

1. Description et principe simplifié du fonctionnement d'une MCC

- 1.1. Description de la machine
- 1.2. Explication simplifiée du principe de fonctionnement

2. Expression du couple et de la fcém induite

- 2.1. Couple magnétique proportionnel au courant rotorique
- 2.2. Schéma électrique équivalent du rotor
- 2.3. Réversibilité de la MCC : moteur ou génératrice
- 2.4. Pertes énergétiques dans une machine réelle

3. Quelques exemples de fonctionnement d'une MCC

- 3.1. Notions préalables de mécanique du solide
- 3.2. Fonctionnement moteur : régime permanent
- 3.3. Fonctionnement moteur : régime transitoire
- 3.4. Fonctionnement en génératrice de courant ou en génératrice tachymétrique
- 3.5. Applications des MCC

Intro : On étudie ici la *machine à courant continu* (MCC), alimentée par un générateur continu. Dans ce chapitre, l'étude est réduite à la seule partie utile en exercice. L'explication plus détaillée du fonctionnement sera faite par analogie avec la machine synchrone dans un chapitre à venir.

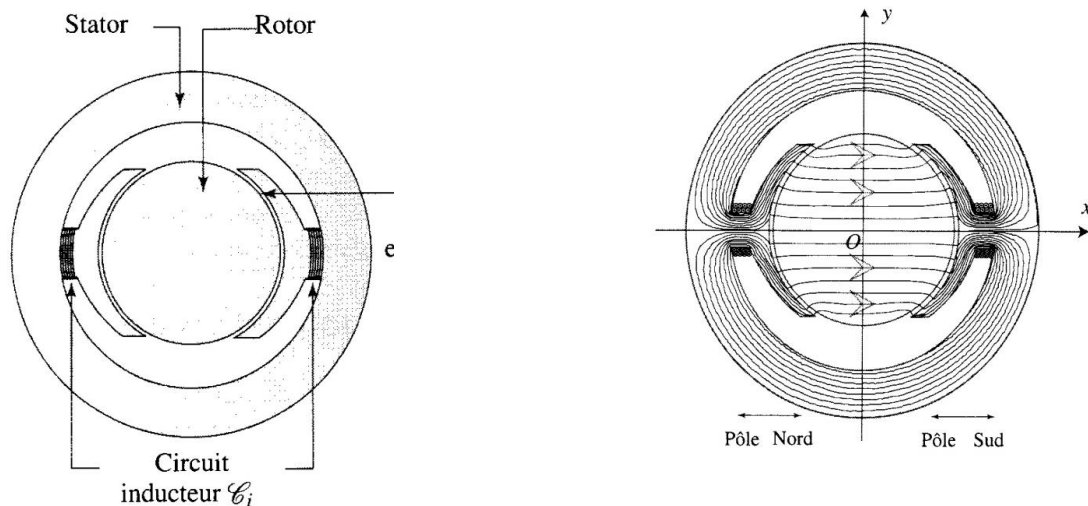
Les moteurs électriques sont des *convertisseurs électromécaniques de puissance*. Le principe consiste à transformer de l'énergie *électrique* en énergie *mécanique* et *inversement* :

- branchée à une source d'énergie électrique, la machine se met à tourner (fonctionnement *moteur*)
- entraînée en rotation par un dispositif ext, elle fournit du courant électrique (fonctionnement *générateur*)

Par rapport à d'autres machines électriques, la MCC a l'avantage d'être facile à commander : le démarrage se fait facilement, et la tension d'alimentation permet de régler la vitesse angulaire de rotation en régime permanent. Son principal inconvénient vient de l'ensemble {balais ; collecteur} qui génère d'importants frottements mécaniques et nécessite un entretien régulier.

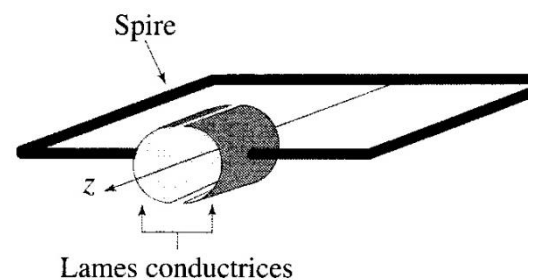
1. Description et principe simplifié du fonctionnement d'une MCC

1.1. Description de la machine



Ci-dessous le vocabulaire permettant de désigner les différentes parties de la MCC :

- **Stator** : C'est la partie fixe de la machine ; elle crée un champ magnétique dont le couple associé va faire tourner le rotor. Ce champ est créé par un aimant, ou par un circuit *inducteur*
- **Rotor** : C'est la partie qui tourne. C'est un solide à symétrie cylindrique sur lequel est enroulé un bobinage
- **Circuit induit** (ou « induit ») : C'est le bobinage enroulé sur le rotor. Le rotor subit le couple magnétique créé par le stator, et l'*induit* est le siège d'une f.é.m. d'induction (d'où cette appellation)
- **Circuit d'alimentation** : L'induit tourne avec le rotor, et est alimenté par un circuit... qui lui ne doit pas tourner. Le contact entre l'alimentation et l'induit est assuré par des *balais* en graphite fixes par rapport au stator et qui frotte sur le *collecteur*, lui-même relié aux bornes de l'induit
- **Collecteur** : Dispositif de commutation mécanique, permettant d'inverser à chaque demi-période le sens du courant dans les spires de l'induit. Cela permet au couple magnétique d'être toujours moteur (si fonctionnement moteur) ou résistant (si fonctionnement générateur), quelle que soit la position du rotor



Sur les machines à faible puissance, le stator est un aimant permanent. Il n'y a alors qu'un seul bobinage, celui du rotor, alimenté par une source de tension continue. On notera par la suite U la tension constante délivrée par cette alimentation.

A plus forte puissance, le stator est un ferromagnétique sur lequel est enroulé un bobinage statorique, alimenté par une alimentation séparée de celle du rotor. On n'étudiera pas les avantages / inconvénients des deux types de stator.

1.2. Explication simplifiée du principe de fonctionnement

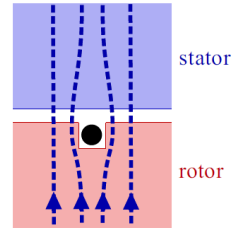
On présente ici le modèle enseigné avant la modification du programme de PSI en 2014. C'est un modèle pédagogique contestable mais qui a le mérite d'être beaucoup plus simple. Le couple magnétique est créé par les forces de Laplace qui agissent en tout point des spires du bobinage rotorique. C'est un modèle que l'on rencontre dans de nombreux ouvrages, et sur internet. Il n'est valide pour de petits moteurs de démonstration pédagogique, mais n'explique pas correctement le fonctionnement des vrais moteurs du commerce.

Voici deux vidéos expliquant qualitativement ce modèle simplifié :

<https://www.youtube.com/watch?v=hJl63kGkKVA>
<https://www.youtube.com/watch?v=LAtPHANefQo>

En réalité, l'essentiel du couple magnétique est exercé sur le matériau ferromagnétique constitutif du rotor, et sur lequel est enroulé le bobinage rotorique. Le bobinage rotorique ne sert qu'à aimanter le ferromagnétique. Le moment magnétique $d\vec{M}$ de chaque volume élémentaire du ferro est alors soumis au champ magnétique \vec{B} créé par le stator, d'où le couple magnétique élémentaire $d\vec{\Gamma} = d\vec{M} \wedge \vec{B}$. Le couple total fait tourner le rotor.

Il est possible de réaliser des machines tournantes de démonstration dont le rotor n'est pas en ferro, et où ce sont effectivement les spires enroulées qui subissent le couple de Laplace. Mais pour les moteurs qui doivent délivrer un minimum de puissance, le rotor est en ferro, et comme l'indique la figure ci-dessous, les spires enfilées dans des encoches sont « protégées » du champ magnétique statorique. Ce dernier est canalisé par le ferro, et les forces de Laplace sur le bobinage sont quasiment nulles. C'est d'ailleurs ce qui est recherché, pour éviter de solliciter mécaniquement le bobinage, fragile car constitué de spires, contrairement au ferro qui est un solide d'un seul bloc, beaucoup plus robuste mécaniquement.



2. Expression du couple et de la fcém induite

Que ce soit le modèle simplifié ou celui au programme de PSI, les relations caractérisant le fonctionnement d'une MCC sont les mêmes. Ce sont celles usuellement utiles en exercice. On les admet dans ce chapitre, on les démontrera dans un chapitre à venir.

2.1. Couple magnétique proportionnel au courant rotorique

Le champ magnétique créé par le stator exerce un couple magnétique sur le rotor. Ce couple est proportionnel au courant rotorique. Dans les moteurs usuels du commerce, cette proportionnalité n'est valide que si la non-linéarité du ferromagnétique ne se manifeste pas (courant rotorique pas trop fort).

Couple proportionnel au courant rotorique i

$$\Gamma_{\text{stat} \rightarrow \text{rot}} = \phi i$$

La constante de proportionnalité $\phi > 0$ (parfois appelée constante électromécanique) est homogène à un flux magnétique en Tm^2 (ou Weber « Wb »)

❖ Vérifier que la constante est homogène à un flux magnétique

NB : Ne pas oublier qu'en vertu de la 3^e loi de Newton, le stator est soumis à un couple $-\Gamma_{\text{stat} \rightarrow \text{rot}}$ et qu'il n'entre pas en rotation uniquement parce qu'il est fixé au bâti.

2.2. Schéma électrique équivalent du rotor

Le bobinage rotorique est soumis au flux magnétique créé par le stator, variable dans le temps car le rotor tourne. Une f.é.m. est donc induite dans ce bobinage, d'où son nom « d'induit ». Cette f.é.m. crée un courant induit qui se superpose au courant d'alimentation. Loin d'être négligeable, il peut même compenser exactement le courant d'alimentation lorsque la MCC fonctionne en régime moteur non-chargé.

C'est pourquoi on note $i(t)$ le courant du bobinage rotorique

Modélisation électrique de l'induit

En général, on modélise l'induit par la mise en série d'une inductance propre, une résistance, et une f.c.é.m. L'inductance propre est souvent négligée en exercice.

F.c.é.m. proportionnelle à la vitesse angulaire de rotation

$$e' = \Phi \omega$$

La f.c.é.m. étant orientée en convention récepteur par rapport au courant i

2.3. Réversibilité de la MCC : moteur ou génératrice

Les deux formules mathématiques caractérisant le fonctionnement d'une MCC dépendent de l'orientation de l'axe de rotation ainsi que du courant rotorique. En exercice, ces orientations seront implicitement prises de manière à ce que les relations données ici soient valides.

En général, l'axe de rotation est orienté tel que $\omega > 0$. C'est le cas dans toutes les questions ci-dessous.

Fonctionnement **moteur** $\stackrel{\text{def}}{=}$ le couple magnétique est moteur

- ❖ Dessiner le schéma électrique équivalent de l'induit (bobinage rotorique)
- ❖ Donner le signe de la puissance mécanique P_m reçue par le rotor de la part du couple magnétique
- ❖ En déduire le signe du couple magnétique
- ❖ En déduire le signe de la puissance électrique P_{elec} reçue par la f.c.é.m.
- ❖ En déduire que l'induit doit être branché à une alimentation continue
- ❖ Comparer P_m et P_{elec} . Interpréter ce qu'on appelle la « transduction électromécanique ».
- ❖ Résumer le principe de fonctionnement d'une MCC en régime moteur

Fonctionnement **générateur** $\stackrel{\text{def}}{=}$ la f.c.é.m. est génératrice de puissance électrique

- ❖ Dessiner le schéma électrique équivalent de l'induit, celui-ci étant branché à une résistance d'utilisation R_u
- ❖ Donner le signe de la puissance électrique P_{elec} reçue par la f.c.é.m.
- ❖ En déduire le signe du courant rotorique
- ❖ En déduire le signe de la puissance mécanique P_m reçue par le rotor de la part du couple magnétique
- ❖ En déduire que le rotor doit être mis en rotation par un couple moteur extérieur $\Gamma_{ext} > 0$
- ❖ Résumer le principe de fonctionnement d'une MCC en régime générateur

2.4. Pertes énergétiques dans une machine réelle

En régime moteur, la puissance électrique fournie par l'alimentation du rotor est partiellement dissipée par effet Joule : ce sont les pertes cuivre. Seule une partie de l'énergie fournie est absorbée par la fcém.

De cette énergie absorbée par la fcém, une partie de l'énergie est stockée sous forme électromagnétique dans la machine. En moyenne, cette énergie stockée ne pénalise pas le rendement car tout ce qui a été prélevé est refourni ensuite. Cependant, les variations temporelles du champ magnétique génèrent des courants de Foucault dans le fer du rotor, qui dissipent une partie de l'énergie magnétique stockée. Ainsi toute l'énergie absorbée par la fcém n'est pas convertie en puissance mécanique reçue par le rotor.

Enfin, le rotor est aussi soumis à des frottements mécaniques solide (cf. balais notamment) et fluide. Aussi tout le couple magnétique n'est pas utilisé pour la mise en rotation, mais seule une partie, qualifiée « d'utile ».

En définitive, le rendement est défini comme le rapport entre la puissance mécanique utile et la puissance électrique fournie à l'induit :

$$r \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\langle \Gamma_{utile} \times \omega \rangle}{\langle U \times i \rangle}$$

C'est le même type de raisonnement en fonctionnement générateur (le rendement n'est pas défini pareil b.sûr).

3. Quelques exemples de fonctionnement d'une MCC

La méthode d'étude est toujours la même : écrire les équations mécaniques et électriques, puis former une équation différentielle vérifiée par la grandeur que l'on cherche à déterminer (puis la résoudre).

3.1. Notions préalables de mécanique du solide

On rappelle ces deux théorèmes, valables pour un solide à symétrie de révolution, en rotation autour d'un axe fixe dans un référentiel galiléen.

Théorème du moment cinétique, solide en rotation autour d'un axe fixe (R galiléen)

$$J \frac{d\omega}{dt} = \Gamma_{mag} + \Gamma_{frot} + \Gamma_{autre}$$

- J est le *moment d'inertie* du solide autour de son axe de révolution ($kg.m^2$). Il représente l'inertie du solide à sa mise en rotation, plus J est grand plus le solide est « inerte », donc difficile à faire tourner. Le moment dépend de la masse du solide, *et de la répartition de la masse autour de l'axe*. Plus la masse est loin de l'axe, plus l'inertie est grande
- Toutes les grandeurs du théorème sont algébriques. Les autres couples sont dus à la « charge mécanique » (i.e. le dispositif sur lequel on 'branche' l'arbre du rotor, une autre MCC par exemple)
- On retiendra cette formule facilement... car elle ressemble à la RFD

Théorème de l'énergie cinétique, solide en rotation autour d'un axe fixe (R galiléen)

$$\frac{dE_c}{dt} = P_{mag} + P_{frot} + P_{autre}$$

$$E_c \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{2} J \omega^2$$
$$P \stackrel{\text{def}}{=} \Gamma \omega$$

- Toutes les grandeurs du théorème sont algébriques
- On retiendra cette formule facilement... car elle ressemble au TEC pour un point matériel

3.2. Fonctionnement moteur : régime permanent

On note $\Gamma_{res} < 0$ le couple résistant total (charge, frottements). On suppose le régime permanent établi. On néglige l'inductance propre de l'induit.

- ❖ A tension d'induit constante, tracer la caractéristique (ω, Γ)
- ❖ En déduire que le couple de démarrage n'est pas nul
- ❖ Le couple résistant à vitesse nulle étant donné, quelles situations peuvent se présenter ?
- ❖ Quelle est la vitesse de rotation si le couple résistant est nul ?
- ❖ A partir de l'équation électrique, expliquer pourquoi la vitesse ne diverge pas dans ce cas-là
- ❖ Montrer que la vitesse angulaire est alors proportionnelle à la tension d'alimentation
- ❖ Si la fonction $\Gamma_{res}(\omega)$ est connue, comment déterminer le point de fonctionnement ?
- ❖ Pour une fonction $\Gamma_{res}(\omega)$ donnée (par ex. affine et décroissante), montrer que la tension d'alimentation permet de régler la vitesse de rotation

3.3. Fonctionnement moteur : régime transitoire

On soumet l'induit du moteur à un échelon de tension $[0, E]$. On suppose que le couple résistant total est de la forme $\Gamma_{res} = -f\omega$, où $f > 0$. Cela peut-être des frottements fluide, mais aussi le couple de charge exercé par le stator d'une seconde MCC branchée sur le rotor de la MCC étudiée, et fonctionnant en génératrice.

Pour simplifier le calcul, on néglige dans un premier temps l'inductance de l'induit.

- ❖ Montrer que la vitesse angulaire vérifie une EDiff du 1^{er} ordre. Définir un temps caractéristique
- ❖ Interpréter physiquement son expression
- ❖ Déterminer l'expression de $\omega(t)$, puis de $i(t)$. Que peut-on dire du courant au démarrage ?

On ne néglige plus l'inductance propre de l'induit. Les équations étant linéaires, on va introduire la notation complexe pour déterminer l'EDiff.

- ❖ Déterminer la FT $\frac{\Omega(p)}{U(p)}$
- ❖ En déduire l'EDiff du 2^e ordre vérifiée par $\omega(t)$, la MCC étant soumise à l'échelon de tension
- ❖ Comment pourrait-on la résoudre ? Discuter des différents régimes possibles

3.4. Fonctionnement en génératrice de courant ou en génératrice tachymétrique

Soit un dispositif extérieur qui fait tourner le rotor ; le couple extérieur associé est moteur $\Gamma_{ext} > 0$. On se place en régime permanent. On branche l'induit sur une résistance de charge R_c . Contrairement à ce que stipule le programme, on utilisera les mêmes conventions d'orientation que dans le cas moteur.

- ❖ En négligeant l'inductance propre de l'induit, donner l'expression du courant généré par la MCC en fonction de la vitesse angulaire de rotation et de la résistance de charge. Expliquer pourquoi « on doit plus forcer » (Γ_{ext} plus grand) lorsque R_c est petite.

On reprend la même situation, mais l'induit est en circuit ouvert : un voltmètre est placé à ses bornes.

- ❖ Montrer que la tension mesurée par le voltmètre est proportionnelle à la vitesse angulaire de rotation du rotor

3.5. Applications des MCC

Les MCC sont moins utilisées que les machines à courant alternatif (synchrone ou asynchrone).

Pourtant les MCC ont plusieurs avantages : elles sont faciles à démarrer, et leur vitesse de rotation est facilement réglable via la tension d'alimentation.

Elles présentent aussi des inconvénients : les balais s'usent rapidement, ce qui nécessite un entretien régulier. Les frottements mécaniques engendrés par ce dispositif dégradent le rendement. Le passage des balais d'une lame du collecteur à l'autre génère des signaux transitoires brefs, qui peuvent perturber des appareils électriques situés dans l'environnement de la machine.

3.3. Machine à courant continu	
Structure d'un moteur à courant continu à pôles lisses.	Décrire la structure d'un moteur à courant continu bipolaire à excitation séparée : rotor, stator, induit, inducteur.
Collecteur.	Par analogie avec le moteur synchrone, expliquer que le collecteur établit le synchronisme entre le champ statorique stationnaire et le champ rotorique quelle que soit la position angulaire du rotor.
Couple et f_{cem} .	<p>Citer l'expression du moment du couple $\Gamma = \Phi i$, établir l'expression de la f_{cem} induite $e = \Phi \Omega$ par un argument de conservation énergétique.</p> <p>Décrire qualitativement les pertes existant dans une machine réelle : pertes cuivre, pertes fer, pertes mécaniques.</p> <p>Établir les équations électrique et mécanique. Tracer la caractéristique (Ω, Γ) à tension d'induit constante. Analyser le démarrage d'un moteur entraînant une charge mécanique exerçant un moment $-f \cdot \Omega$.</p> <p>Mettre en œuvre un moteur à courant continu.</p>
Fonctionnement réversible.	Décrire les conditions d'utilisation de la machine à courant continu en génératrice. Choisir des conventions d'orientation adaptées.
Applications.	Citer des exemples d'application de la machine à courant continu.

NB : les points du programme non-traités dans ce chapitre le seront dans un chapitre à venir

Manip :

- *Moteur à courant continu démontable :*
 - *présentation du système collecteur / balais en graphite*
 - *nécessité du bon positionnement des balais pour bien orienter le moment rotorique*
 - *mise en évidence d'étincelles lors de la commutation*
 - *mesure de la proportionnalité entre tension d'alimentation et la vitesse angulaire en régime permanent (courant quasi-nul, donc tension $\sim f_{cem}$) au stroboscope*

