

# Conversion de puissance Chap2 – Transformateur

## 1. Etude du transformateur idéal

- 1.1. Description du transformateur
- 1.2. Hypothèses du modèle de transformateur idéal
- 1.3. Loi de transformation des tensions
- 1.4. Loi de transformation des courants
- 1.5. Transfert parfait de puissance instantanée
- 1.6. Pertes dans un transformateur réel
- 1.7. Inductances, nullité des fuites de flux et énergie magnétique stockée

## 2. Applications du transformateur

- 2.1. Transformateur d'isolement (sécurité électrique)
- 2.2. Adaptation d'impédance (optimisation du transfert de puissance)
- 2.3. Intérêt des lignes à haute tension : rôle du transformateur

## 3. Mesure du rendement d'un transformateur réel

- 3.1. Description du montage
- 3.2. Mesure du rendement pour différentes valeurs de la résistance de charge

Intro : Le transformateur est un *convertisseur statique de puissance*. Il convertit une *puissance électrique alternative* en *puissance électrique alternative*... une ou plusieurs des caractéristiques du signal ayant été modifiées au passage.

En régime sinusoïdal, ce sont les *amplitudes* de la *tension* et du *courant* qui sont transformées. Comme la plupart des convertisseurs électriques, le *rendement d'un transformateur est proche de l'unité* (contrairement aux machines thermiques, de rendement médiocre).

Le transformateur est un convertisseur omniprésent : utilisé dans l'industrie, mais aussi chez les particuliers, il est indispensable dès qu'il s'agit d'utiliser des appareils électriques branchés sur le secteur. Nous étudierons ses principales applications :

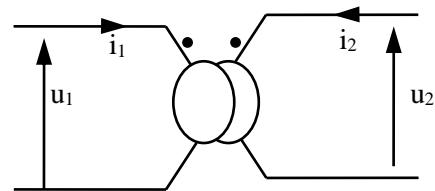
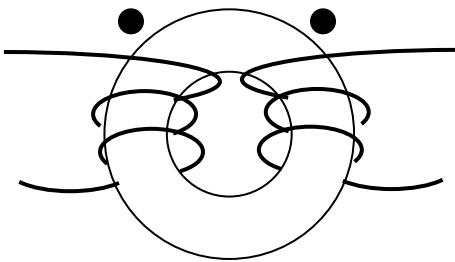
- abaisser ou éléver des tensions électriques (alimentation d'appareils divers à partir du 220V d'EDF) ;
- adapter des impédances (optimiser le transfert de puissance entre une source et une installation) ;
- isoler électriquement le secondaire du primaire (sécurité électrique)

## 1. Etude du transformateur idéal

### 1.1. Description du transformateur

Un transformateur est constitué d'un noyau torique ferromagnétique, sur lequel sont enroulés deux bobinages, l'un appelé **primaire** ( $N_1$  spires), l'autre **secondaire** ( $N_2$  spires). On appelle primaire celui placé du côté de la source d'alimentation ; le secondaire étant placé du côté du dispositif à alimenter.

Les deux bobinages sont isolés électriquement. Si le primaire est relié à la Terre, le secondaire ne l'est plus. Le matériau ferromagnétique a pour rôle de canaliser les lignes de champ magnétique pour rendre le couplage entre les deux circuits quasi-parfait, et maximiser ainsi le flux à travers les spires.



### Sens d'enroulement des deux bobinages – Bornes homologues

Pour étudier théoriquement le transformateur, il est nécessaire de préciser le sens d'enroulement des bobinages. Sur le schéma réaliste de gauche, le sens d'enroulement est précisé. Mais sur le schéma de droite (modèle du transformateur idéal), les enroulements ne sont plus dessinés. Les deux points noirs se substituent au dessin des enroulements. Les points noirs permettent de repérer les *deux bornes homologues*.

Les **deux bornes homologues** sont définies comme les bornes des bobinages *par lesquels les courants  $i_1$  et  $i_2$  doivent entrer* pour apparaître dans le Théorème d'Ampère *avec le même signe*. Dans cas, les flux magnétiques  $\Phi_1$  et  $\Phi_2$  à travers les deux bobinages *sont aussi de même signe*.

En se fiant au schéma de droite, le 2<sup>e</sup> membre du Théorème d'Ampère sera  $N_1 i_1 + N_2 i_2$ , et les flux  $\Phi_1$  et  $\Phi_2$  sont de même signe. Si le courant  $i_2$  avait été dessiné entrant par la borne du dessous, on aurait alors  $N_1 i_1 - N_2 i_2$  (ou  $-N_1 i_1 + N_2 i_2$ ), et  $\Phi_1$  et  $\Phi_2$  seraient de signe opposé.

- Vérifier que les deux bornes homologues ont été repérées correctement sur le dessin de gauche (en considérant les courants dans le Théorème d'Ampère, puis les flux magnétiques)

*Dans tout le chapitre, on se placera en régime sinusoïdal, de pulsation  $\omega$ .*

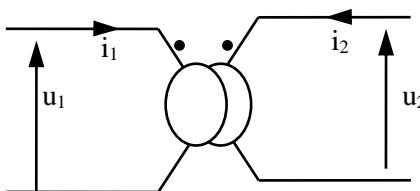
### 1.2. Hypothèses du modèle de transformateur idéal

#### Hypothèse du modèle de transformateur idéal

- le ferro est **linéaire** de **perméabilité infinie** (impliquera que  $H = 0$  dans le ferro)
- Couplage magnétique parfait : **pas de flux de fuite**, le flux  $\phi$  de  $B$  à travers une section  $S$  du tore se conserve
- les **résistances** des enroulements sont **nulles**
- **pas de courants de Foucault** dans le ferromagnétique

D'après les hypothèses, il est évident que toutes les sources de dissipation d'énergie ont été négligées. On se doute donc que le rendement du transformateur idéal est égal à 1.

Ci-dessous la *représentation symbolique* du transfo idéal :



### 1.3. Loi de transformation des tensions

- Déterminer la relation entre les deux tensions  $u_1(t)$  et  $u_2(t)$  en appliquant deux fois la loi de Faraday

#### Définition du rapport de transformation

$$m \stackrel{\text{def}}{=} \frac{N_2}{N_1}$$

#### 1.4. Loi de transformation des courants

- Appliquer le Théorème d'Ampère sur le contour moyen du noyau torique ferromagnétique
- En remarquant que le champ magnétique est fini, montrer que l'excitation magnétique est nulle dans le ferro
- En déduire la relation entre les deux courants  $i_1(t)$  et  $i_2(t)$

#### 1.5. Transfert parfait de puissance instantanée

- Montrer que la puissance instantanée de sortie est égale à celle d'entrée, pour tout instant

Dans les transformateurs réels, le transfert de puissance instantanée n'est pas parfait pour deux raisons :

- les pertes ne sont pas nulles
- de l'énergie est stockées dans le ferromagnétique

NB : L'énergie stockée dans un transfo réel n'affecte pas le rendement défini à partir des puissances moyennes, le seul vraiment intéressant.

#### 1.6. Pertes dans un transformateur réel

Les pertes ont déjà été citées lors de l'étude expérimentale du cycle d'hystérosis d'un ferromagnétique :

- **pertes Cuivre** : effet Joule généré par la résistance des fils de cuivre constituant les bobinages
- **pertes Fer par courants de Foucault** : effet Joule généré dans le ferromagnétique
- **pertes Fer par hystérosis** : dissipation d'énergie due aux déplacements des parois de Bloch

Les pertes Fer peuvent être minimisées par les procédés suivants :

- réduction des pertes par hystérosis en choisissant un ferro de cycle d'hystérosis le plus étroit possible
- réduction des courants de Foucault par feuillement du ferro (cf. étude en cours des courants de Foucaults)

Sachez qu'il est possible de donner des modèles tenant compte de ces pertes, ce sont des schémas électriques équivalents où apparaissent des grandeurs comme le courant magnétisant, l'inductance magnétisante, etc. Mais ceci est hors programme.

#### 1.7. Inductances, nullité des fuites de flux et énergie magnétique stockée

*On rappelle que les coefficients d'inductance ne peuvent être définis que si le ferro est linéaire.*

- Introduire les inductances  $L_1$ ,  $L_2$  et  $M$  dans l'écriture des flux magnétiques à travers chaque bobinage,  $M$  étant l'inductance mutuelle des deux bobinages et  $L_1, L_2$  leur inductance respective. En invoquant la conservation du flux magnétique le long du tore ferromagnétique, et en remarquant que la relation établie est vérifiée quelque soient les courants  $i_1$  et  $i_2$ , en déduire que  $M^2 = L_1 L_2$

*L'absence de fuites magnétiques le long du tore implique que l'inductance mutuelle est maximale. Normal puisque c'est l'intérêt du ferro de maximiser le couplage magnétique entre primaire et secondaire.*

- Rappeler les deux expressions possibles de l'énergie magnétique stockée dans l'ensemble des deux bobinages couplés par mutuelle inductance.

On rappelle que l'inégalité  $M^2 \leq L_1 L_2$  provient du caractère positif de l'énergie magnétique stockée  $E_{mag} \geq 0$ . On avait montré aussi que l'égalité  $M^2 = L_1 L_2$  correspond au cas où l'énergie magnétique stockée est nulle  $E_{mag} = 0$ . On vient donc de démontrer dans le cas du transformateur parfait qu'il n'y a pas d'énergie magnétique stockée. Ce que le transfert parfait de puissance instantanée avait déjà suggéré auparavant.

- A partir de l'expression intégrale de l'énergie magnétique stockée, retrouver à partir de  $E_{mag} = 0$  que l'excitation magnétique est nulle en tout point du ferro :  $H = 0$

## 2. Applications du transformateur

### 2.1. Transformateur d'isolement (sécurité électrique)

Il n'y a pas de lien électrique entre le primaire et le secondaire. Le lien est magnétique. Aussi, tout potentiel électrique du circuit secondaire est indépendant de tout potentiel électrique du circuit primaire.

En général le primaire est relié à la Terre. Sauf si l'opérateur le souhaite, le secondaire n'est pas relié à la Terre. Les deux dessins ci-dessous montrent en quoi cela permet de sécuriser les personnes du côté du circuit secondaire :

- *sans* transformateur : si un individu touche la borne + d'une prise EDF, il est électrocuté car le contact de son corps avec le sol (la Terre) ferme le circuit et permet au courant de circuler
- *avec* transformateur : le secondaire n'étant plus relié à la Terre, le fait de toucher la borne *A* (*ou B*) ne ferme plus le circuit. Le circuit constitué par le secondaire, le corps et la Terre est un circuit ouvert : aucun courant ne circule et l'individu n'est pas électrocuté (évidemment, si l'individu touche les deux bornes *A* et *B* en même temps... il sera électrocuté)

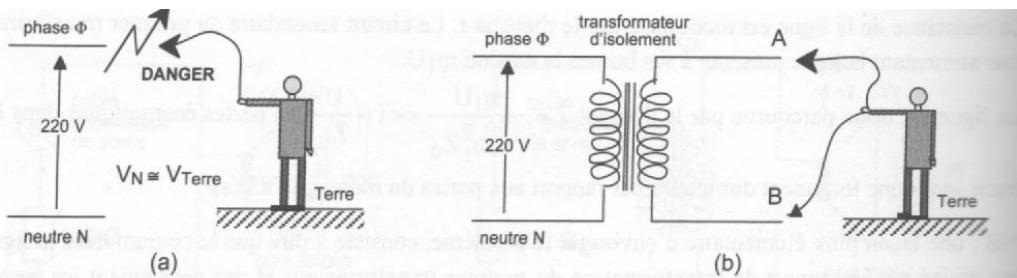


Figure T86 : au secondaire, le circuit étant interrompu, il y a protection des personnes (on peut entrer en contact avec les points A ou B sans danger puisque les circuits A-terre et B-terre sont des circuits ouverts)

### 2.2. Adaptation d'impédance (optimisation du transfert de puissance)

Lorsque l'on souhaite fournir de la puissance d'une source vers une installation, l'objectif recherché est généralement de maximiser la puissance transférée de la source vers l'installation.

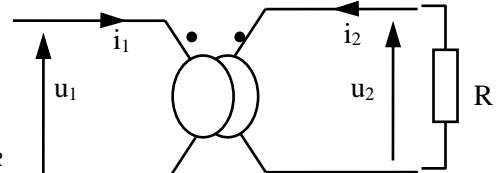
On va voir dans l'exemple ci-dessous comment l'introduction d'un transformateur peut permettre de maximiser la puissance transférée d'une source vers une installation, en minimisant par conséquent la puissance perdue. On étudie le montage le plus simple possible : une source de tension alimentant une résistance  $R$ .

- On modélise la source de tension par un générateur de Thévenin, de fém  $E$  et de résistance interne  $r$ . Montrer que la puissance transférée à la résistance  $R$  est maximale quand  $R = r$ .

En pratique, il est difficile de modifier la résistance interne de la source de tension pour l'adapter à celle de l'installation. Pour adapter les impédances, on insère un transformateur de rapport  $m$  entre la source de tension (délivrant la tension  $u_1 = E - Ri_1$ ) et la résistance  $R$ . On note  $Z_R$  l'impédance de l'installation « rapportée au primaire », i.e. « la résistance  $R$  vue depuis le primaire »  $Z_R \stackrel{\text{def}}{=} u_1/i_1$

- Etablir l'expression de  $Z_R$  en fonction de  $R$  et de  $m$

- Dessiner le schéma équivalent du montage ci-contre faisant apparaître  $Z_R$  à la place de l'ensemble {transformateur ;  $R$ }, puis déterminer le rapport de transformation  $m$  permettant de maximiser la puissance transférée à la résistance  $R$



#### Transfert d'impédance du secondaire vers le primaire

La définition d'une impédance équivalente à l'ensemble {transformateur ; installation} revient à « transférer l'impédance » de l'installation depuis le secondaire vers le primaire.

### Commentaires autour de la notion d'adaptation d'impédance :

L'exemple étudié montre que l'impédance de l'installation doit être adaptée à celle de la source pour que le transfert de puissance soit maximal. On établit un résultat similaire en physique des ondes (absence de réflexion à l'interface entre deux milieux quand leur impédance sont égales).

On notera que les impédances sont adaptées au transfert de puissance lorsqu'elles sont égales, contrairement à l'électronique de commande où l'adaptation d'impédance signifiait que l'impédance d'entrée du bloc suivant devait être très grande devant l'impédance de sortie du bloc précédent (pour que les fonctions de transfert ne soient pas modifiées lors du branchement).

### 2.3. Intérêt des lignes à haute tension : rôle du transformateur

Sur un exemple simplifié, on explique ici pourquoi l'énergie électrique est transportée sur de longues distances via des *lignes haute (voire très haute) tension*.

Les schémas ci-dessous modélisent de manière simplifiée les deux situations suivantes :

- schéma de gauche : la tension  $U$  d'environ 6 V est délivrée par la centrale électrique où est produite l'énergie électrique. L'installation à alimenter est modélisée par une ampoule, qui pour fonctionner doit être alimentée par une tension sinusoïdale d'environ 6 V (exemple : lampe utilisée sur les bancs d'optique en TP). La résistance  $r$  représente la résistance totale des câbles reliant la centrale à l'installation (lignes électriques qui transportent le courant).
- schéma de droite : idem, mais deux transformateurs ont été insérés entre la centrale et l'installation. Le premier est un élévateur de tension, le second un abaisseur de tension de rapport inverse au premier. On va montrer que c'est cette configuration qui minimise les pertes par effet Joule dans la résistance  $r$  des câbles de transport.

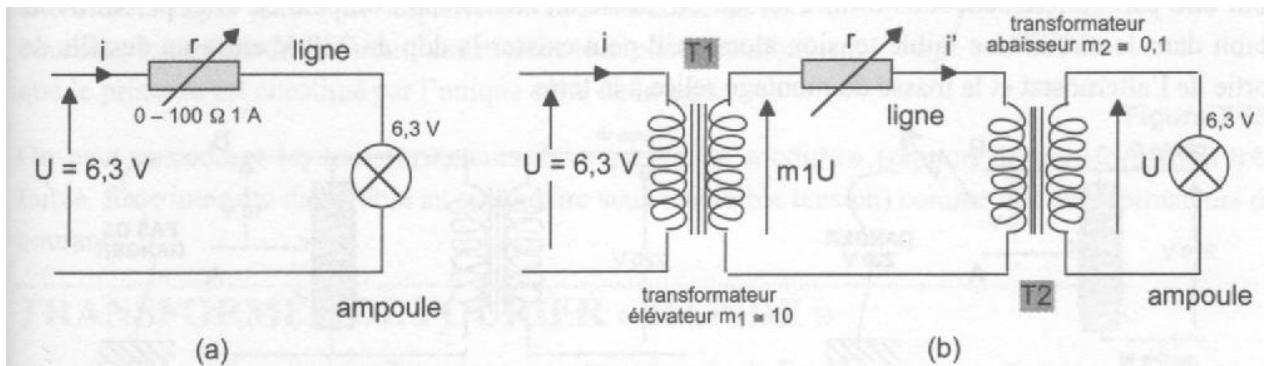


Figure T 85 : modélisation du transport de l'énergie électrique à haute tension

Par la suite, on modélise l'ampoule par une résistance  $R \gg r$  très grande devant la résistance des câbles. Cela est raisonnable car une seule ligne HT alimente de nombreuses installations. De plus, si l'on avait  $r \gg R$ , le transport de l'énergie électrique (associé à la centralisation des sites de production) ne serait pas économiquement viable.

➤ Dans le 1<sup>er</sup> cas, montrer que la puissance dissipée dans les lignes de transport électrique s'écrit :

$$P_{Joule} = \frac{rU^2}{(R+r)^2}$$

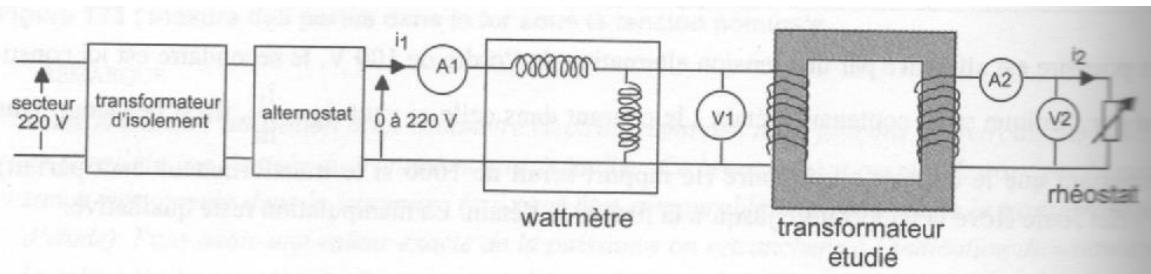
➤ Dans le second cas, en utilisant le transfert d'impédance, montrer que les pertes en ligne s'écrivent :

$$P'_{Joule} = \frac{rm_1^2U^2}{(m_1^2R+r)^2}$$

$m_1$  étant de l'ordre de qq 100 (peut aller jusqu'à 3000),  $m_1^2R \gg r$ , et on trouve  $P'_{Joule} = \frac{P_{Joule}}{m_1^2}$  : l'utilisation des transformateurs réduit considérablement les pertes par effet Joule dans les lignes de transport électrique.

### 3. Mesure du rendement d'un transformateur réel

#### 3.1. Description du montage



Le montage ci-dessus permet de mesurer le rendement d'un transformateur (il n'est pas entièrement conforme à l'expérience faite en cours, le transformateur d'isolement n'étant pas disponible en salle de TP).

Le transformateur étudié possède les caractéristiques suivantes :

- $m = 0,22$
- $V_{1\text{eff}} = 110 \text{ V}$  en nominal
- $V_{2\text{eff}} = 24 \text{ V}$  en nominal
- puissance apparente  $P_{app} = 10 \text{ VA}$ , définie par le produit entre les valeurs nominales de  $V_{1\text{eff}}$  et  $I_{1\text{eff}}$

On déduit de  $P_{app}$  le courant nominal au primaire  $I_{1\text{eff}} \cong 0,1 \text{ A}$ , et celui au secondaire  $I_{2\text{eff}} \cong 0,4 \text{ A}$

**Une valeur nominale est la valeur optimisant le fonctionnement d'un dispositif.**

*Dans le cas du transformateur, les valeurs nominales sont celles qui maximisent le rendement énergétique.*

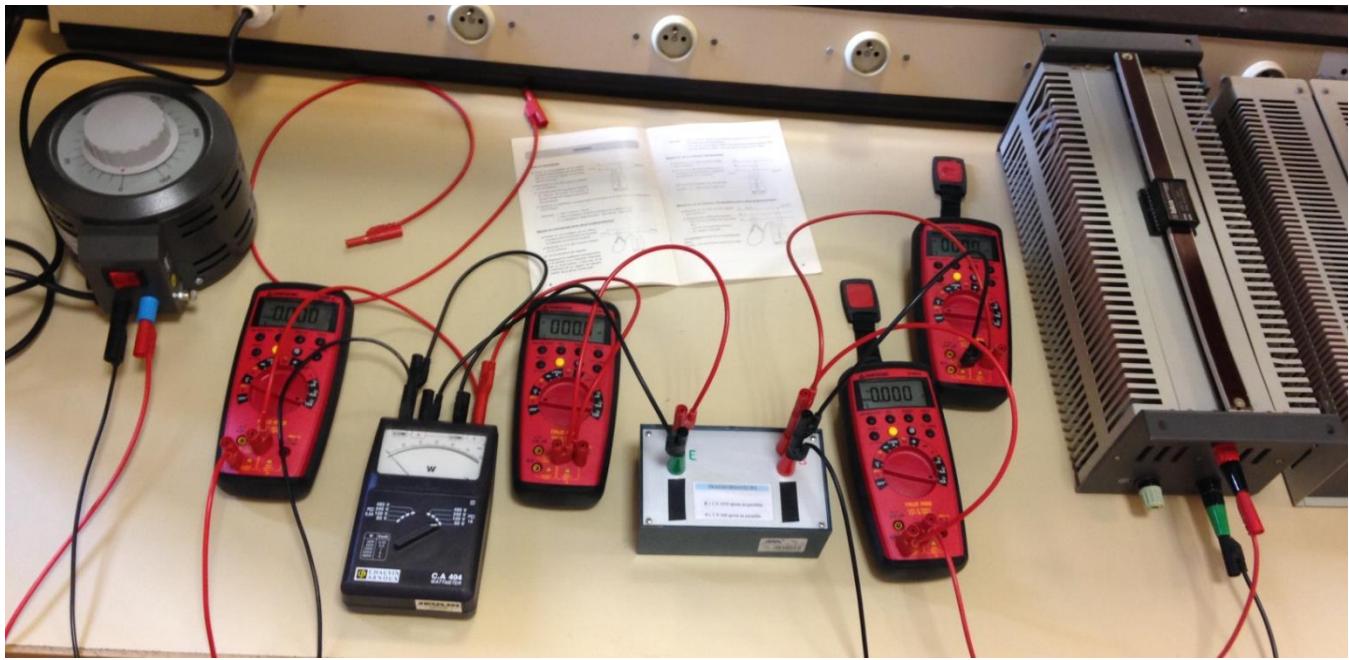
Le wattmètre mesure la *puissance moyenne*  $P_1$  consommée par le primaire, l'ampèremètre n°1 et le voltmètre n°1 le courant et la tension au primaire. On rappelle que la puissance moyenne n'est pas égale au produit des valeurs efficaces de la tension et du courant... cf. le facteur de puissance !

Au secondaire, la charge étant purement résistive, la puissance consommée fournie par le secondaire est égale à celle absorbée par la résistance et s'écrit  $P_2 = V_{2\text{eff}} I_{2\text{eff}}$

#### 3.2. Mesure du rendement pour différentes valeurs de la résistance de charge

La tension d'alimentation du primaire est gardée constante, et l'on ne fait que modifier la valeur de la résistance de charge  $R$ . Celle-ci entraîne une modification de tous les autres grandeurs (hormis  $V_{1\text{eff}}$  qui reste constant). On prendra comme variable  $I_{2\text{eff}}$  plutôt que  $R$  car le courant est mesuré directement par les appareils.

| R     | v1    | v2   | i1    | i2    | P1   | P2   | r    | V2/V1 | I2/I1 | I1/I2 |
|-------|-------|------|-------|-------|------|------|------|-------|-------|-------|
| 13,4  | 109,7 | 19,6 | 0,372 | 1,459 | 41,0 | 28,6 | 0,70 | 0,18  | 3,92  | 0,25  |
| 16,5  | 110,3 | 21,0 | 0,324 | 1,274 | 35,8 | 26,7 | 0,75 | 0,19  | 3,93  | 0,25  |
| 20,8  | 110,2 | 22,0 | 0,270 | 1,058 | 30,0 | 23,3 | 0,78 | 0,20  | 3,92  | 0,26  |
| 24,9  | 110,4 | 22,9 | 0,232 | 0,917 | 26,0 | 21,0 | 0,81 | 0,21  | 3,95  | 0,25  |
| 33,2  | 110,0 | 24,0 | 0,183 | 0,722 | 20,5 | 17,3 | 0,84 | 0,22  | 3,95  | 0,25  |
| 47,6  | 110,0 | 25,1 | 0,134 | 0,527 | 15,3 | 13,2 | 0,87 | 0,23  | 3,93  | 0,25  |
| 59,6  | 110,4 | 25,9 | 0,111 | 0,434 | 12,3 | 11,2 | 0,92 | 0,23  | 3,91  | 0,26  |
| 65,3  | 110,3 | 26,1 | 0,103 | 0,399 | 11,3 | 10,4 | 0,92 | 0,24  | 3,87  | 0,26  |
| 72,1  | 110,4 | 26,3 | 0,094 | 0,364 | 10,5 | 9,6  | 0,91 | 0,24  | 3,87  | 0,26  |
| 202,6 | 110,4 | 27,6 | 0,040 | 0,136 | 4,0  | 3,7  | 0,94 | 0,25  | 3,40  | 0,29  |
| 296,7 | 110,5 | 27,9 | 0,029 | 0,094 | 3,3  | 2,6  | 0,81 | 0,25  | 3,24  | 0,31  |
| 406,2 | 110,6 | 28,0 | 0,023 | 0,069 | 2,5  | 1,9  | 0,77 | 0,25  | 3,00  | 0,33  |
| 673,1 | 110,9 | 28,3 | 0,017 | 0,042 | 2,0  | 1,2  | 0,59 | 0,25  | 2,47  | 0,40  |
| 11,1  | 110,2 | 18,4 | 0,426 | 1,661 | 46,5 | 30,6 | 0,66 | 0,17  | 3,90  | 0,26  |
| 8,6   | 109,7 | 16,6 | 0,493 | 1,928 | 54,0 | 31,9 | 0,59 | 0,15  | 3,91  | 0,26  |
| 6,1   | 109,6 | 14,0 | 0,585 | 2,288 | 64,0 | 31,9 | 0,50 | 0,13  | 3,91  | 0,26  |

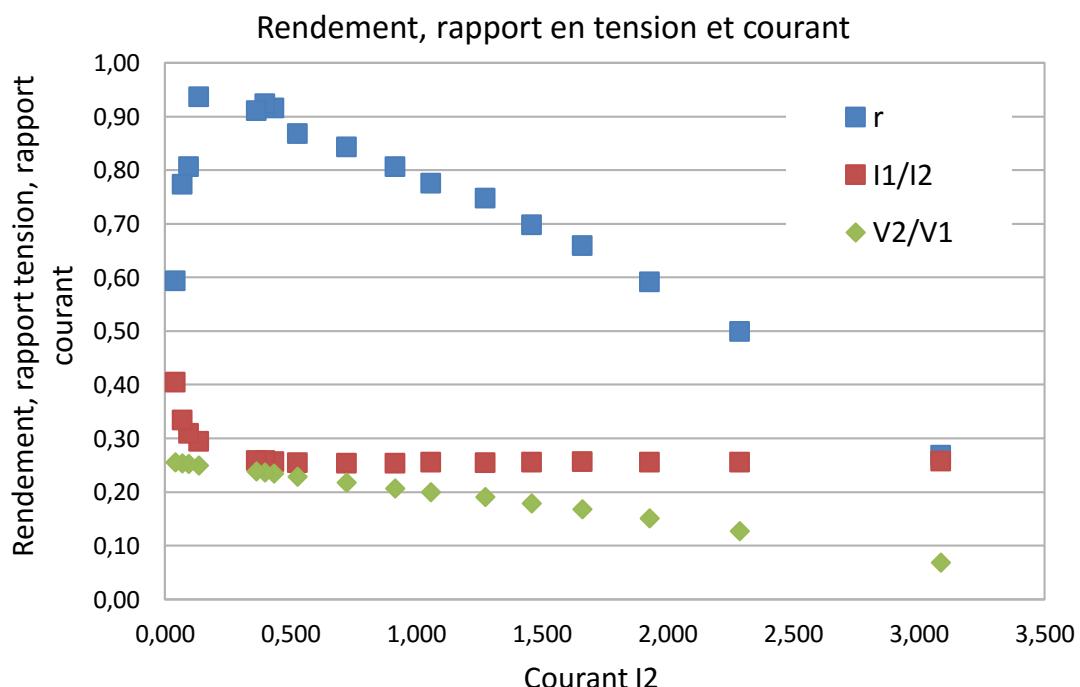


Voici une photo du montage, gourmand en appareils de mesure : 4 multimètres en rouge, 1 wattmètre en noir, le transformateur au milieu, les rhéostats à droite placés en série et « l'alternostat » à gauche permettant de délivrer une tension sinusoïdale de 50 Hz de valeur efficace comprise entre 0 V et 220 V.

Le rendement  $r$  et les rapports en tension  $\frac{V_{2eff}}{V_{1eff}}$  et en courant  $\frac{I_{1eff}}{I_{2eff}}$  sont représentés sur le graphe ci-dessous. On remarque que le maximum de rendement est de l'ordre de 90 %, et est obtenu :

- pour la valeur nominale du courant  $I_{2eff}$
- les valeurs nominales de  $V_{1eff}$  et  $V_{2eff}$
- lorsque les rapports  $\frac{V_{2eff}}{V_{1eff}}$  et  $\frac{I_{1eff}}{I_{2eff}}$  se rapprochent le plus de ceux prévus par le modèle du transfo idéal

Conclusion : Les performances maximales du transformateur sont obtenues pour les valeurs nominales affichées par le constructeur... C'est normal car c'est la raison pour laquelle ces valeurs sont qualifiées de « nominales » ! Utilisé dans ces conditions, le transfo réel se rapproche le plus du comportement du transfo idéal.



Le bloc 2 complète le modèle du transformateur de tension vu en première année. On ajoute ici le rôle d'un noyau de fer doux de forte perméabilité permettant d'obtenir un transformateur de courant. Les pertes et les défauts sont évoqués mais ne sont pas modélisés. En particulier, l'inductance magnétisante est hors programme. On explique l'intérêt du transformateur pour l'isolement et le transport de l'énergie électrique sur de longues distances.

| Notions et contenus             | Capacités exigibles  |
|---------------------------------|--|
| <b>2. Transformateur</b>        |  |
| Modèle du transformateur idéal. | <p>Citer les hypothèses du transformateur idéal. Établir les lois de transformation des tensions et des courants du transformateur idéal, en respectant l'algébrisation associée aux bornes homologues.</p> <p>Relier le transfert instantané et parfait de puissance à une absence de pertes et à un stockage nul de l'énergie électromagnétique.</p>   |
| Pertes.                         | <p>Citer les pertes cuivre, les pertes fer par courant de Foucault et par hystérésis. Décrire des solutions permettant de réduire ces pertes.</p>  |
| Applications du transformateur. | <p>Expliquer le rôle du transformateur pour l'isolement.</p> <p>Établir le transfert d'impédance entre le primaire et le secondaire.</p> <p>Expliquer l'intérêt du transport de l'énergie électrique à haute tension afin de réduire les pertes en ligne. Expliquer l'avantage d'un facteur de puissance élevé.</p> <p><b>Mettre en œuvre un transformateur et étudier son rendement sur charge résistive.</b></p> |