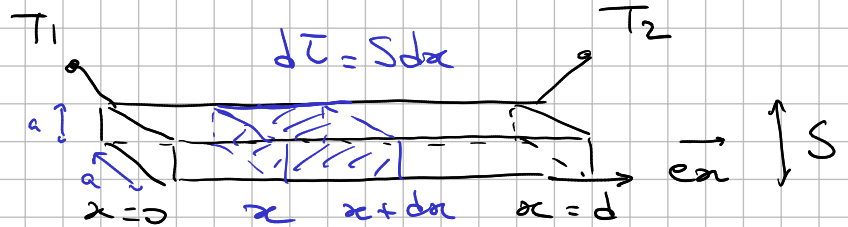


3.7 → Activité 8 =

$$\frac{dU}{dt} = \underbrace{\phi_e - \phi_s}_{\downarrow \dots} \ominus P_{sol \rightarrow air}$$



$$\frac{\partial u}{\partial t} \underbrace{\frac{dT}{dx}}_{\substack{S \cdot dx \\ \hookrightarrow a^2}} = - \underbrace{\frac{\partial j_h}{\partial x}}_{\substack{S \cdot dx \\ \hookrightarrow a^2}} \frac{dT}{dx} - \underbrace{h \cdot S_{lat}}_{h \times a \cdot dx} (T(x,t) - T_e)$$

$$\boxed{\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial j_h}{\partial x} = - \frac{4h}{a} (T(x,t) - T_e)}$$

$\underbrace{W \cdot m^{-3}} \quad \underbrace{W \cdot m^{-3}} \quad \underbrace{W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}} \quad \underbrace{W \cdot m^{-3}}$

$$P_{sol \rightarrow lig} = \underbrace{h \cdot S_{lat}}_{W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}} (T_{sol} - T_e)$$

$$B. \quad \rho c \frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{4h}{a} (T(x,t) - T_e)$$

$$4.2. \quad \frac{\partial T}{\partial t} = D \Delta T$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \longleftrightarrow \frac{1}{\tau_c}$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \longleftrightarrow \frac{1}{L_c}$$

$$\frac{T}{\tau_c} = D \frac{T}{L_c^2}$$

$$\boxed{L_c^2 = D \tau_c}$$

$m^2 \cdot s^{-1}$

$$\frac{\partial}{\partial y} \longleftrightarrow \dots$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \longleftrightarrow \dots$$

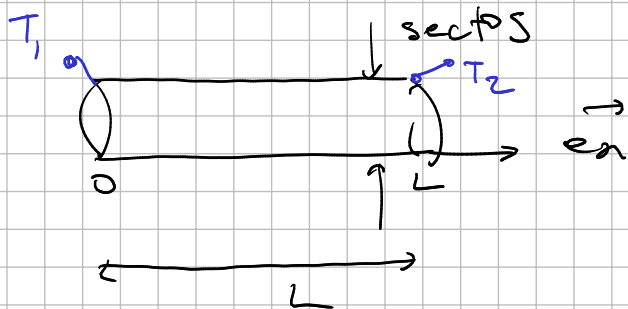
5.1. → Activité 9 =

préliminaires :

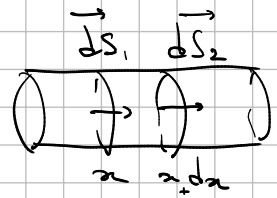
$$\vec{j}_h = - \lambda \underbrace{\vec{\text{grad}}(T)}_{\text{forme locale}}$$

$$\phi_h \xrightarrow{\quad} (T_1 - T_2)$$

sont é. reliées dans la forme "intégrale"



A. $\text{myst} = \text{tranche } [x, x+dx[$
 $\text{1er prp} = \frac{dU}{dx} = \phi_e - \phi_s$
 $\text{rég. statio.} \Rightarrow \frac{dU}{dx} = 0$



c'est la loi des noeuds pour le ϕ th.
 $\phi_e = \phi_s$
 $\phi(x) = \phi(x+dx)$ i.e. $\phi \text{ indpt } x$

B. Loi Fourier : $\vec{j}_e = -\lambda \text{ grad } T$

En 1D cartésien :

$$\begin{array}{c|c} j(x) = -\lambda \frac{dT}{dx} & j(x) = -\lambda \frac{dT}{dx} \\ \hline 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 \end{array}$$

Or $\phi = \iint_{S_{\text{en } x}} \vec{j}(x) \cdot \vec{dS} = \dots = j(x) \times S$

d'où $\frac{\phi}{S} = -\lambda \frac{dT}{dx} \Rightarrow T(x) = -\frac{\phi}{\lambda S} x + A \quad \text{avec } A \in \mathbb{R}$

C. Relat° entre $\Delta T \stackrel{\text{def}}{=} T_1 - T_2 (> 0)$ et ϕ :

$T(x=0) - T(x=L) = -\frac{\phi}{\lambda S} (0 - L) (+A - A) \dots$

$\Delta T = \frac{L}{\lambda S} \phi$ Loi d'ohm thermique !
 $\downarrow k$ $\downarrow kw^{-1}$ $\downarrow w$
 $\hookrightarrow$ définit R_{th}

"différence de $^{\circ}C$ aux bornes"

"débit q travers le barreau"

valable qu'en cartésien

$U = R I$
 $V_1 - V_2$

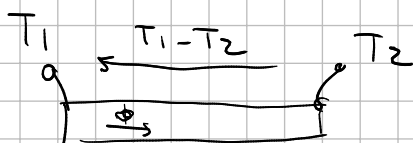
Analogie $\rightarrow$

$R_{th} = \frac{L}{\lambda S}$

"rés. th" =

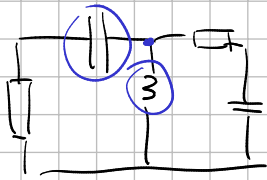
par cœur

$\Delta T = R_{th} \times \phi$



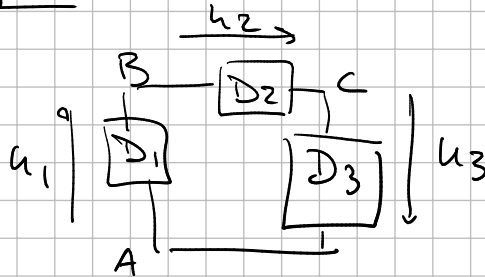
"conv° récepteur"

→ ex de dipôle par en série (ET) par en // :



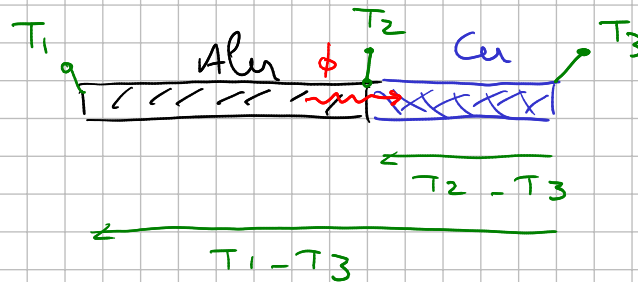
Rappel : $\vec{e}$ en //, c'est
 * partager les m^{êmes} bornes
 * ie m^{ême} tens^{ion} à leurs bornes

5.2. Rappel : loi mailles $\Leftrightarrow$ "ten^{on} est une ddp"



$$u_1 + u_2 + u_3 = (V_B - V_A) + (V_C - V_B) + (V_A - V_C) = 0$$

Illustrat^{ion} p^{ro}blème en thermique :

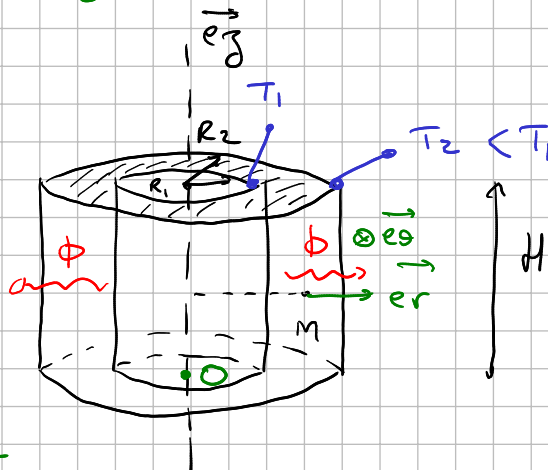
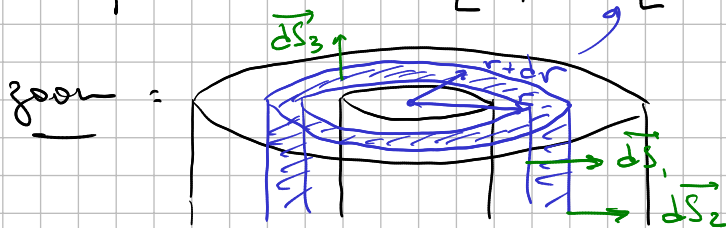


$$T_2 - T_3 = \frac{R_{Cu}}{R_{Cu} + R_{Alu}} (T_1 - T_3)$$

↓
 Si T_1 et T_3 connus
 on trouve T_2 .

5.3. Activité 10 =

syst : tranche $[r, r+dr]$



1^{re} ppe : $\frac{d\psi}{dr} = \phi_e - \phi_s$
 $= 0$ car statio. $\phi(r)$ $\phi(r+dr)$

$\Rightarrow \phi(r) = \phi(r+dr)$ ie. ϕ ind^épend^{ant} r = loi noeuds

NS = les 2 autres surfaces qui délimitent dV ne sont pas traversées par un flux.

en cyl^{indre} radial

Rel^{ation} $\vec{j}$, Φ : $\phi(r) = \iint_{\text{surf}} \vec{j}(r) \cdot d\vec{S}$ avec $\vec{j} = j(r) \vec{e}_r$
 $d\vec{S} = dS \vec{e}_r$

d'au $\phi(r) = \oint_{\text{sur } r} \vec{j}(r) \cdot d\vec{S} = j(r) \times 2\pi r H$

Rel^o entre ϕ et $T(r)$ = $\vec{j} = -\lambda \text{ grad } T$

$$\left| \begin{array}{c} j(r) \\ 0 \\ 0 \end{array} \right| = -\lambda \left| \begin{array}{c} \frac{dT}{dr} \\ 0 \\ 0 \end{array} \right| = j(r) = -\lambda \frac{dT}{dr}$$

$$\frac{\phi}{2\pi r H} = -\lambda \frac{dT}{dr} \Rightarrow T(r) = -\frac{\phi}{2\pi \lambda H} \ln(r) + A \quad \text{avec } C^e.$$

$$= -\frac{\phi}{2\pi \lambda H} \ln\left(\frac{r}{R_1}\right) + A' \quad \text{avec } C^e$$

Rel^o $\Delta T, \phi$ = $T(r=R_1) - T(r=R_2) = -\frac{\phi}{2\pi \lambda H} \left(0 - \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right) \right)$

$$\Delta T = \frac{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}{2\pi \lambda H} \phi$$

Bei d'olu
 $R_H = \frac{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}{2\pi \lambda H}$

NB : si anneau de t. petite épaisseur : $R_2 - R_1 \ll R_1$ (et R_2)

$$R_H = \frac{1}{2\pi \lambda H} \ln\left(\frac{R_1(1+\epsilon)}{R_1}\right)$$

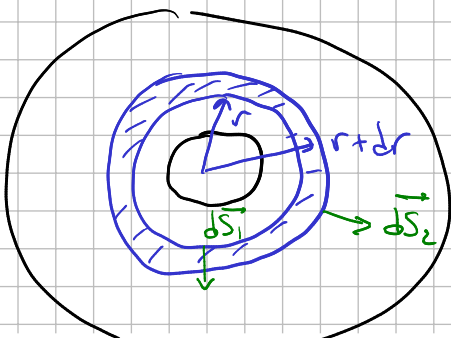
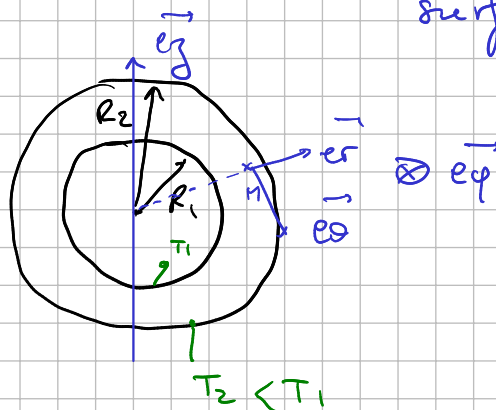
$$R_2 = R_1(1+\epsilon) \quad \epsilon = \frac{R_2 - R_1}{R_1} \ll 1$$

DL ordre | = $\frac{\epsilon}{2\pi \lambda H} = \frac{R_2 - R_1}{\lambda \times 2\pi R_1 H} \approx \frac{L}{\lambda S}$

$L = R_2 - R_1$ la distance à traverser par ϕ
 $S = 2\pi R_1 H$ la surface traversée par ϕ

→ Activité 11 =

syst : coquille $[r, r+dr]$



$$\frac{d\phi}{dr} = \phi_e - \phi_s \quad \phi(r) - \phi(r+dr) = 0 \quad \phi \text{ indpt de } r$$

=> constatio. (ainsi pour ϕ)

$$\text{Rel}^\circ \phi, \vec{j} = \phi(r) = \iint_{\text{Sph } r} \vec{j}(r) \cdot d\vec{S} = \iint \vec{j}(r) \cdot \vec{e}_r \cdot dS \vec{e}_r$$

$$= j(r) \times 4\pi r^2$$

$$\text{Rel}^\circ \phi, T(r) = \text{Fourier } \vec{j} = -\lambda \text{ grad } T \quad \left| \begin{array}{l} j(r) = -\lambda \frac{dT}{dr} \\ 0 \\ 0 \end{array} \right|$$

$$\text{d'où } \frac{\phi}{4\pi r^2} = -\lambda \frac{dT}{dr}$$

$$T(r) = -\frac{\phi}{4\pi\lambda} \left(-\frac{1}{r}\right) + A \quad \text{avec } A \text{ const.}$$

$$\text{Rel}^\circ \text{ entre } \Delta T, \phi = T(r=R_1) - T(r=R_2) = +\frac{\phi}{4\pi\lambda} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

$$\Delta T = \underbrace{\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}}_{\text{Rth}} \underbrace{\phi}_{\omega}$$

$\frac{\omega^{-1}}{\omega \omega^{-1} \lambda^{-1}}$

NS : coquille + mince = $R_2 - R_1 \ll R_1$ (et R_2)

Possons $R_2 = R_1 (1 + \varepsilon)$ (i.e. $\varepsilon = \frac{R_2 - R_1}{R_1}$)

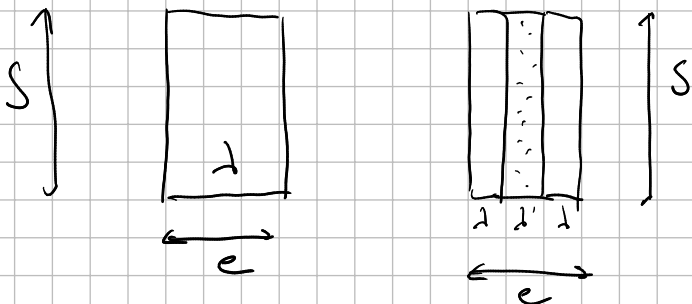
$$Rth = \frac{1}{4\pi\lambda} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) \quad \text{avec } \frac{1}{R_2} = \frac{1}{R_1} (1 + \varepsilon)^{-1} = \frac{1}{R_1} (1 - \varepsilon)$$

donc $Rth = \frac{1}{4\pi\lambda R_1} (1 - 1 + \varepsilon)$

$$Rth = \frac{R_2 - R_1}{\lambda 4\pi R_1^2} = \frac{L}{\lambda S}$$

$L \equiv R_2 - R_1$ la longueur que ϕ traverse
 $S \equiv$ sect traversée par ϕ

6.1. Comparer les deux situat^{ns} = $\begin{cases} \text{vitre simple d'ép. } e \\ \text{double vitrage d'ép. } e \end{cases}$



Simple vitrage = $R_1 = \frac{e}{\lambda S}$

Double vitrage =

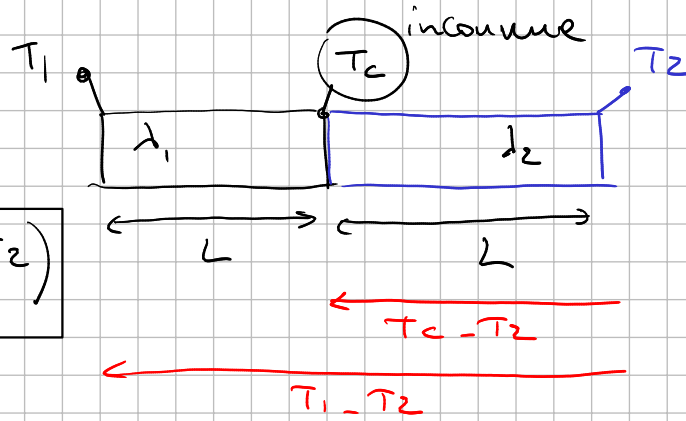
$$R_2 = R_{\text{vitr}} + R_{\text{gaz}} + R_{\text{vitr}} = \frac{2e}{3\lambda S} + \frac{e}{3\lambda' S}$$

$$\boxed{R_2 = \frac{102e}{3\lambda S} \sim 31 R_1} \quad \text{or } \phi = \frac{\Delta T}{R_{th}} \quad \text{donc } \phi_2 \sim \frac{\phi_1}{31}$$

6.2.

point div. temp°:

$$\boxed{T_c - T_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} (T_1 - T_2)}$$



$$R_1 = \frac{L}{\lambda_1 L^2} = \frac{1}{\lambda_1 L}$$

$$R_2 = \frac{L}{\lambda_2 L^2} = \frac{1}{\lambda_2 L}$$

$$T_c = T_2 + \frac{\frac{1}{\lambda_2}}{\frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2}} (T_1 - T_2)$$

$$\boxed{T_c = T_2 + \frac{1}{1 + \frac{\lambda_2}{\lambda_1}} (T_1 - T_2) > 0}$$

bois paraît ⊕ chaud que acier, car

$$T_{c \text{ bois}} > T_{c \text{ acier}}$$

$$\lambda_{2 \text{ bois}} < \lambda_{2 \text{ acier}}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{1 + \frac{\lambda_2}{\lambda_1}} \right)_{\text{bois}} > \left(\frac{1}{1 + \frac{\lambda_2}{\lambda_1}} \right)_{\text{acier}}$$

$$\Rightarrow T_{c \text{ bois}} > T_{c \text{ acier}}$$

6.3. Conducto-convectif : on peut voir la loi Newton comme une "pseudo" loi d'ohm :

$$P_{\text{sol} \rightarrow \text{fl.}} = h S_{\text{contact}} \underbrace{(T_{\text{sol}} - T_{\text{fluid}})}_{\text{"}\Delta T\text{"}}$$

débit d'aj. $\leftarrow R_{th}$
i.e. un ϕ_{th}

" ΔT " ... $\neq \Delta T_{oc}$ aux bornes,
↓
c'est une discontinuité à une interface.

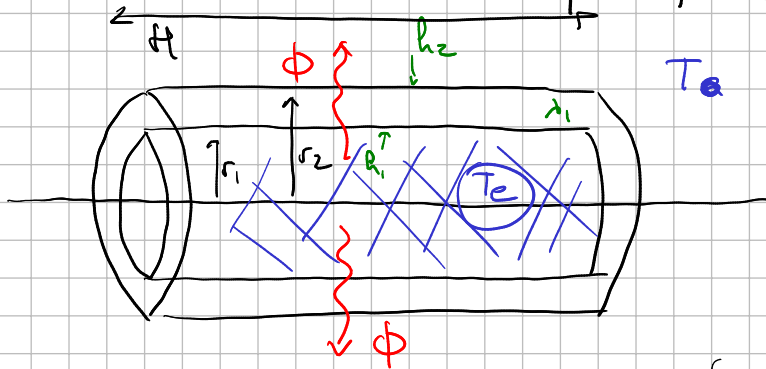
Par analogie formelle, on peut écrire :

$$\underbrace{\Delta T}_{\substack{\text{disc. } T_{oc} \\ \text{à l'interface}}} = R_{cc} \phi \quad \hookrightarrow \quad \frac{1}{h S_{\text{contact}}}$$

NB :

barré avec diffusion longitudinale et
conducto-convect latérale : on ne peut utiliser
de loi d'ohm R_{1D} , ni celle par diffu
ni celle par cond. convect

On peut invoquer
la loi d'ohm unip^l qd un seul processus existe.



- diffus^o radiale : densité ϕ
- Le flux ϕ traverse
3 "milieux" (plutôt 3 zones)
→ interface ①, cc h_1
→ métal de la canal^o λ_1
→ interface ②, cc h_2

on peut calculer R_{eq} à cette
ass^o série de 3 résistances

$$\begin{array}{c}
 T_e \quad T_{\text{métal}} \quad T_{\text{cœur}} \quad T_o \\
 \text{---} R_{cc1} \text{---} R_R \text{---} R_{cc2} \text{---} \\
 \end{array}
 \equiv
 \begin{array}{c}
 T_e \quad T_a \\
 \text{---} R_{eq} \text{---}
 \end{array}$$

$$R_{eq} = \frac{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{2\pi\lambda_1 H} + \frac{1}{h_1 2\pi r_1 H} + \frac{1}{h_2 2\pi r_2 H}$$