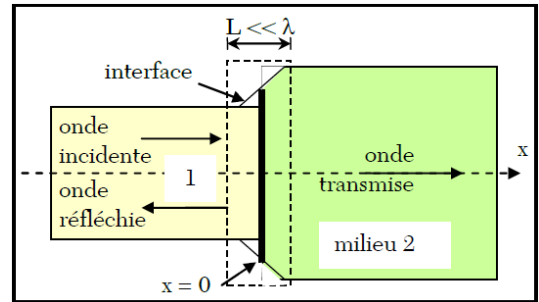
❖ Si la vitesse comportait une composante tangentielle à l'interface, que pourrait-on dire ?

## 1.2. (HPgm) Conditions de continuité lors changement de section d'un tuyau sonore

Ce n'est alors plus la vitesse mais le débit de volume qui est continu. En supposant le champ des vitesses uniforme sur une section :

$$v_{\text{onde totale}}(x = 0^-) \times S(x = 0^-) = v_{\text{onde totale}}(x = 0^+) \times S(x = 0^+)$$

Explication : on peut modéliser une discontinuité de section par un changement « suffisamment brutal », i.e. se faisant sur une distance  $L$  très petite devant la longueur d'onde (cf. schéma).



Sur cette portion de l'écoulement, la masse volumique peut être considérée uniforme, car  $L \ll \lambda$ . L'écoulement est donc localement incompressible : le débit de volume se conserve, d'où la condition de continuité : le débit de volume à l'entrée de la « zone de transition » est égal au débit à la sortie de cette zone.

Cela revient simplement à appliquer l'ARQS mécanique sur la longueur  $L$  de la jonction.

NB : On retrouve la condition donnée au paragraphe précédent lorsque les sections sont égales, ou lorsqu'elles sont suffisamment grandes pour « ne pas être vues » par l'onde, i.e. lorsque le diamètre des conduites est très grand devant la longueur d'onde.

## 1.3. Coefficients de réflexion/transmission en amplitude

On note  $x = 0$  la position de l'interface entre les deux fluides, d'impédances  $Z_1$  et  $Z_2$

- ❖ Introduire la notation complexe pour les trois ondes en vitesse : incidente, réfléchie et transmise.
- ❖ En déduire les expressions des ondes en surpression (par la méthode la plus simple)
- ❖ Ecrire les conditions de continuité reliant ces 3 ondes.
- ⊛ (HPgm) En déduire que les pulsations des ondes réfléchie et transmise sont égales à la pulsation incidente.
- ❖ En déduire les expressions des vecteurs d'onde des ondes réfléchie et transmise
- ⊛ Vérifier que les conditions de continuité ne pourraient pas être vérifiées si l'onde réfléchie n'existait pas

### Définition des coefficients en amplitude

$$\underline{r}_v \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\underline{v}_r(x = 0, t)}{\underline{v}_i(x = 0, t)}$$

$$\underline{t}_v \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\underline{v}_t(x = 0, t)}{\underline{v}_i(x = 0, t)}$$

Idem en surpression :  $\underline{r}_p$  et  $\underline{t}_p$

Dans ces définitions, les ondes sont évaluées au niveau de l'interface ( $x = 0$  ici)

- ❖ Etablir les expressions de ces 4 coefficients en amplitude en fonction des impédances  $Z_1$  et  $Z_2$
- ❖ Les discuter physiquement (effet inversion des deux fluides ? déphasages ? cas extrêmes)

Remarque : Dans le milieu de l'onde incidente, l'onde totale après réflexion n'est en général ni stationnaire, ni progressive, mais un mélange des deux : une onde stationnaire, plus un « reste » d'onde progressive (réfléchie ou incidente, selon le module du coefficient de réflexion). On peut d'ailleurs définir un « taux d'onde stationnaire ».

#### 1.4. Coefficients de réflexion/transmission en puissance

##### Définition des coefficients en puissance

$$R \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\langle \|\vec{\Pi}_r\| \rangle (x = 0, t)}{\langle \|\vec{\Pi}_i\| \rangle (x = 0, t)}$$

$$T \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\langle \|\vec{\Pi}_t\| \rangle (x = 0, t)}{\langle \|\vec{\Pi}_i\| \rangle (x = 0, t)}$$

Les puissances surfaciques moyennes (en norme) étant évaluées au niveau de l'interface ( $x = 0$  ici)

- ❖ Etablir les expressions de ces deux coefficients en puissance (revenir en notation réelle)
- ❖ Les interpréter physiquement (symétrie par inversion des deux fluides ? conservation de l'énergie ?)
- ❖ Que se passe-t-il quand les impédances des deux fluides sont égales ?
- ❖ Quelle est l'impédance de l'air ambiant ? et de l'eau ? En déduire le coefficient de transmission en puissance entre les deux milieux. Conclusion ?
- ❖ Tous ces résultats ont été établis pour les OPPH. Peuvent-ils être généralisés aux OPP ?
- ❖ Faire l'analogie avec le cas du câble coaxial d'impédance  $Z_1$  relié à un autre câble d'impédance  $Z_2$

##### Critère d'adaptation d'impédance (pour transmettre de la puissance)

Lorsque **toute la puissance incidente est transmise**, on dit qu'il y a **adaptation d'impédance**.  
On a montré que les impédances sont adaptées quand elles sont **égales**.

**Remarque :** Pour procéder à une échographie ultrasonore, on répand un gel sur le corps, gel d'impédance proche de celle du corps. La barrette émettrice des ondes est plaquée sur le corps au niveau du dépôt de gel, de manière à immerger la partie émettrice dans le gel. Ainsi les ondes sont directement émises dans un milieu d'impédance adapté au corps humain et peuvent pénétrer efficacement.

#### 1.5. (Hors Pgm) Effet Doppler : expression du décalage fréquentiel



On considère un émetteur E se déplaçant à la vitesse  $\vec{v}_e = v_e \vec{u}_x$ , et un récepteur R se déplaçant sur l'axe  $Ox$  à la vitesse  $\vec{v}_r = v_r \vec{u}_x$  ( $v_e$  et  $v_r$  sont algébriques). Les ondes sonores se déplacent à une vitesse égale à la célérité  $c$ .

Pour simplifier, on considère un signal émis constitué d'impulsions séparées d'une durée  $T_e = 1/f_e$ . On transposera ensuite le résultat au cas d'une onde harmonique. Le récepteur R mesure la fréquence  $f_r$  du signal reçu.

On montre ci-dessous que la fréquence perçue par le récepteur R est :

$$f_r = f_e \frac{c - v_r}{c - v_e}$$

A un instant pris comme origine des temps, l'émetteur se trouve en  $A_0$  et le récepteur R en  $B_0$  distant de  $L$  de  $A_0$  :  $A_0 B_0 = L$ .

- ⊗ Déterminer les équations horaires des mouvements :

- de l'émetteur  $E$
- du récepteur  $R$
- de la  $n^e$  impulsion, à partir de l'instant où celle-ci est émise
- ⊛ Déterminer la durée entre la réception par  $R$  de l'impulsion  $n$  et l'impulsion  $n + 1$
- ⊛ En déduire la relation entre  $f_r$  et  $f_e$ . Interpréter physiquement le résultat (discussion en fonction des signes)
- ⊛ Pourquoi peut-on transposer ce résultat lorsque l'onde émise est une OPH ?
- ⊛ Que devient la relation entre fréquences émise et reçue si l'émetteur est fixe ?

Un calcul basé sur le formalisme ondulatoire est proposé en TD.

### 1.6. (vu en TP) Application à la détection radar par effet Doppler

On considère à présent un radar, constitué d'un émetteur fixe servant aussi de récepteur final. Le récepteur  $R$  des calculs précédents est un véhicule, qui réfléchit le signal de fréquence  $f_r$  vers le radar.

- ⊛ Dans le cas classique où  $|v_r| \ll c$ , montrer que la fréquence  $f'$  détectée par le radar s'écrit :

$$f' = f_e \left( 1 - \frac{2v_r}{c} \right)$$

- ⊛ Application : la gendarmerie utilise un radar à effet Doppler pour contrôler la vitesse des véhicules. Un tel radar fonctionne sur le principe précédent. Le signal est une onde électromagnétique hertzienne sinusoïdale de fréquence  $f = 5$  GHz. On supposera que la célérité des ondes électromagnétiques dans l'air est celle des ondes électromagnétiques sinusoïdales planes dans le vide, soit  $c = 3.10^8$  m.s<sup>-1</sup>. Donner la vitesse (en km/h) d'un véhicule si une mesure donne  $|\Delta f| = 972$  Hz

Animation : [http://anisciences.free.fr/demos/ani\\_1/ondbi/19dop.swf](http://anisciences.free.fr/demos/ani_1/ondbi/19dop.swf)

- ⊛ Proposer un montage électronique permettant la mesure précise de la différence de fréquence ( $f' - f_e$ ) entre l'émission et la réception par le radar. On proposera une détection hétérodyne de la variation de fréquence : cela consiste à multiplier le signal reçu par un signal de référence de fréquence connue : ici le signal émis

## 2. Réflexion et transmission des OEM à une interface

Une OPPH incidente, de pulsation  $\omega$ , polarisée suivant  $\vec{u}_y$  et se propageant selon les  $x$  croissants, arrive sur un dioptre situé en  $x = 0$  séparant le milieu d'indice  $n_1$  d'un milieu d'indice  $n_2$ .

### 2.1. Coefficients de réflexion/transmission en amplitude

Conditions à la limite (admisses) :

- sur le dioptre, les champs électrique et magnétique sont continus
- on peut en déduire que les ondes réfléchies et transmises sont de même pulsation que l'onde incidente
- on peut aussi montrer que les directions des champs électrique et magnétique sont aussi conservées
- ❖ Ecrire en complexe les champs électriques  $\vec{E}_i$ ,  $\vec{E}_r$  et  $\vec{E}_t$
- ❖ En déduire les expressions des champs magnétiques correspondant
- ❖ Ecrire les deux conditions à la limite
- ❖ En déduire les coefficients de réflexion et transmission pour le champ électrique
- ⊛ (Hors pgm) En déduire les coefficients de réflexion et transmission pour le champ magnétique
- ⊛ (Hors pgm) Dans le cas d'indices réels (dioptre air/verre par exemple,  $n = 1,5$ ),
  - discuter des phases des ondes réfléchi et transmise
  - (en réel) déterminer les coefficients en puissance surfacique et faire l'application numérique

Remarque : Il y a bien-sûr un lien entre l'indice du milieu et son impédance (hors pgm pour les OEM). Pour information :  $\underline{Z} = Z_0/\underline{n}$  avec  $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0} = 377 \Omega$  l'impédance du vide.

## 2.2. Interface vide-plasma : coefficients en amplitude et en puissance

- ❖ En utilisant les deux expressions de l'indice du plasma, selon que  $\omega > \omega_p$  ou  $\omega < \omega_p$ , ainsi que les résultats du paragraphe précédent, déterminer les coefficients en amplitude pour le champ électrique
- ❖ En passant en notation réelle, en déduire les coefficients en puissance surfacique moyenne.
- ❖ Pour communiquer avec un satellite depuis la Terre, faut-il travailler juste au-dessus de la fréquence plasma ou à fréquence la plus haute possible ?

## 2.3. Interface vide-conducteur à basse fréquence : coefficients en amplitude

On rappelle que basse fréquence signifie que  $\omega \ll \frac{1}{\tau}$ , limite valant  $10^{14} \text{ rad. s}^{-1}$  dans le cuivre. La conductivité du métal étant alors réelle. On a vu que dans le métal, l'onde était progressive atténuée, et était localisée sur les bords du conducteur (effet de peau).

- ❖ A partir de l'expression de l'indice du métal, déterminer les coefficients en amplitude pour le champ électrique
- ⊛ (Hors Pgm) Etablir l'expression des coefficients en puissance surfacique moyenne
- ❖ Préciser le critère physique permettant de considérer l'épaisseur de peau de dimension négligeable. Que valent alors les coefficients ? Interpréter physiquement

On suppose ci-dessous que l'épaisseur de peau est nulle.

- ❖ Montrer que l'onde totale dans le vide est une OS, l'onde électrique étant en quadrature avec la magnétique
- ❖ Montrer que la puissance surfacique moyenne de l'onde totale dans le vide est nulle en tout point

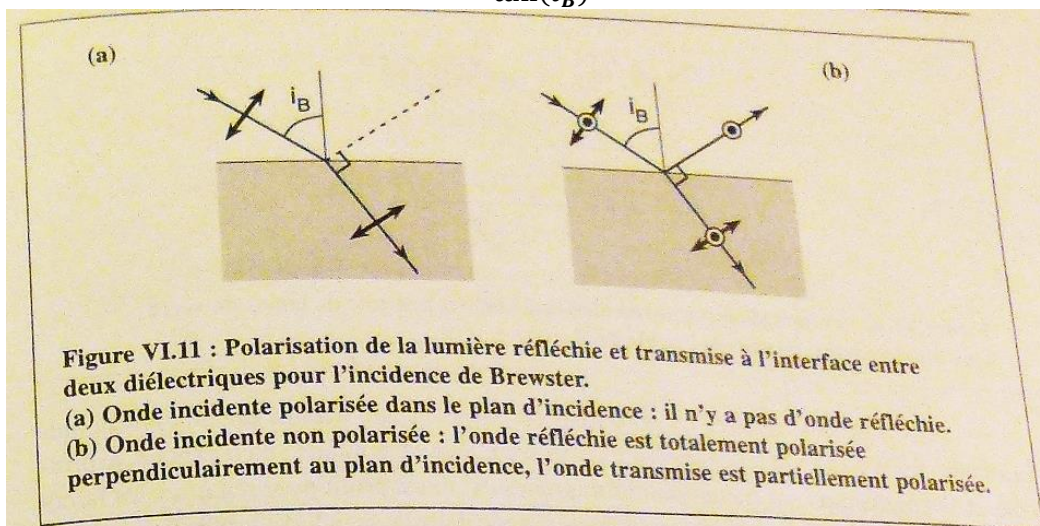
## 2.4. Interface vide-conducteur dans le visible : coefficients en amplitude

- ❖ Montrer que dans le visible, il est raisonnable d'affirmer que  $\omega\tau \ll 1$
- ❖ Sachant que dans le cuivre la densité volumique d'électrons libres vaut  $n_0 = 10^{29} \text{ m}^{-3}$ , calculer la valeur numérique de la pulsation plasma
- ❖ En déduire que dans le visible, le métal se comporte comme un plasma en-dessous de sa pulsation plasma
- ❖ Interpréter physiquement ce résultat
- ❖ Associer cette interprétation à la forme du coefficient de réflexion (et du coefficient de transmission) du champ électrique
- ❖ Connaissez-vous une utilisation classique de cette propriété des métaux dans le domaine optique ?

## 2.5. Polarisation par réflexion vitreuse – Incidence de Brewster

On considère de la lumière naturelle produite dans l'air et se reflétant sur un dioptre. L'analyse de la lumière réfléchie montre qu'elle devient partiellement **polarisée rectilignement orthogonalement au plan d'incidence**. Pour une certaine incidence dite **incidence de Brewster** la polarisation rectiligne est totale. Cet angle vérifie :

$$\tan(i_B)$$



Le bloc 3 est consacré à la réflexion et la transmission d'ondes à une interface plane sous incidence normale en acoustique et en électromagnétisme. Dans ce dernier cas, on se limite ici aussi aux milieux non magnétiques. La notion de densité de courants superficiels et les relations de passage du champ électromagnétique ne figurent pas au programme. La notion de conducteur parfait ne figure pas au programme, les conditions aux limites sur la composante normale du champ électrique et la composante tangentielle du champ magnétique doivent être fournies si nécessaire dans un problème.

<b>3. Interfaces entre deux milieux</b>	
Réflexion, transmission d'une onde acoustique plane progressive sous incidence normale sur une interface plane infinie entre	Expliciter des conditions aux limites à une interface. Établir les expressions des coefficients de
deux fluides : coefficients de réflexion et de transmission en amplitude des vitesses, des surpressions et des puissances acoustiques surfaciques moyennes.	transmission et de réflexion. Associer l'adaptation des impédances au transfert maximum de puissance.
<p>Réflexion d'une onde plane progressive harmonique entre deux demi-espaces d'indices complexes <math>\underline{n}_1</math> et <math>\underline{n}_2</math> sous incidence normale : coefficients de réflexion et de transmission du champ électrique.</p> <p>Cas d'une interface vide-plasma. Coefficients de réflexion et de transmission en puissance.</p> <p>Cas d'une interface vide-conducteur ohmique de conductivité réelle constante.</p> <p>Cas d'une interface vide-conducteur ohmique dans le domaine optique visible.</p> <p><b>Polarisation par réflexion vitreuse sous incidence oblique.</b></p>	<p>Exploiter la continuité (admise) du champ électromagnétique dans cette configuration pour obtenir l'expression du coefficient de réflexion en fonction des indices complexes.</p> <p>Distinguer les comportements dans le domaine de transparence et dans le domaine réactif du plasma.</p> <p>Établir les expressions des coefficients de réflexion et transmission du champ pour un métal réel. Passer à la limite d'une épaisseur de peau nulle.</p> <p>Identifier le comportement du métal dans ce domaine, avec celui d'un plasma localement neutre peu dense en-dessous de sa pulsation de plasma.</p> <p>Associer la forme du coefficient complexe de réflexion à l'absence de propagation d'énergie dans le métal en moyenne temporelle.</p> <p><b>Identifier l'incidence de Brewster et utiliser cette configuration pour repérer la direction absolue d'un polariseur.</b></p>