Chap.5 – Bilans macroscopiques

1. Méthode des bilans macroscopiques

1.1. Principe : repérer un système *fermé* et un système *ouvert*

1.2. Illustration sur un exemple : bilan de masse

1.3. Attention aux conventions d'orientation des débits

1.4. Etapes de la méthode

2. Force exercée par un fluide sur une conduite de section variable

3. Origine physique de la propulsion d'une fusée

3.1. Bilan de quantité de mouvement (notion de poussée)

3.2. Bilan d'énergie cinétique (puissance fournie par le moteur)

4. Mise en rotation d'un tourniquet hydraulique

Intro :
Etudier un écoulement en résolvant les équations locales du mouvement (Navier-Stokes par exemple) est souvent compliqué. Une alternative possible est d'étudier une partie *macroscopique* de l'écoulement, et de lui appliquer les lois de la mécanique et de la thermodynamique. Tout en occultant les zones de l'écoulement difficiles à modéliser, on peut résoudre le problème plus simplement. Peu de notions à retenir par cœur dans ce chapitre, il s'agit surtout d'acquérir un *savoir-faire*.

1. Méthode des bilans macroscopiques

1.1. Principe : repérer un système *fermé* et un système *ouvert*

Les lois de la mécanique et de la thermodynamique ne sont valables que pour des systèmes fermés :

- les lois de conservation (masse notamment)
- le TRC (sorte de 'RFD' pour un système autre que 'point matériel')
- le TMC, le TEC
- 1^{er} et 2^{e} principes de la thermodynamique

Il est parfois utile de s'intéresser à un système ouvert. Soit parce que c'est ce système qu'on étudie (cas d'une fusée, qui éjecte des gaz brûlés pour avancer), soit parce que cela simplifie l'étude (cas des régimes stationnaires).

Conclusion :

Lorsque l'on veut étudier un système ouvert, on est obligé de se ramener d'abord à un système fermé pour appliquer les lois de la physique, nécessaires pour résoudre le problème.

Remarque : Il est aussi possible de formuler les lois de la physique pour un système ouvert, mais ce n'est pas au programme (c'est aussi moins fondamental, puisque déductible des lois fondamentales formulées pour les systèmes fermés).

1.2. Illustration sur un exemple : bilan de masse

Dire que « la masse se conserve » signifie en premier lieu que « la masse d'un système fermé est constante au cours du temps ». Mais on peut formuler cette loi de conservation pour un système ouvert. Cette formulation a déjà été donnée au chapitre 'Cinématique des fluides', mais 'introduite avec les mains' avec l'idée simple que « l'augmentation de masse dans le système ouvert est égale à ce qui entre moins ce qui sort ». Cela est intuitif car conforme à notre expérience courante.

Nous allons démontrer cette seconde formulation, en utilisant la méthode qui vaudra pour tout le reste du chapitre.

- Dessiner une portion de conduite rectiligne parcourue par un fluide (cas général non stationnaire)
- Définir sur le schéma une portion de conduite, que l'on choisit comme **système ouvert S**
- Définir le **système fermé S^***, incluant S et la masse δm_e qui va entrer dans S pendant dt
- Faire un second schéma, à l'instant $(t + dt)$, et repérer le système fermé S^*, constitué de S et de la masse δm_s qui est sortie de S pendant dt
- En utilisant la loi stipulant que la masse $m^*(t)$ contenue dans S^* est constante au cours du temps, formuler la loi de conservation de la masse pour le système ouvert, en fonction de la masse $m(t)$ du système ouvert S, et des débits massiques entrant D_{me} et sortant D_{ms} (orientation conventionnelle dans le sens de l'écoulement)

1.3. Attention aux conventions d'orientation des débits

Comme toujours lorsqu'il s'agit d'une grandeur conservée qui s'échange entre plusieurs systèmes ouverts :

- la charge électrique dans les circuits (débit associé : intensité)
- l'énergie en élec, en méca, en thermo (débit associé : puissance)
- la masse en mécanique des fluides (débit associé : débit massique)

on oriente conventionnellement le sens des échanges. Les grandeurs échangées sont algébriques, i.e. elles peuvent être négatives. Le signe renseigne sur le sens *réel* de l'échange, *il permet de passer du sens conventionnel au sens réel.*

Travailler avec des grandeurs algébriques permet de mener les calculs sans connaître le sens des échanges a priori. Le sens des échanges est un des résultats du calcul, donné par le signe des débits après application numérique.

- Ecrire la loi de conservation de la masse précédemment établie en utilisant plusieurs conventions pour les débits à droite et à gauche du système ouvert. Donner leur signe connaissant le sens de l'écoulement.

Si l'on connaît le sens de l'échange *a priori*, on ne s'embête surtout pas avec les grandeurs algébriques.
On ne travaille qu'avec des grandeurs positives en orientant tous les échanges dans le sens de l'écoulement. (comme on l'a fait dans l'exemple précédent)

1.4. Etapes de la méthode

Régime stationnaire (ou permanent, ou établi)

Lorsqu'un écoulement est stationnaire, toutes les grandeurs associées au système ouvert sont constantes.

Cas d'une loi de conservation

- On peut réutiliser la formulation pour un système ouvert :

$$\frac{dG}{dt} = D_e - D_s$$

D_e et D_s étant les débits associés à la grandeur G (donc en $[unité\ de\ G].s^{-1}$)

- Si l'énoncé le demande, refaire le raisonnement nécessaire à l'établissement de cette formule (qui ressemble beaucoup à celui de l'encadré qui suit)

Cas d'une autre loi

- Faire deux schémas, l'un à t, l'autre à $(t + dt)$
- Sur chacun des schémas, repérer le système *ouvert* S et le système *fermé* S^*
- Puis on applique une loi à S^* pour en déduire un résultat sur S

- Faire un bilan d'une grandeur G^* pour déterminer $\frac{dG^*}{dt}$
- Appliquer la loi correspondante :

$$\frac{\overrightarrow{dp^*}}{dt} = \overrightarrow{F_{ext}}$$

$$\frac{\overrightarrow{dL_A^*}}{dt} = \overrightarrow{M_A}(\overrightarrow{F_{ext}})$$

$$\frac{dE_c^*}{dt} = P_{int} + P_{ext}$$

$$etc \ ...$$

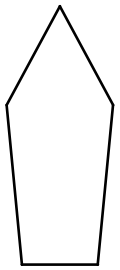
- En déduire le résultat recherché.

2. Force exercée par un fluide sur une conduite de section variable

Soit un écoulement stationnaire de fluide parfait et incompressible dans une canalisation à symétrie cylindrique, d'axe Ox, dont la section passe de S_1 à S_2. On néglige la pesanteur. La vitesse du fluide dans la section S_1 est V_1 et sa pression P_1.
Déterminer en faisant un bilan de quantité de mouvement sur un système bien choisi la composante sur Ox de la force exercée par le fluide sur la canalisation en fonction de S_1, S_2 , V_1 et P_1.

Réponse : $F = P_1(S_1-S_2) - \frac{1}{2}\rho V_1^2 S_1 (\sqrt{\frac{S_1}{S_2}} - \sqrt{\frac{S_2}{S_1}})^2$

En prenant des valeurs numériques raisonnables, repérer quel terme est principalement responsable de la force du fluide sur la canalisation.



3. Origine physique de la propulsion d'une fusée

Hypothèses :
- la fusée éjecte les gaz brûlés avec un débit constant $\boldsymbol{D_m}$
- la vitesse (en norme) des gaz brûlés est $\boldsymbol{u}$ par rapport à la fusée
- on néglige tout frottement

➢ Quelles sont les forces connues qui agissent sur la fusée ?

Pourtant la fusée monte… L'objectif est d'identifier l'origine physique de la « force de poussée ». On va montrer que c'est une *pseudo-force* qui apparaît lorsque l'on « généralise » le TRC à un système ouvert.

3.1. Bilan de quantité de mouvement (notion de poussée)

➢ En effectuant un bilan de quantité de mouvement projeté, suivant la verticale et dans le référentiel galiléen, montrer que l'on peut écrire que le système ouvert {fusée + tout ce qu'elle contient} vérifie une *équation similaire au TRC* dans lequel apparaît un terme homogène à une force : la poussée.

$$m\frac{\overrightarrow{dv}}{dt} = \vec{F}_{ext} + \vec{F}_{pous}$$

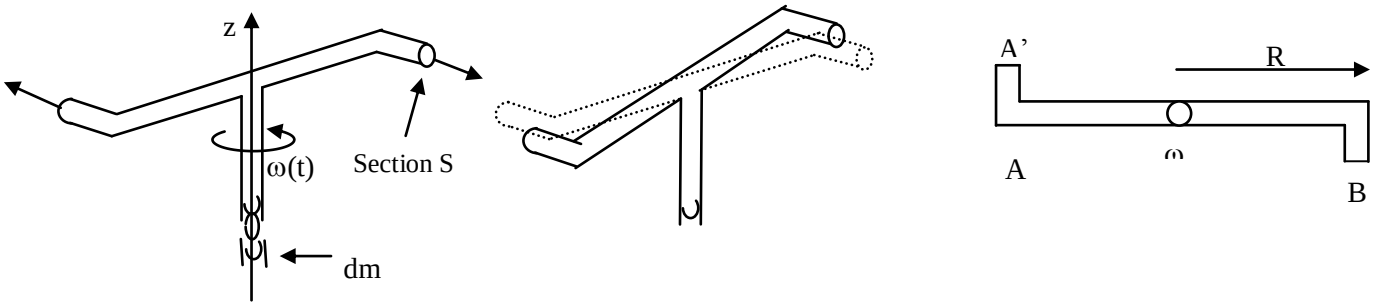
3.2. Bilan d'énergie cinétique (puissance fournie par le moteur)

- En effectuant un bilan d'énergie cinétique, exprimer la puissance du moteur de la fusée en fonction de D_m et u. On notera que c'est une puissance intérieure pour S^*.

$$P_{moteur} = \frac{1}{2} D_m u^2$$

4. Mise en rotation d'un tourniquet hydraulique

On étudie le tourniquet hydraulique suivant, mis en rotation par l'éjection d'eau par l'extrémité des bras. L'eau arrive par la base du tuyau (en bas) avec un débit volumique D_v constant. La section s du tuyau est la même en tout point. On se place en régime *stationnaire*, le tourniquet tourne à une vitesse angulaire ω. L'eau est modélisée par un fluide parfait et incompressible. On négligera la longueur des becs (AA' et BB') devant la longueur R des bras du tourniquet.



Système à t Système à t+dt Vue de dessus

Le système ouvert S est constitué du tourniquet et de l'eau qu'il contient. Le tourniquet subit de la part de son support un couple de frottement Γ opposé à son sens de rotation.

- Sur un schéma, représenter S^* à t et à t+dt. On nomme δm_e la masse entrant pendant dt dans S et δm_A et δm_B celles sortant de S.
- Exprimer ces trois quantités en fonction de D_v.
- Exprimer la vitesse (par rapport au tourniquet) de l'eau en A et B, à la sortie des becs.
- Montrer que la contribution de δm_A au moment cinétique $L_z^*(t+dt)$ s'écrit :

$$\delta L_{z,A} = \frac{1}{2} \rho R D_v (R\omega - v')dt$$

- En déduire l'expression dL_z^*/dt.
- En appliquant le TMC par rapport à l'axe vertical, et en expliquant pourquoi le moment des forces de pression, et le moment du poids sont nuls par rapport, montrer que :

$$\omega = \frac{D_v}{2sR} - \frac{\Gamma}{\rho R^2 D_v}$$

- Discuter physiquement du résultat. Interpréter le résultat en l'absence de frottements : comment est-il possible d'atteindre une vitesse angulaire constante sans frottements ?