

Problème : Modélisations de l'atmosphère - Ballon sonde

(extraits Centrale TSI)

Données numériques :

Rayon de la Terre	$R_T = 6,4 \cdot 10^3 \text{ km}$
Accélération de la pesanteur au niveau du sol	$g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$
Constante des gaz parfaits	$R = 8,31 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$
Enthalpie massique de vaporisation de l'eau (supposée indépendante de la température)	$l_v = 2\,100 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$
Masse molaire de l'air	$M_{air} = 29 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$
Masse molaire de l'hélium	$M_{He} = 4,0 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$
Capacités thermiques molaires pour un gaz parfait diatomique	$C_{vm} = \frac{5R}{2}$ et $C_{pm} = \frac{7R}{2}$

On rappelle qu'à l'ordre 1 en ε : $(1 + \varepsilon)^a = 1 + a\varepsilon$ et $e^\varepsilon = 1 + \varepsilon$.

Certaines données ne seront pas utilisées dans cet exercice

Partie I - Modéliser l'atmosphère

Toute prévision météorologique est basée sur un modèle fiable de l'atmosphère, rendant compte en particulier de la pression, de la température et de l'hygrométrie (humidité de l'air) en différents points de l'espace. Des mesures expérimentales de ces grandeurs en fonction de l'altitude sont ainsi effectuées régulièrement à l'aide de ballons-sonde pour permettre d'affiner les modèles informatiques existants et de prévoir les éventuelles formations nuageuses. Dans cette partie, le champ de pesanteur est uniforme, égal à sa valeur au niveau du sol. L'air sera toujours considéré localement comme un gaz parfait.

I.A - Modèle simple de l'atmosphère isotherme

On considère dans un premier temps le cas d'une atmosphère isotherme au repos, dans laquelle la température est uniforme et vaut $T_0 = 273 \text{ K}$. La pression au niveau du sol vaut $P_0 = 1,0 \text{ bar} = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$. On appelle $P(z)$ la pression qui règne à l'altitude z .

I.A.1) Faire un bilan des forces s'exerçant sur une tranche de fluide de base S , comprise entre les altitudes z et $z + dz$ (figure 1). En déduire l'équation différentielle vérifiée par $P(z)$.

I.A.2) Déterminer l'expression de la pression $P(z)$ qui règne à l'altitude z . Le tracé de $P(z)$ est reporté sur la figure 3 ci-après (courbe en pointillés).

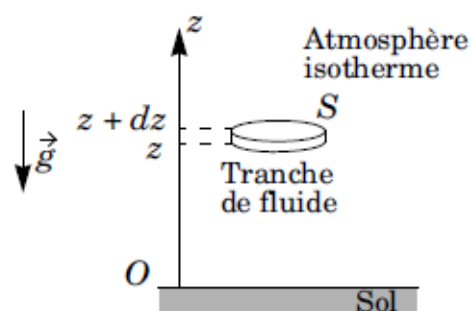


Figure 1 : tranche de fluide dans le modèle de l'atmosphère isotherme

I.A.3) Déduire de ce qui précède l'ordre de grandeur de l'épaisseur de l'atmosphère isotherme dans le cadre de ce modèle. Faire l'application numérique. Montrer que l'on peut retrouver ces résultats graphiquement.

(c.f. figure 2 de droite, ci-dessous)

I.B - Profil de température et de pression dans l'atmosphère réelle

Les données transmises par un ballon-sonde au cours de la traversée de la troposphère et de la basse stratosphère permettent de tracer les profils réels de température et de pression régnant à la verticale d'une station météo. Les résultats expérimentaux sont rassemblés sur la figure 2 ci-après (page suivante).

I.B.1) Quelle différence essentielle y-a-t-il entre la stratosphère et la troposphère ?

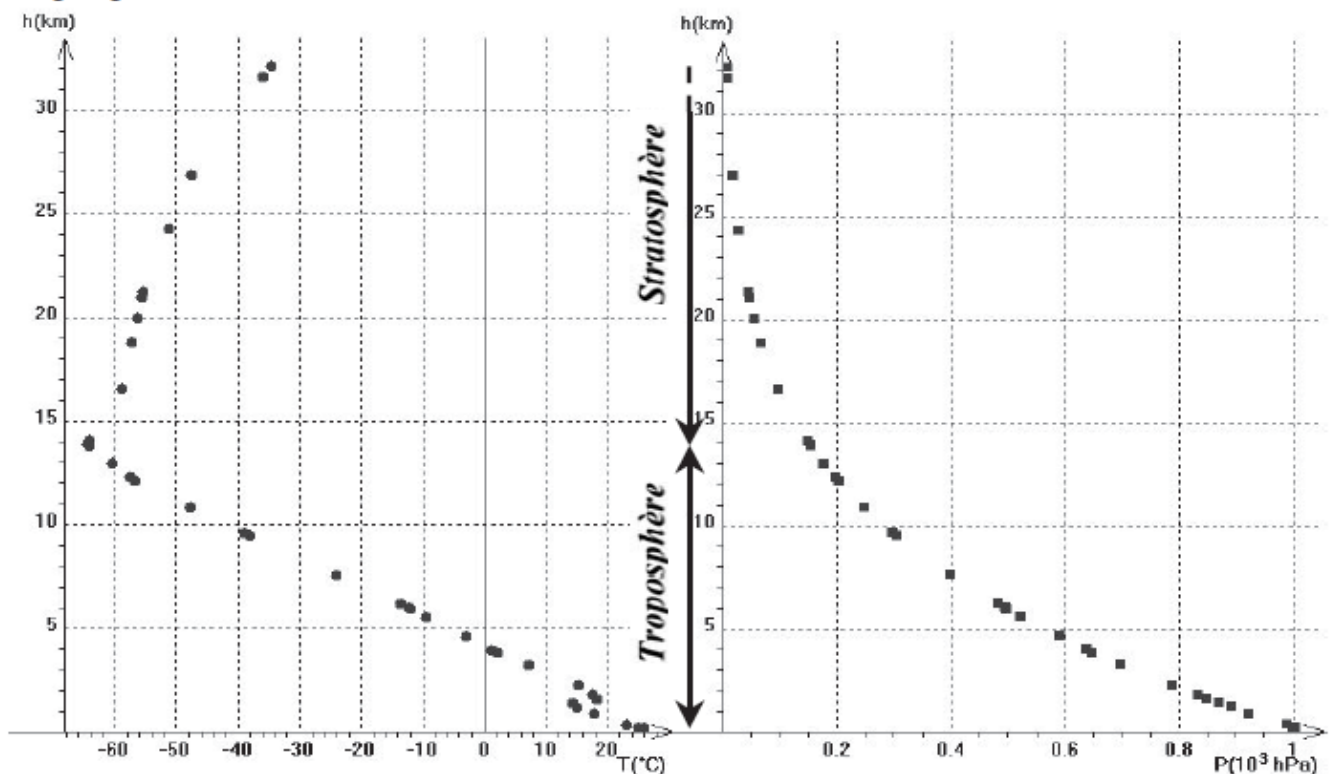


Figure 2 : relevés de température et de pression dans la troposphère et la stratosphère

I.B.2) Que pensez-vous du modèle vu en I.A.1 de l'atmosphère isotherme pour décrire la troposphère ? On comparera les profils réels de température et de pression avec les résultats du modèle (voir figure 3 courbe en pointillés).

On cherche à affiner le modèle précédent en considérant cette fois un profil de température de la forme : $T(z) = T_0 - az$ avec T_0 et a des paramètres constants.

I.B.3) Commenter le choix de ce profil de température et évaluer numériquement T_0 et a .

I.B.4) Montrer que le champ de pression dans la troposphère se met sous la forme : $P(z) = P_0(1 - bz)^\alpha$ où b et α sont des paramètres constants à déterminer.

Comparer alors ce champ de pression avec celui obtenu en I.A.1 pour l'atmosphère isotherme lorsque l'on se place à faible altitude ($bz \ll 1$). Un logiciel informatique de traitement de données permet d'ajuster les valeurs de P_0 , b et α pour que le modèle décrive correctement les points expérimentaux. On obtient ainsi :

$$P_0 = 1,03 \cdot 10^5 \text{ Pa} \quad b = 1,95 \cdot 10^{-5} \text{ m}^{-1} \quad \alpha = 5,91.$$

La courbe correspondante est tracée en trait plein sur la figure 3.

I.B.5) Dédire de ces résultats une autre détermination de T_0 et a et comparer aux valeurs trouvées en I.B.3. Conclure quant à la validité de ce modèle pour décrire la troposphère.

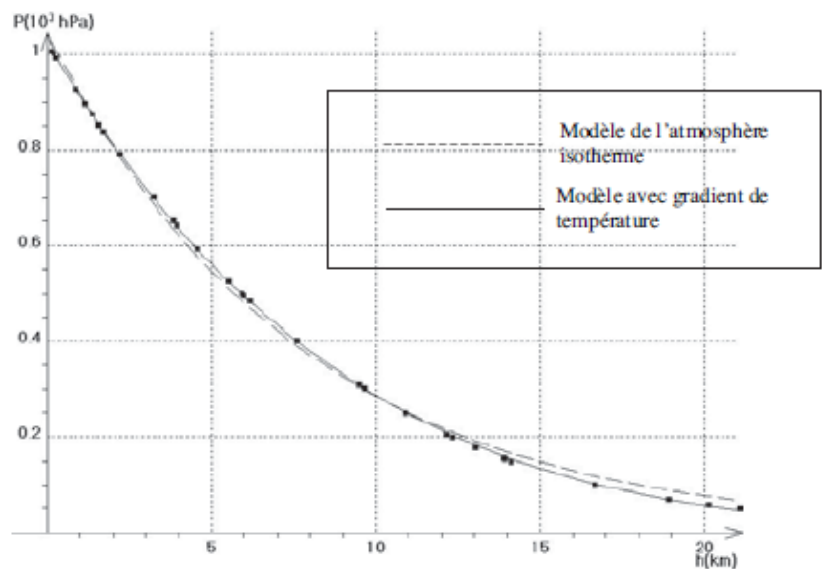


Figure 3 : profil de pression dans la troposphère ; en pointillés, modèle de l'atmosphère isotherme (voir question I.A) ; en trait plein, modèle avec gradient de température (voir question I.B.4).

Partie II - Étude d'un ballon-sonde

Le ballon-sonde est le moyen le plus simple et le plus économique d'envoyer une charge dans les différentes couches de l'atmosphère. Les ballons météorologiques, embarquant du matériel scientifique de mesure, explorent par exemple toute la troposphère et la basse stratosphère. On se propose ici d'étudier quelques variantes d'un ballon-sonde stratosphérique : ballon ouvert à l'hélium, ballon fermé à l'hélium et ballon ouvert à l'air humide (bulle d'orage). Dans toute cette partie, l'atmosphère est supposée isotherme, de température $T_0 = 273 \text{ K}$, et le champ de pression est celui fourni par la figure 3 de la Partie I. La pression au niveau du sol vaut $P_0 = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$.

Tous les gaz sont considérés comme parfaits.

On négligera la force de frottement de l'air.

II.A - Le ballon stratosphérique ouvert (B.S.O.)

On considère le ballon-sonde, représenté sur la figure 4 ci-contre, composé :

- d'une enveloppe supposée sphérique, de volume $V = 100 \text{ m}^3$ (correspondant à un diamètre de l'ordre de 6 m, ouverte sur l'extérieur par des manches d'évacuation situées à la base du ballon ;
- d'un parachute permettant de ralentir la descente du ballon à la fin de la mission ;
- d'un réflecteur radar rendant plus facile le suivi à distance du ballon ;
- d'une nacelle, contenant les appareils de mesure, le système de télécommunication et de positionnement GPS.

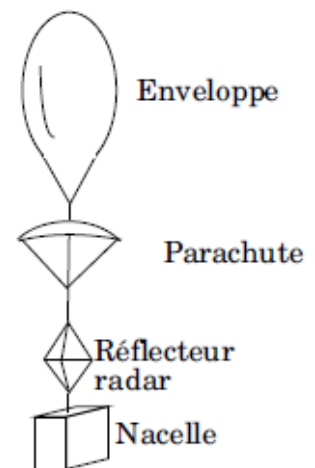


Figure 4 : Ballon-sonde

Dans ce type de ballon, l'enveloppe est indéformable et garde un volume V constant. Le ballon étant ouvert à sa base, la pression à l'intérieur du ballon est identique à tout moment à celle qui règne à l'extérieur. Au moment du lancement, le ballon est gonflé à l'hélium. On suppose que la température à l'intérieur du ballon reste constante, égale à la température extérieure T_0 . La masse m de l'ensemble {enveloppe + parachute + réflecteur + nacelle} reste constante au cours du vol. Le volume du ballon est assimilé à celui de son enveloppe.

II.A.1) Le ballon-sonde étant prévu pour monter à quelques dizaines de kilomètres d'altitude, faut-il tenir compte de la variation du champ de pesanteur, assimilé ici au champ de gravitation terrestre, avec l'altitude ? Évaluer la variation relative maximale $\Delta g/g$ du champ de pesanteur entre le sol et l'altitude $z = 20 \text{ km}$. Conclure.

II.A.2) Déterminer la masse m_{gaz} de gaz contenue dans l'enveloppe au décollage.

II.A.3) Effectuer un bilan des forces précis s'exerçant sur le ballon au moment du décollage. En déduire une condition sur m pour que le ballon décolle effectivement. On considère dans la suite $m = 10 \text{ kg}$.

II.A.4) Expliquer ce qui se passe dans le ballon au cours de son ascension.

II.A.5) Le plafond est atteint lorsque le ballon est à son altitude maximale. À quelle condition le ballon plafonne-t-il ? Estimer alors l'altitude maximale atteinte par le ballon-sonde.

Dès que le plafond est atteint, un système de largage libère le ballon de son enveloppe. Le ballon entame alors sa descente, ralentie par le parachute. Une fois retrouvés au sol, les appareils de mesure pourront servir une nouvelle fois pour une prochaine mission.

II.B - Cas d'un ballon fermé

Le ballon-sonde possède cette fois une enveloppe élastique fermée. Cette enveloppe est remplie d'une masse $m_{He} = 0,80 \text{ kg}$ d'hélium au moment du lancement. Les accessoires sont identiques à ceux du ballon vu en II.A. On suppose comme précédemment que la température à l'intérieur du ballon est identique à chaque instant à celle de l'air extérieur T_0 . Les observations indiquent que le ballon a un diamètre de 2 m au décollage pour atteindre son diamètre maximal de $4,6 \text{ m}$, juste avant que l'enveloppe n'éclate à son altitude maximale.

II.B.1) Expliquer qualitativement les phénomènes qui provoquent l'éclatement du ballon.

L'élasticité de l'enveloppe s'explique par les propriétés de tension superficielle du matériau, qui imposent la relation suivante entre la pression intérieure P_{int} du ballon et la pression extérieure de l'air P_{ext} (formule de Laplace): $P_{int} - P_{ext} = 4\sigma/r$ où σ est appelé coefficient de tension superficielle et r le rayon de l'enveloppe sphérique.

II.B.2) Préciser l'unité de σ et calculer numériquement sa valeur.

II.B.3) Déterminer l'altitude maximale atteinte par le ballon-sonde.