

Chap.3 – Division du front d'onde : trous et fentes d'Young

1. Trous d'Young avec une source ponctuelle monochromatique

- 1.1. Présentation du dispositif : un interféromètre par division du front d'onde
- 1.2. Champ d'interférences : les interférences sont « non-localisées »
- 1.3. Ordre d'interférence $p(M)$ en un point M de l'écran
- 1.4. Allure de la figure d'interférence – Largeur de l'interfrange
- 1.5. Des trous aux fentes d'Young
- 1.6. Introduction d'une lame de verre sur un des deux trajets

2. Trous d'Young : effet d'un élargissement *spatial* de la source

- 2.1. Déplacement de la source : effet sur l'ordre
- 2.2. Cas d'une source étendue

3. Trous d'Young : effet d'un élargissement *spectral* de la source

- 3.1. Changement de longueur d'onde : effet sur l'ordre
- 3.2. Cas d'un spectre de faible largeur
- 3.3. Interférences en lumière blanche – Blanc d'ordre supérieur – Spectre cannelé

4. Trous d'Young dans les conditions de Fraunhofer

5. Réseau plan dans les conditions de Fraunhofer

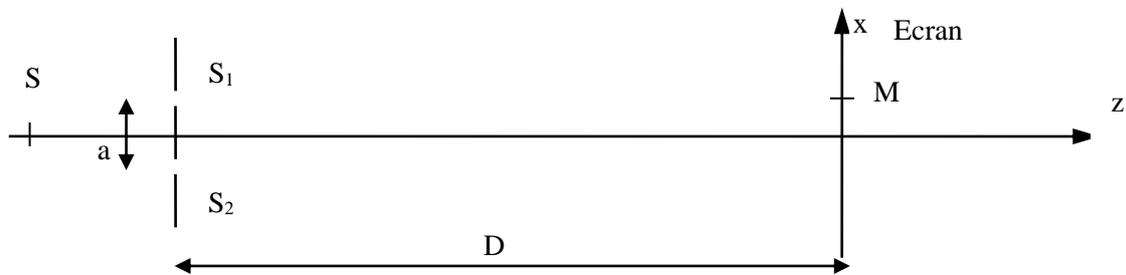
- 5.1. Présentation du réseau
- 5.2. Formule fondamentale du réseau
- 5.3. Allure globale de l'éclairement perçu à l'œil
- 5.4. Minimum de déviation

Intro : On étudie ici un dispositif très classique de division du front d'onde : les trous/fentes d'Young. On commence par calculer l'allure des franges d'interférences produites par une source ponctuelle monochromatique. On étudie ensuite l'influence d'un élargissement spatial, puis spectral, de la source. On termine sur le montage de Fraunhofer (utilisation de lentilles), et l'application à un réseau plan de N fentes.

1. Trous d'Young avec une source ponctuelle monochromatique

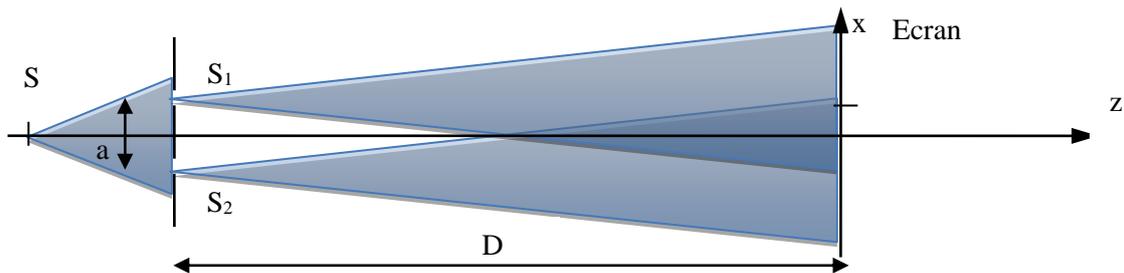
1.1. Présentation du dispositif : un interféromètre par division du front d'onde

On considère une source ponctuelle, monochromatique, et située sur l'axe de symétrie du dispositif :
Les deux fentes sont de même épaisseur, et éclairées de la même façon par la source S. Les deux fentes jouent le rôle de sources secondaires cohérentes, de même éclairement.



Ordres de grandeurs : $D \sim 1 \text{ m}$; $a \sim 1 \text{ mm}$; coordonnées M : $x, y \sim 1 \text{ cm}$

1.2. Champ d'interférences : les interférences sont « non-localisées »



Les faisceaux issus des deux trous sont légèrement divergents du fait du phénomène de diffraction. La zone où ces faisceaux cohérents se superposent s'appelle **le champ d'interférences**. Comme représenté sur la figure, ce champ n'est pas limité à une seule zone de l'espace : il existe plusieurs positions possibles de l'écran qui permettent d'observer les interférences. On dit alors que les interférences sont « **non-localisées** ».

1.3. Ordre d'interférence $p(M)$ en un point M de l'écran

- ❖ Dessiner les deux trajets empruntés par la lumière pour aller de la source S en un point M de l'écran
- ❖ Dans le repère cartésien défini sur le schéma, donner les coordonnées des points S_1 , S_2 et M
- ❖ Exprimer $p(M)$, en remarquant que $a, x, y \ll D$
- ❖ En déduire l'expression de l'éclairement en tout point M de l'écran.

1.4. Allure de la figure d'interférence – Largeur de l'interfrange

Définition de l'interfrange

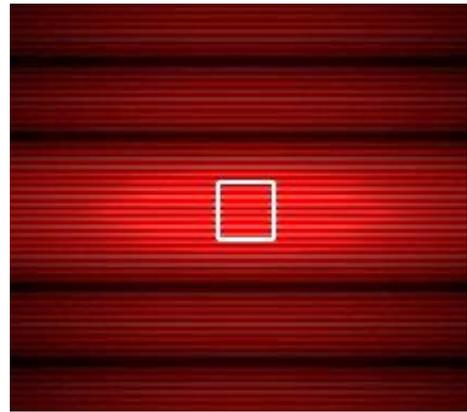
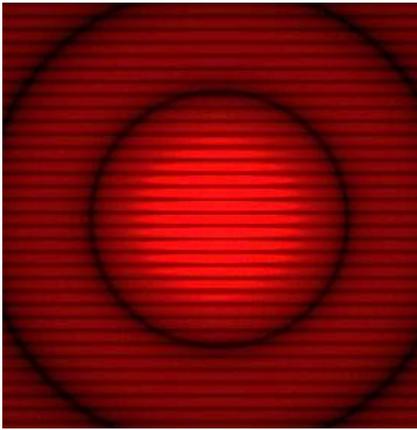
Lorsque les franges sont rectilignes, **l'interfrange** est la **distance entre deux franges successives**. C'est la distance parcourue sur l'écran qui correspond à une variation de :

- la différence de marche de $\Delta\delta = \pm\lambda$
- l'ordre d'interférence de $\Delta p = \pm 1$
- la différence de retard de phase de $\Delta(\Delta\varphi) = \pm 2\pi$

- ❖ Dessiner l'allure des franges sur l'écran, et numéroter les franges avec la valeur de p correspondante
- ❖ Donner l'expression de l'interfrange

On notera que l'observation des franges permet de mesurer la longueur d'onde de la lumière si a est connue. Inversement, si la longueur d'onde est connue, on peut en déduire la distance a .

1.5. Des trous aux fentes d'Young



Les franges sont **perpendiculaires à la droite (S_1S_2)** et **parallèles aux fentes 1 et 2**.

L'expérience montre que, lorsque l'on **remplace les trous par des fentes parallèles** entre elles, la figure d'interférences n'est **pas modifiée**.

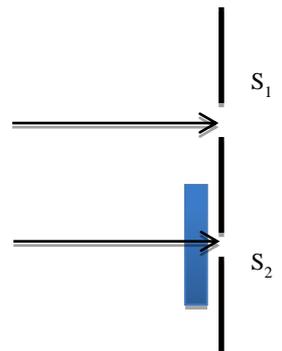
Seule la « **modulation** » **spatiale** de la figure **diffère**, car celle-ci est **due à la diffraction**, phénomène qui **dépend de la forme de l'ouverture**.

1.6. Introduction d'une lame de verre sur un des deux trajets

On introduit une lame de verre d'épaisseur e et d'indice n sur un des deux trajets, avant la fente. Les distances en jeu sont telles que les rayons atteignent la lame avec un angle d'incidence presque nul.

NB : le raisonnement serait le même avec une lame juste derrière une des fentes, car l'inclinaison des RL (même après les fentes) est suffisamment faible pour qu'on puisse considérer l'incidence normale sur la lame.

- ❖ Montrer que l'ensemble de la figure d'interférence est **translatée** dans une direction. Déterminer la distance de translation de la figure
- ❖ Montrer comment la mesure de cette distance permet de remonter au terme $(n - 1)e$



2. Trous d'Young : effet d'un élargissement *spatial* de la source

2.1. Déplacement de la source : effet sur l'ordre

On déplace la source S perpendiculairement à l'axe z . On note x_s l'abscisse du point S une fois déplacé. On rappelle que la distance D_s de la source aux fentes est très grande devant a .

Ici l'ordre d'interférence $p(\mathbf{M})$ est considéré comme une **fonction de x_s et de M**

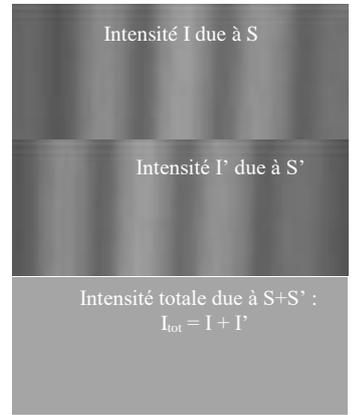
- ❖ Déterminer l'ordre d'interférence avec la position de la source (M de l'écran reste fixe) ?
- ❖ Même question si la source S est sur l'axe, mais à l'infini.
- ❖ Même question si la source S est hors de l'axe à l'infini (RL arrivent avec un angle α)

2.2. Cas d'un doublet de sources ponctuelles

Avant de considérer une source étendue, on commence par étudier un doublet S et S' . La première source est sur l'axe z , la seconde est déplacée d'une distance x_s transversalement à l'axe z .

- ❖ Lorsque x_s augmente à partir de zéro, expliquer qualitativement pourquoi les franges vont se brouiller (contraste nul) périodiquement
- ❖ Exprimer le critère du 1^{er} brouillage en fonction de $\Delta p \stackrel{\text{def}}{=} p_S(M) - p_{S'}(M)$

On note $b_{1/2}$ la valeur de x_s permettant cette première perte de contraste.



2.3. Cas d'une source étendue

On considère une source étendue transversalement à l'axe z . Elle est de taille $b = 2b_{1/2}$ et elle est centrée sur l'axe de l'interféromètre.

- ❖ En remarquant que la source peut être divisée en un ensemble de doublets, justifier que le contraste est nul
- ❖ Que peut-on dire lorsque $b < 2b_{1/2}$? Et lorsque $b > 2b_{1/2}$?

Remarques :

- Le traitement mathématique complet du cas de la source étendue est traité en exercice. On notera que le phénomène de perte de contraste permet de mesurer la taille de la source. C'est d'ailleurs une méthode qui peut être employée pour mesurer la taille d'une étoile.
- **Cette perte de contraste due à l'extension spatiale de la source est caractéristique des dispositifs à division du front d'onde** (cela va d'ailleurs de pair avec la non-localisation des franges). Les figures d'interférences sont donc nécessairement peu lumineuses. Ce problème peut être réglé grâce aux dispositifs à division d'amplitude, qui permettent d'utiliser des sources étendues... au prix de la localisation des franges.

Source ponctuelle en pratique

Une source peut être considérée ponctuelle quand son extension b vérifie $b \ll 2b_{1/2}$.

Autre formulation (« centre » et « bord » de la source étendue) :

$$\forall M \text{ de l'écran, } |p_{\text{centre}}(M) - p_{\text{bord}}(M)| \ll \frac{\lambda}{2}$$

3. Trous d'Young : effet d'un élargissement spectral de la source

3.1. Cas d'un doublet en longueur d'onde

On considère une source ponctuelle. Son spectre est constitué d'un doublet de longueurs d'onde λ_1 et λ_2 , telles que $\Delta\lambda \ll \lambda_1$ et λ_2 . On note σ_1 et σ_2 les fréquences spatiales associées. On note λ_m et σ_m les valeurs moyennes.

- ❖ Par un calcul différentiel, redémontrer que $\frac{\Delta\lambda}{\lambda_m} = -\frac{\Delta\sigma}{\sigma_m}$

Ici l'ordre d'interférence $p(M)$ est considéré comme une fonction de λ et de M

- ❖ Lorsque deux ondes de longueur d'onde différente se rejoignent en un point M de l'écran, interfèrent-elles ?
- ❖ En supposant que les deux raies sont aussi intenses l'une que l'autre, donner l'expression de $\varepsilon(M)$ en fonction de $p_1(M)$ et $p_2(M)$
- ❖ Exprimer ensuite $\varepsilon(M)$ en fonction de x , σ_1 et σ_2
- ❖ En déduire que la figure d'interférence $\varepsilon(x)$ est une sinusoïde « rapide » modulée par une enveloppe sinusoïdale « lente ». Comment appelle-t-on ce phénomène en physique ?
- ❖ Donner la plus petite valeur de $\Delta p(M) \stackrel{\text{def}}{=} p_1(M) - p_2(M)$ faisant se brouiller les franges

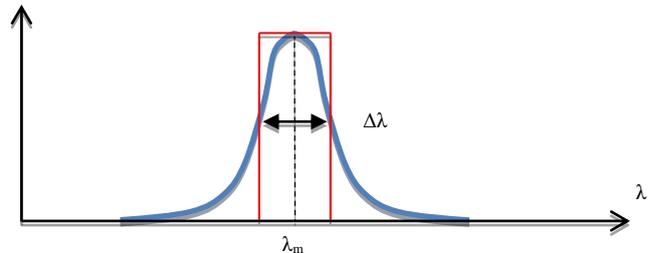
- ❖ Déterminer, sur l'écran, la largeur de la figure d'interférence avant ce premier brouillage, et dénombrer les franges visibles sur cette zone de l'écran
NB : ici l'ordre p est considéré comme une fonction de M uniquement, $\Delta\sigma$ étant fixée

Animation : <http://ressources.univ-lemans.fr/AccesLibre/UM/Pedago/physique/02/optiondu/battement.html>

Remarque : Dans le paragraphe 2.1, un changement de position de la source ponctuelle se répercutait uniformément sur tout l'écran : toute la figure d'interférences était translatée. Dans le cas d'un changement de longueur d'onde, on voit que la situation est plus compliquée, car ce changement ne se répercute pas pareil partout sur l'écran. L'effet de la longueur d'onde sur l'ordre dépend de l'ordre (donc de la position sur l'écran).

3.2. Cas d'un spectre de faible largeur

On considère une source ponctuelle dont le spectre est représenté ci-contre. L'étude complète de ce cas est hors programme, et l'on va le traiter en se référant au paragraphe précédent.



On va raisonner par ordre de grandeur. On peut donc assimiler le spectre à un rectangle de largeur égale à la largeur $\Delta\lambda$ du vrai spectre (largeur à mi-hauteur par exemple). On note λ_m la longueur d'onde centrale du spectre.

L'idée qualitative est la suivante : si le spectre est peu large, en tout point M de l'écran $\Delta p(M)$ sera suffisamment faible pour que les franges ne soient pas brouillées. S'il est trop large, un brouillage aura lieu, au moins sur une partie de l'écran.

Conformément au programme, on admet que le critère vu pour l'élargissement *spatial* de la source s'étend à l'élargissement *spectral*. En termes d'ordre de grandeur, c'est évident. Au sens strict, ça l'est moins, mais cela peut être démontré dans un cours d'optique plus poussé.

Montrons que ce critère de brouillage est identique à la condition $\delta < L_c$:

- ❖ Par un calcul différentiel, exprimer $dp(M)$ dû à une variation élémentaire $d\lambda$ autour de λ_m
- ❖ En prenant donc $d\lambda = \Delta\lambda/2$, exprimer $\Delta p(M)$ en fonction de λ_m , $\Delta\lambda$ et $\delta(M)$
- ❖ Montrer que le critère $\Delta p(M) < \frac{1}{2}$, nécessaire pour avoir des franges, est équivalent à celui déjà vu $\delta < L_c$

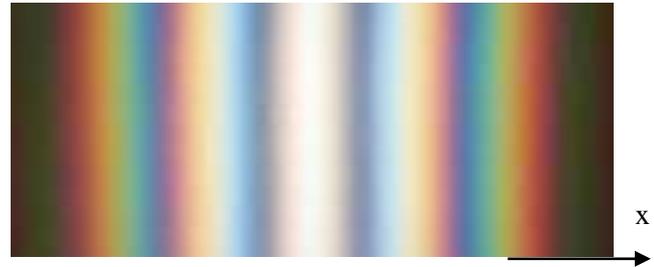
Critère semi-quantitatif pour un bon contraste des franges en M

$$|p_{\text{centre}}(M) - p_{\text{bord}}(M)| \ll \frac{1}{2}$$

Cas extension spatiale de la source : $\Delta p(M)$ est évaluée sur la *demi-largeur spatiale* de la source étendue
Cas extension spectrale de la source : $\Delta p(M)$ est évaluée sur la *demi-largeur spectrale* de la source ponctuelle

3.3. Interférences en lumière blanche – Blanc d'ordre supérieur – Spectre cannelé

- ❖ Les différentes longueurs d'onde de la lumière blanche sont-elles cohérentes entre elles ?
- ❖ Comment évolue l'interfrange quand on passe du rouge au bleu ?
- ❖ Expliquer alors l'allure de la figure d'interférence en lumière blanche, sur la photo ci-contre

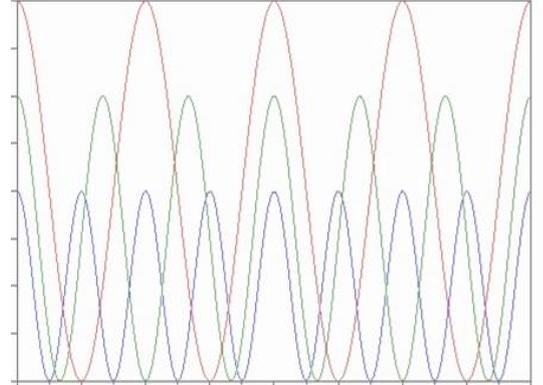


Une animation intéressante :

<http://ressources.univ-lemans.fr/AccessLibre/UM/Pedago/physique/02/optiondu/frangcol.html>

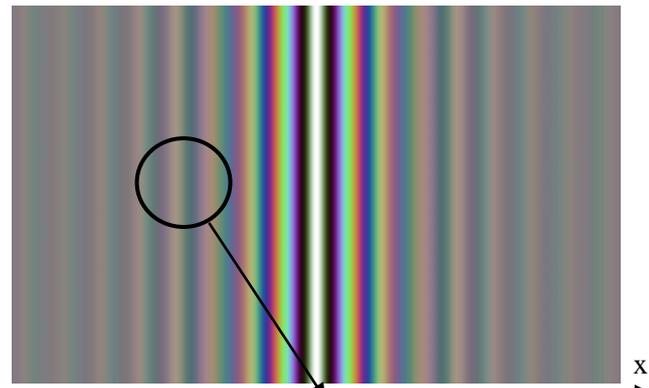
La frange centrale est dite *achromatique*, car la différence de marche au centre de l'écran ne dépend pas de la longueur d'onde (elle est nulle quelle que soit la couleur)

Lorsqu'on s'éloigne du centre, les franges des différentes couleurs ne se superposent plus parfaitement, et on voit apparaître un ensemble de couleur nommé les *teintes de Newton*.



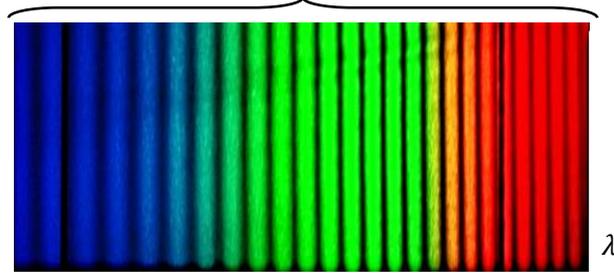
En s'éloignant encore (cf. 3^e image), le contraste des franges diminue fortement et la teinte est quasi blanche. Ce n'est pas du « vrai blanc », car toutes les longueurs d'onde ne sont pas présentes, on parle de *blanc d'ordre supérieur*.

- ❖ En se restreignant à la partie visible du spectre de la lumière blanche, évaluer la longueur de cohérence, puis estimer le nombre de franges visibles (i.e. avant brouillage). Cela correspond-il aux photos ?



En plaçant une fibre optique en un point M situé dans une zone de blanc d'ordre supérieur, il est possible de visualiser un spectre similaire à celui présenté ci-contre. On parle de *spectre cannelé*, car certaines longueurs d'onde sont absentes du fait d'interférences destructives. Cela montre bien que ce n'est pas du « vrai blanc ».

- ❖ En un point $M(x)$ de l'écran (dispositif fentes d'Young), déterminer le nombre de cannelures (i.e. longueurs d'onde manquantes) du spectre visible [400 ; 800 nm], en prenant $x = 5 \text{ cm}$, $D = 1 \text{ m}$, $a = 0,2 \text{ mm}$
- ❖ Préciser les longueurs d'onde des cannelures



4. Trous d'Young dans les conditions de Fraunhofer

Conditions de Fraunhofer

La source et l'écran sont tous deux placés à l'infini par rapport aux trous d'Young.

- ❖ Dessiner un montage réaliste permettant de réaliser ces conditions
- ❖ La source est située sur l'axe de symétrie de l'interféromètre. Déterminer l'expression de l'ordre d'interférence $p(M)$ en un point M situé aux coordonnées (x, y) de l'écran d'observation

5. Réseau plan dans les conditions de Fraunhofer

Le réseau plan a été étudié expérimentalement au cours du TP « spectroscopie à réseau », à l'aide d'un goniomètre. On réalise ici l'étude théorique du réseau plan dans les conditions de Fraunhofer : la source est à l'infini (créée par le collimateur), et la lumière émergente est observée à l'infini (grâce à la lunette de visée). On retrouve par le calcul les observations faites au cours du TP.

5.1. Présentation du réseau

Un réseau est un ensemble de fentes fines appelés **traits** du réseau, parallèles et équidistantes, situées dans un même plan et séparées par des intervalles opaques. La distance entre deux traits est appelée **pas du réseau**.

On note L la largeur totale du réseau, et on note e la largeur d'une fente. Les fabricants caractérisent un réseau par la densité de traits : $n = 1/a$ (Ordre de grandeur : 10^2 à 10^3 traits. mm^{-1})

Application : on utilise ici un réseau 600 trait/mm de longueur $L = 5$ cm.

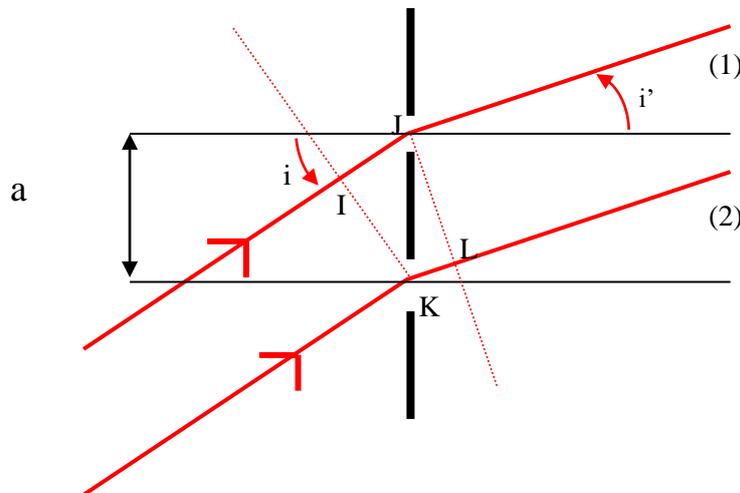
❖ Calculer le pas de ce réseau et le nombre total de traits.

Remarques : Les réseaux du commerce n'ont pas pour motif de simples fentes, mais des motifs plus complexes permettant de « rassembler » une grande partie de l'intensité lumineuse sur un ordre particulier (ordre 1 en général). Cela permet d'observer plus clairement les raies d'ordre 1, les autres ordres n'étant en général pas utilisés. Il existe aussi des réseaux par réflexion.

5.2. Formule fondamentale du réseau

Le réseau est utilisé dans l'air dont on prendra l'indice $n = 1$.

On considère que la source de lumière est monochromatique.



Faisceau incident dans les conditions de Fraunhofer

Le dessin ci-dessus représente deux fentes successives du réseau plan (en noir gras). Le réseau étant étudié dans les conditions de Fraunhofer, le faisceau incident est constitué de rayons lumineux parallèles entre eux, car émis par une source située à l'infini par rapport au réseau. Ces rayons font un angle i avec la normale au réseau. Cet angle i peut être modifié en tournant le réseau (ou en déplaçant la source qui se trouve à l'infini). Une fois le réseau installé et fixé, cet angle d'incidence est **unique**.

Faisceaux émergents dans les conditions de Fraunhofer

Par diffraction, la lumière incidente **sur une fente** émerge **dans toutes les directions**. Mais sur le dessin ne sont représentés que les rayons qui seront recueillis par la lunette, positionnée ici de manière à collecter les rayons émergents avec un même angle i' (tous parallèles entre eux car la lunette est réglée pour observer à l'infini). Ceux émergents avec un autre angle n'atteignent pas la lunette et ne sont donc pas observés.

En déplaçant la lunette, on peut observer les rayons émergents avec d'autres valeurs de l'angle i' . C'est le déplacement de la lunette qui permet de faire varier i' sur le dessin ci-dessus.

*Le principe du réseau est de faire **interférer entre elles N ondes**, avec $N > 2$.
Les franges obtenues sont beaucoup plus fines et plus lumineuses*

- ❖ On recherche la condition pour que les N ondes issues des N fentes interfèrent toutes constructivement entre elles. Montrer qu'il suffit de trouver la condition d'interférence entre deux fentes successives.
- ❖ Montrer qu'en un point M à l'infini la différence de marche entre les ondes issues de deux fentes successives s'écrit :

$$\delta = a(\sin(i') - \sin(i))$$

- ❖ En déduire la formule des réseaux (ci-dessous)

Formule des réseaux
(condition d'interférence constructive à N ondes)

$$a(\sin i'_k - \sin i) = k\lambda \quad k \in \mathbb{Z}$$

i est l'angle d'incidence, i'_k l'angle repérant la frange brillante d'ordre k (les angles sont orientés)
 k est appelé **ordre** de la frange

Pour une longueur d'onde donnée, il n'existe qu'un nombre fini de franges (car $i' < 90^\circ$ nécessairement)
Si $i = 0$, les spectres d'ordres $+k$ et $-k$ sont distribués symétriquement par rapport à la normale au réseau.

Remarque : La formule permet de repérer les maxima principaux. Via un calcul théorique plus complet du phénomène de diffraction, il existe des maxima secondaires (cf. chapitre précédent), mais invisibles vu la valeur de N

- ❖ Application : combien d'ordres sont observables avec le réseau 600 traits/mm, avec $\lambda = 546,0\text{nm}$:
 - en incidence normale ?
 - si l'angle d'incidence vaut $i = 30^\circ$?

5.3. Allure globale de l'éclairement perçu à l'œil

Le réseau est placé orthogonalement au faisceau incident ($i = 0$).

- ❖ Que doit-on observer lorsque l'on fait tourner la lunette de visée autour de l'axe vertical, si la source de lumière est monochromatique ?
- ❖ Qu'observe-t-on si la source est une lampe à vapeur atomique (spectre de raies) ?

*On appelle **spectre d'ordre k** l'ensemble des franges colorées de même ordre k.*

- ❖ Montrer que l'intervalle angulaire entre deux couleurs augmente avec l'ordre du spectre.

Mélange des ordres

A partir d'un certain ordre, les raies correspondant aux grandes longueurs d'onde dans l'ordre k peuvent "rattraper" les raies correspondant aux petites longueurs d'onde d'ordre $k+1$; il y a alors mélange des ordres.

Application : on se place en incidence normale ; à partir de quel ordre la raie rouge $\lambda_1 = 623,4 \text{ nm}$ du mercure dépasse-t-elle la raie violette $\lambda_2 = 404,6 \text{ nm}$?

5.4. Minimum de déviation

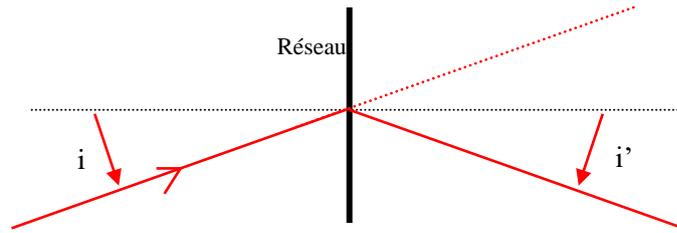
Angle de déviation de la frange d'ordre k

$$D_k \stackrel{\text{def}}{=} i'_k - i$$

Contrairement au prisme, la déviation est plus grande pour le rouge que pour le violet.

- ❖ Montrer que la déviation est extrémale pour $\cos i'_k = \cos i$

Il y a alors deux solutions possibles. Le cas $i'_k = i$ correspond à la tache centrale non déviée ($D_0 = 0$, ordre zéro). Le seul extrémum intéressant est donc atteint pour $i'_k = -i$, ce qui signifie que le plan du réseau est bissecteur des rayons incident et diffracté. L'expérience montre (le calcul aussi) qu'il s'agit d'un minimum (et pas un maximum).



On obtient finalement :

$$\sin\left(\frac{D_{k_m}}{2}\right) = \frac{k\lambda}{2a}$$

❖ Calculer le minimum de déviation D_{k_m} pour notre réseau utilisé dans le second ordre avec $\lambda = 546,0$ nm

Intérêt expérimental :

Pour une raie donnée (couleur et ordre), le minimum de déviation est un critère facile à repérer. Connaissant le pas du réseau, sa mesure permet d'obtenir la longueur d'onde de la raie observée (ou inversement).

Dans la partie « **Exemple de dispositif interférentiel par division du front d'onde : trous d'Young** », les trous d'Young permettent de confronter théorie et expérience. En revanche, les fentes d'Young sont abordées de manière exclusivement expérimentale. Aucun autre interféromètre à division du front d'onde n'est exigible.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1.3. Exemple de dispositif interférentiel par division du front d'onde : trous d'Young	
<p>Dispositif-modèle des trous d'Young ponctuels dans un milieu non dispersif (source ponctuelle à grande distance finie ; observation à grande distance finie).</p> <p>Champ d'interférences. Ordre d'interférences.</p>	<p>Définir, déterminer et utiliser l'ordre d'interférences.</p>
<p>Franges d'interférences.</p>	<p>Justifier la forme des franges observées sur un écran éloigné parallèle au plan contenant les trous d'Young.</p>
<p>Du dispositif-modèle au dispositif réel.</p> <p>Fentes d'Young. Montage de Fraunhofer.</p>	<p>Identifier l'effet de la diffraction sur la figure observée. Expliquer l'intérêt pratique du dispositif des fentes d'Young comparativement aux trous d'Young. Exprimer l'ordre d'interférences sur l'écran dans le cas d'un dispositif des fentes d'Young utilisé en configuration de Fraunhofer.</p>
<p>Perte de contraste par élargissement spatial de la source.</p>	<p>Utiliser un critère semi-quantitatif de brouillage des franges portant sur l'ordre d'interférences pour interpréter des observations expérimentales.</p>
<p>Perte de contraste par élargissement spectral de la source.</p>	<p>Utiliser un critère semi-quantitatif de brouillage des franges portant sur l'ordre d'interférences pour interpréter des observations expérimentales. Relier la longueur de cohérence temporelle, la largeur spectrale et la longueur d'onde en ordres de grandeur.</p>
<p>Observations en lumière blanche (blanc d'ordre supérieur, spectre cannelé).</p>	<p>Déterminer les longueurs d'ondes des cannelures.</p>