

MécaFlu Chap.1 – Activités Cinématique des fluides

2. Dérivée particulaire d'un champ eulérien

2.1 Dérivée particulaire du champ de masse volumique (champ scalaire)

Activité 1 : S'approprier

- A. Faire un dessin de la particule de fluide aux instant t et $t + dt$ pour illustrer la définition de la dérivée particulaire de la masse volumique
- B. Se placer en coordonnées cartésiennes, et en déduire l'expression ci-dessous :

$$\frac{D\vec{v}}{Dt} = \frac{\partial\vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \overrightarrow{grad})\vec{v}$$

3. Débit – Débit surfacique

3.1 Débit de masse à travers une surface – Flux de $\rho\vec{v}$

Activité 2 : Rappels

- A. Rappeler la définition du débit de masse, et du vecteur densité de courant associé
- B. Rappeler la relation entre le débit et 'la masse qui traverse la surface pendant $\Delta t \stackrel{\text{def}}{=} (t_2 - t_1)$ '
- C. Rappeler la relation entre le vecteur débit surfacique et le champ eulérien des vitesses
- D. En déduire la relation entre le débit et le champ eulérien des vitesses
- E. Rappeler la signification d'un débit de masse négatif

3.2 Débit de volume à travers une surface – Flux de \vec{v}

Activité 3 : S'approprier

Par analogie avec le transport de masse :

- A. Donner la définition du débit de volume, et du vecteur densité de courant associé
- B. Donner la relation entre le débit et le volume qui a traversé la surface pendant $\Delta t \stackrel{\text{def}}{=} (t_2 - t_1)$
- C. Donner la relation entre le vecteur débit surfacique et le champ eulérien des vitesses
- D. En déduire la relation entre le débit volumique et le champ des vitesses

4. Écoulements stationnaires – Écoulements incompressibles

4.2 Fluide incompressible et homogène (= liquide monophasé) : conservation du débit de volume

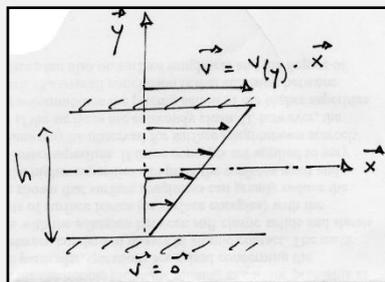
Activité 4 : S'approprier

- Rappeler la définition d'un fluide incompressible et homogène. Quelle conséquence pour la masse volumique du fluide, sachant qu'on ignore ici les effets thermiques (dilatation) ?
- A partir de l'équation locale de conservation de la masse, établir les propriétés ci-dessous (équation locale d'abord, puis équation intégrale)
- Démontrer ensuite le corollaire

5. Écoulements tourbillonnaires – Écoulements potentiels

5.3 Interprétation du rotationnel : Théorème de circulation-rotationnel (Stokes)

Activité 5 : S'approprier



Exemple : Un écoulement de Couette est provoqué par la mise en mouvement d'une paroi entourant le fluide, ici la paroi supérieure.

L'écoulement est décrit par un champ $\vec{v} = \frac{V_0}{h} y \vec{e}_x$ où V_0 est la vitesse de la paroi supérieure, la paroi inférieure étant immobile.

- Dessiner un contour rectangulaire orienté entre les altitudes y_1 et y_2 .
Calculer la circulation sur ce contour, par **deux méthodes** :
 - en utilisant la norme du déplacement élémentaire $d\vec{\ell} = \pm dl \vec{e}_x$
 - en utilisant la projection du déplacement élémentaire $d\vec{\ell} = dx \vec{e}_x$
- Calculer $\vec{rot}(\vec{v})$ en tout point intérieur à ce contour, puis calculer son flux à travers la surface dessinée par le contour.
Sur cet exemple simple, vérifier que le Théorème de Stokes est valide.