Exercices – Diffusion thermique

Si besoin, l'annexe « Analyse vectorielle » donne les expressions des opérateurs en cylindrique et sphérique
Dans tous les exercices suivants λ désigne une conductivité thermique, ρ une masse volumique et c une chaleur massique (capa. therm. mass.)

Exercice 1 : Diffusion thermique en présence d'effet Joule

Un cylindre métallique, de conductivité électrique σ et de conductivité thermique λ, de section S et de longueur L, est parcouru longitudinalement par un courant électrique d'intensité I. On suppose que les extrémités sont maintenues aux températures T_0 et T_1 et que la surface latérale est calorifugée.

1. Effectuer un bilan d'énergie pour établir l'équation de la chaleur, sachant que l'on adopte l'approximation d'un problème unidimensionnel.
2. En déduire la loi d'évolution spatiale de la température en fonction de l'abscisse en régime établi.
3. Examiner le cas particulier où I = 0. Examiner le cas particulier où $T_0 = T_1$. Tracer l'allure des courbes T(x) obtenues dans chacun de ces deux cas particuliers.
4. Calculer le flux thermique aux deux extrémités. Commenter le résultat.
5. Un tel problème aurait-il un sens dans le cadre de la diffusion de particules ?

Exercice 2 : Barreau constitué de deux métaux

On dispose d'un barreau cylindrique de section S constitué d'une longueur l_1 d'aluminium et l_2 de cuivre.

On donne :
λ_1 (Al) = 200 W.K^{-1}.m^{-1} ; λ_2 (Cu) = 380 W.K^{-1}.m^{-1} ; l_1 = 80 cm ; l_2 = 50 cm ; S = 2 cm^2.
L'extrémité libre du barreau d'aluminium est maintenue à t_1 = 180°C, celle du barreau de cuivre à t_2 = 0°C. Une gaine isole latéralement le barreau.
Déterminer, en régime stationnaire :
a) la température au niveau de la soudure ;
b) le gradient de température le long de chacune des deux parties du barreau ;
c) la densité de courant thermique et le transfert thermique qui traverse la jonction chaque minute.
d) La résistance thermique de l'ensemble.
Réponses : $T_{soudure}$ = 44,5 °C ; Q = 405,6 J.

Exercice 3 : Régulation thermique

On souhaite réguler la température d'une enceinte de stockage. Pour une température extérieure de 5°C, les calculs ont montré qu'une puissance de 1,6 kW était nécessaire pour maintenir la température intérieure à 18°C.

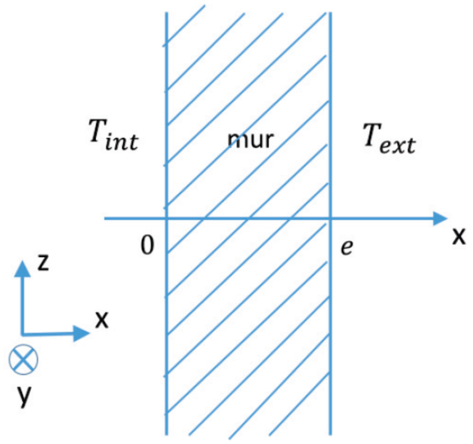
1. Déterminer et donner la valeur numérique de la résistance thermique de l'enceinte.
2. Pour une variation de température extérieure de 6°C, quelle sera la variation de température intérieure si l'on maintient la puissance thermique fournie constante ?

On adopte une loi de commande telle que la puissance fournie soit proportionnelle à la différence entre une valeur de consigne choisie par l'utilisateur et la température intérieure de l'enceinte.
3. Sachant que le coefficient retenu est de 1,5 kW par °C, quelle valeur de consigne faut-il choisir pour obtenir une température intérieure de 18°C lorsque la température extérieure est 5°C.
4. Si La température extérieure varie de 6°C, quelle sera la variation de température intérieure ? Commenter.
5. Représenter le schéma bloc de ce système.

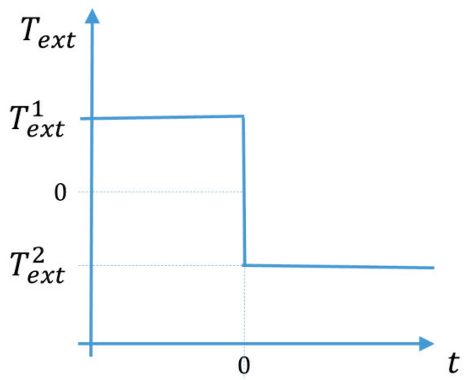
Exercice 4 : CCP PC modélisation 2015

SIMULATION NUMERIQUE DU TRANSFERT THERMIQUE DANS UN MUR EN REGIME TRANSITOIRE

On étudie les transferts thermiques dans le mur d'une maison, figure 1(a). La température à l'intérieur de la maison est constante dans le temps et égale à $T_{int} = 20$ °C. Aux temps négatifs ($t < 0$), la température extérieure est égale à $T_{ext1} = 10$ °C. A $t = 0$, elle chute brusquement à $T_{ext2} = -10$ °C et elle reste égale à cette valeur aux temps positifs ($t > 0$), figure 1(b). On souhaite étudier l'évolution du profil de température dans le mur au cours du temps.



(a)



(b)

Figures 1 (a) - Schéma du mur étudié. (b) - Evolution de la température extérieure au cours du temps.

Le mur a une épaisseur $e = 40$ cm. Les propriétés physiques du mur sont constantes : conductivité thermique $\lambda = 1{,}65\ \mathrm{W.m^{-1}.K^{-1}}$, capacité thermique massique $c_p = 1\,000\ \mathrm{J.kg^{-1}.K^{-1}}$, masse volumique $\rho = 2\,150\ \mathrm{kg.m^{-3}}$.

PARTIE I : ETUDE PRELIMINAIRE

Dans cette partie, on établit l'équation gouvernant les variations de la température et on la résout en régime permanent.

I.A. Equation gouvernant la température

On suppose que la température dans le mur T ne dépend que du temps t et de la coordonnée x.

I.A.1. A quelle condition peut-on supposer que la température ne dépend pas des coordonnées y et z ?

I.A.2. Donner l'équation générale qui décrit le transport de chaleur dans un solide en l'absence de source d'énergie. Comment cette équation se simplifie-t-elle sous les hypothèses de la question I.A.1 ?

I.B. Conditions aux limites

On envisage plusieurs types de conditions aux limites.

(i) La température est imposée aux limites du système.

(ii) La paroi extérieure est isolée par un matériau de très faible conductivité.

I.B.1. Traduire chacune de ces conditions aux limites sur la fonction $T(x,t)$ et/ou sa dérivée.

Dans toute la suite, on adoptera des conditions aux limites de type température imposée.

I.C. Solutions en régime permanent

I.C.1. Résoudre l'équation obtenue à la question I.A.2. en régime permanent, avec les conditions aux limites de type températures imposées (question I.B.(i)) :

- pour un instant particulier négatif $t_1 < 0$,
- pour un instant particulier positif $t_2 > 0$, très longtemps après la variation de température extérieure, quand le régime permanent est de nouveau établi dans le mur.

I.C.2. Quelle est la nature des profils $T(x)$ obtenus (en régime permanent) à ces deux instants ? Tracer à la main les deux profils sur un même graphique sur la copie.

I.C.3. Sur le même graphique, tracer à la main qualitativement les profils intermédiaires à différents instants entre la variation brutale de la température extérieure ($t = 0$) et l'instant t_2 où le régime est de nouveau permanent.

<u>Exercice 4 : Bilan entropique en diffusion thermique (dur car non traité en cours, et hors programme)</u>

- pour appliquer le 2e ppe
- pour prouver l'irréversibilité du phénomène de diffusion avec les outils de la thermodynamique
- pour donner un exemple d'évolution isentropique qui n'est pas adiabatique

Une barre cylindrique de conductivité λ, de section σ et de longueur L est calorifugée sauf à ses extrémités où elle est en contact avec deux thermostats qui maintiennent respectivement les températures T_1 et T_2.
En se plaçant en régime permanent, montrer que le phénomène de diffusion thermique est un processus irréversible, en reliant λ à l'entropie créée. Interpréter le fait que λ soit positif dans la loi de Fourier.

<u>Exercice 5 : Etude simplifiée d'un dissipateur thermique pour transistor</u>

On ne peut pas toujours limiter la puissance dissipée dans un transistor. Pour pouvoir dissiper une puissance beaucoup plus élevée en limitant la température du composant, on monte le boîtier de certains transistors sur un dissipateur de chaleur muni d'ailettes de refroidissement (figure 10).

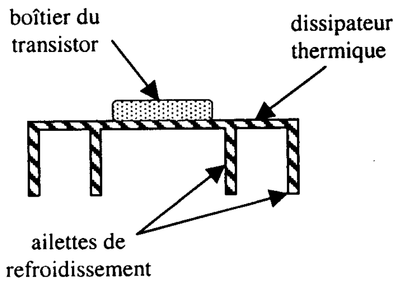


figure 10

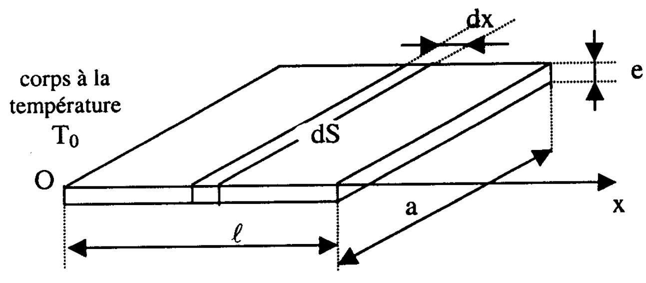


figure 11

Une ailette de refroidissement en aluminium de conductivité thermique λ = 200 W m^{-1}.K^{-1} est fixée à un corps dont la température est T_o = 70°C constante et baigne dans l'air ambiant dont la température est constante et vaut T_a = 20°C .
Le corps à la température T_o occupe le demi-espace x < 0.
L'ailette est de forme parallélépipédique (figure 11), d'épaisseur e = 2 mm, de largeur a = 3 cm et de longueur ℓ=2 cm.

On fait les hypothèses suivantes :
- le régime étudié est stationnaire
- la température d'un point de l'ailette n'est fonction que de x : elle sera donc notée T(x)
- a est très grand devant e (cf. valeurs numériques)
- la puissance thermique cédée à l'air extérieur par la surface latérale dS d'un élément de longueur dx (échanges conducto-convectifs) est : $dP = h\,[\,T(x) - T_a]\,dS$ avec $dS = 2\,(a + e).dx \approx 2a.dx$
où h est un coefficient constant : h = 150 S.I. (S.I. signifie : dans le système international).

1. Montrer que l'équation différentielle vérifiée par la température T(x) de l'ailette peut se mettre sous la forme :

$$\frac{d^2T}{dx^2} - \frac{1}{L^2}\left(T(x) - T_a\right) = 0$$

où L est une longueur caractéristique que l'on exprimera en fonction de λ, h et e.
2. Calculer la valeur numérique de L.
3. Justifier les deux conditions aux limites suivantes vérifiées par T(x) :

$$T(0) = T_o \text{ et } -\lambda\,(dT / dx)_{x=\ell} = h\,(T(\ell) - T_a)\,.$$

4. En déduire la loi T(x) en fonction de x.
5. Montrer que compte-tenu de la longueur de l'ailette (ℓ= 2 cm), on peut supposer que la température de l'ailette est approximativement constante et égale à T_o : on montrera que la valeur absolue de $(T(\ell) - T_o) / T_o$ est voisine de 10%.
6. <u>On considère que la température de l' ailette est effectivement constante et égale à T_o</u>
a) Donner l'expression de la puissance thermique P échangée entre l'ailette et l'air ambiant.
b) Déterminer la puissance thermique P' échangée entre le corps à la température T_o et l'air ambiant par la surface d'aire S' = a.e en l'absence d'ailette (S' est la surface de base de l'ailette en x = 0).
c) En déduire l'expression de l'efficacité $\eta = P / P'$ de l'ailette. Calculer sa valeur.