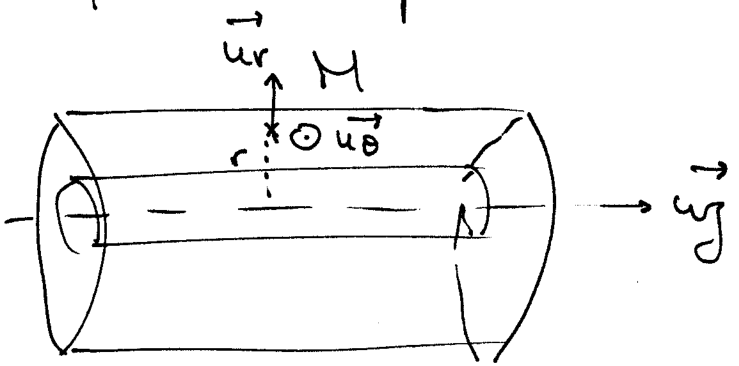
CCP PSI 2011 : câble coax

A.1. Distrib° charge invariante : (4)

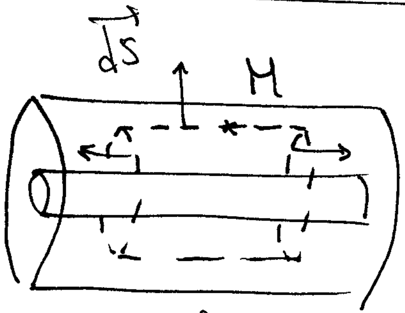
→ par transl° selon $\vec{u_z}$ (pas effets bords)

→ par rotat° angle θ



Plans sym^{ie} $(M, \vec{u_r}, \vec{u_\theta})$, $(M, \vec{u_r}, \vec{u_z})$ $\Big\}$ $\boxed{\vec{E}(M) = E(r)\vec{u_r}}$

2. (4)



S$_{gauss}$ en --- longueur l

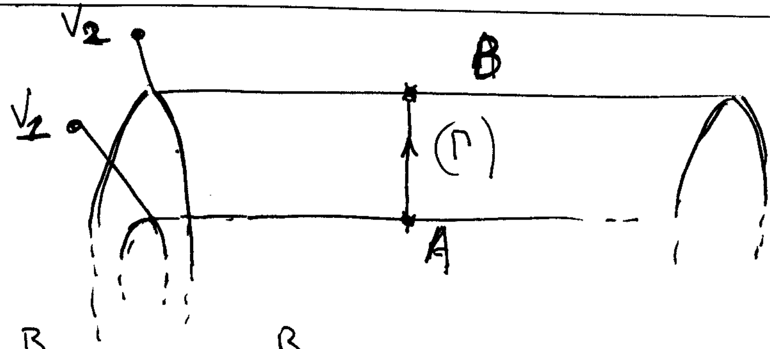
$$\oiint_{S_{gauss}} \vec{E}\cdot\vec{dS} = \iint_{S_{lat}} + \cancel{\iint_{S_{gauche}} + \iint_{S_{droite}}} = 0 \text{ car } \vec{E} \perp \vec{dS}$$

$$\iint_{S_{lat}} E(r)\vec{u_r}\cdot dS\vec{u_r} = E(r)\iint dS = E(r)\times 2\pi r l$$

$\rightarrow \dfrac{Q_{int}}{\varepsilon_0} = \dfrac{Q\left(\frac{h}{l}\right)}{\varepsilon_0}$ pour $r \in]R_1, R_2[$

d'où $\boxed{\vec{E}(M) = \dfrac{Q}{2\pi r l \varepsilon_0}\vec{u_r}}$

3. (4)



$$\int_{A\,(\Gamma)}^{B} \vec{E}\cdot\vec{dl} = \int_{A\,(\Gamma)}^{B} E(r)\vec{u_r}\cdot \underbrace{dr\,\vec{u_r}}_{\text{exp° déplac}^t \text{ élém}^{\text{re}} \text{ selon dir° } \vec{u_r}}$$

$$= \int_{r_A}^{r_B} \frac{Q}{2\pi r l \varepsilon_0}\,dr$$

$$= \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 l}\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$$

Or $\displaystyle\int_A^B \vec{E}\cdot\vec{dl} = V_A - V_B = V_1 - V_2$ $\Big\}$ $\boxed{V_1 - V_2 = \dfrac{Q}{2\pi\varepsilon_0 l}\ln\left(\dfrac{R_2}{R_1}\right)}$

4. (1) $\boxed{C = \dfrac{2\pi\varepsilon_0}{\ln\left(\dfrac{R_2}{R_1}\right)}}$ $\left(C = \dfrac{C\ell}{\ell}\right)$

5. (1) <u>AN</u> : $C = \dfrac{2\pi \times 3{,}1}{36\pi\, 10^{9} \times \ln 5} = \dfrac{3{,}1 \quad 10^{-9}}{18 \ln 5}$

$\boxed{C = 0{,}11\ \mathrm{nF.m^{-1}}}$

6. (2) Par analogie avec exp° énoncé :

$\boxed{\vec{j}_{S_2} = -\dfrac{I_0}{2\pi R_2}\vec{u_z}}$ en $\boxed{\mathrm{A\,m^{-1}}}$

courant va dans l'autre sens.

<u>NB</u> : ⚠ le qualificatif "<u>surfacique</u>" précise simplement que modél° <u>2D</u> de la distrib° de courant.

$\vec{j}_{S_2}$ est ici un <u>débit linéique</u> de charges.

7. (2) <u>Distrib° courant invariante</u> :

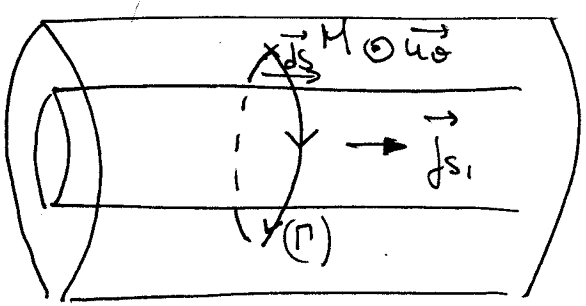
→ par transl° selon $\vec{u_z}$

→ par rotat° d'angle θ

<u>Plan sym-i°</u> (schéma A.1) : $(M, \vec{u_r}, \vec{u_z})$

d'où $\boxed{\vec{B}(M) = B(r)\,\vec{u_\theta}}$

8.



$\oint_{(\Gamma)} \vec{B}\cdot\vec{dl} = \oint B(r)\,\vec{u_\theta}\cdot dl\,\vec{u_\theta} = B(r)\,2\pi r$

$\mu_0 I_{enlacé} = \mu_0 I_0$

d'où $\boxed{\vec{B}(M) = \dfrac{\mu_0 I_0}{2\pi r}\vec{u_\theta}}$

9. 3 $W_m = \iiint_{\substack{vol\\ intercond.}} \frac{B^2}{2\mu_0}\, d\tau$

$$= \int_{r=R_1}^{R_2} \int_{\theta=0}^{2\pi} \int_{z=0}^{\ell} \frac{\mu_0^2 I_0^2}{2\mu_0 4\pi^2} \frac{1}{r^2} (dr)(r d\theta)(dz)$$

$$= \frac{\mu_0 I_0^2}{8\pi^2} \times \underset{\left(\int_\theta\right)}{2\pi} \times \underset{\left(\int_z\right)}{\ell} \times \underbrace{\int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r}}_{\ln \frac{R_2}{R_1}}$$

$$\boxed{W_m = \frac{\mu_0 I_0^2 \ell}{4\pi} \ln \frac{R_2}{R_1}}$$

10. 2 $\boxed{L\ell = \frac{\mu_0 \ell}{2\pi} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}$

11. $\boxed{L = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}$

AN : $L = \frac{4\pi 10^{-7}}{2\pi} \ln 5$

$$\boxed{L = 0{,}32\ \mu H m^{-1}}$$