Transport fluide Chap.2 – Dynamique des fluides visqueux

Intro : Dans ce chapitre, on ne se limite plus à décrire le mouvement du fluide, mais on s'intéresse aux causes du mouvement : les forces. Le poids bien-sûr, la pression que l'on a déjà traitée, et *une force de frottement interne*, ***la force de viscosité***, à l'origine de l'immobilisation d'un fluide initialement en mouvement, et source de dissipation d'énergie mécanique. Une fois ces forces repérées, on appliquera la RFD sur une particule de fluide pour mettre en équation quelques écoulements classiques.

1. Forces exercées sur une particule de fluide

Soit une particule de fluide (cubique pour faire simple) dans un écoulement unidimensionnel. On fait l'inventaire des forces appliquées, que l'on peut distinguer de plusieurs manières :

- forces agissant à distance / actions de contact
- actions de contact : force normale / force tangentielle

1.1. Composante normale des forces de contact – Forces de pression

- En orientant les surfaces vers l'extérieur de la particule de fluide, rappeler la définition de la pression
- Rappeler l'équivalent volumique de la résultante des forces de pression appliquées à la particule de fluide

1.2. Composante tangentielle – Forces de viscosité, contrainte de cisaillement

Soit un écoulement unidimensionnel de champ des vitesses représentant grossièrement l'écoulement d'un fleuve :

$$\vec{v} = v(y,t)\overrightarrow{e_x}$$

- Qualitativement, dans le cas d'une rivière, comment le champ des vitesses varie-t-il avec l'altitude ?
- Représenter sur un schéma l'allure du *profil vertical* $v(y)$ (sur une section droite) de ce champ des vitesses.

L'expérience suggère qu'il existe une force de frottement interne au fluide qui s'écoule : de l'eau mis en mouvement dans un verre s'arrête sans intervention extérieure. Les couches de fluide glissent les unes sur les autres, et elles « frottent » les unes contre les autres (cf. les vidéos projetées en classe). Cela ressemble aux frottements solides de glissement vus en 1^{e} année, sauf qu'ici les frottements dépendent de la vitesse relative entre deux couches de fluide jointives.

Cette force s'exerce tangentiellement à la surface de contact. C'est la ***force de cisaillement*** ou ***force de viscosité***.

Définition de la contrainte de cisaillement $\vec{\sigma}$

La contrainte de cisaillement est la force **tangentielle par unité de surface** $(N.m^{-2})$ *:*

$$\overrightarrow{dF_{cis}} \stackrel{\text{def}}{=} \vec{\sigma}\, dS$$

Comprendre cette formule signifie d'être capable de faire un schéma, d'y représenter le système, la force de cisaillement qu'il subit, et d'identifier la partie du fluide extérieur qui exerce cette force.

En mécanique, le mot « ***contrainte*** » signifie *force par unité de surface*.

➢ Comment pourrait-on nommer la pression ?

Expression de la contrainte de cisaillement

Dans le cas d'un <u>*fluide newtonien*</u> de champ des vitesses $\vec{v} = v_x(y,t)\overrightarrow{e_x}$:

$$\vec{\sigma} = \pm\eta \frac{\partial v_x}{\partial y}\overrightarrow{e_x}$$

$\eta > 0$ est la ***viscosité dynamique*** (en $Pa.s$, ou Poiseuille $P\ell$)

Le signe dépend de la couche de fluide choisie comme système, et de la position de la couche extérieure qui exerce cette force (au-dessus du système ? en-dessous ?).

<u>Ordre de grandeur de la viscosité dynamique</u> :

- **eau** $\boldsymbol{\eta = 10^{-3} Pl}$
- air 1 bar $\eta = 2\ 10^{-5} Pl$
- lubrifiant moteurs $\eta \sim 0{,}1\ Pl$

<u>Remarque</u> : Il existe des fluides non-newtoniens pour lesquels le coefficient de viscosité dynamique dépend de la contrainte (la relation de proportionnalité ci-dessus n'est donc pas vérifiée) : dentifrice, mélange eau + maizena, les fluides « visco-élastiques ».

1.3. <u>Conditions aux limites</u>

➢ Que savez-vous de la pression à l'interface entre deux fluides ?

Même en l'absence de viscosité, un fluide en contact avec une paroi vérifie la condition de non-pénétration :

$$\vec{v} \cdot \vec{n} = 0$$

où $\vec{n}$ est le vecteur normal à la paroi. Cela implique aussi la condition de non-décollement, généralement vérifiée.

Dans le cas d'un fluide visqueux, la force de viscosité s'exprime en fonction de dérivées spatiales, et ne peut être infinie. Cela implique que la vitesse doit varier continûment dans un fluide.

La ***vitesse*** *du fluide est* **nulle** *le long d'une* **paroi immobile** : le fluide « colle » à la paroi
La ***contrainte de cisaillement*** *est* ***nulle à la surface libre d'un liquide*** : viscosité due à l'air ~ nulle

1.4. <u>Origine microscopique de la viscosité</u>

Les forces de viscosité se manifestent expérimentalement (échelle macro) par la mise en mouvement d'une particule de fluide par le fluide environnant. Dans l'exemple étudié depuis le début, ce transfert se fait orthogonalement au déplacement visible (échelle macro) de fluide. Ce transfert est invisible à l'échelle macro.

Les forces de viscosité correspondent à un ***transport diffusif de <u>quantité de mouvement</u>*** *dans le fluide.*
« Diffusif » signifie que le transfert du mouvement se fait ***à l'échelle microscopique***.

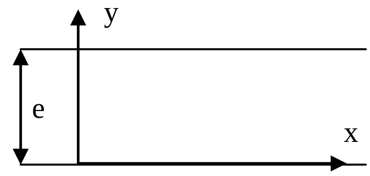
2. Etude d'un écoulement classique : Couette plan

2.1. Trois grandes façons de faire couler un fluide

Un *écoulement de Couette* est un écoulement de fluide visqueux dans une conduite dont les parois se meuvent à des vitesses constantes mais différentes. ***Le fluide est mis en mouvement par le mouvement des parois***, le gradient de pression étant nul dans la direction de l'écoulement.

Un *écoulement de Poiseuille* est un écoulement de fluide visqueux dans une conduite dont les parois sont immobiles. ***Le fluide est mis en mouvement par le gradient de pression entre l'entrée et la sortie de la conduite*** (ça pousse plus à l'entrée qu'à la sortie). C'est le phénomène analogue à l'écoulement de charge électrique dans un conducteur ohmique soumis à une différence de potentiel constante.

Le plus facile à observer, *l'écoulement gravitaire* est un ***écoulement de fluide provoqué par la pesanteur*** (exemple d'un fluide coulant sur un plan incliné).



2.2. Ecoulement de Couette plan

L'espace est rapporté à un trièdre Oxyz, Oy étant dirigé suivant la verticale ascendante. Un fluide newtonien en écoulement incompressible et homogène de viscosité dynamique η est enfermé entre deux plaques planes infinies, parallèles, perpendiculaires à Oy et de cotes respectives y = 0 et y = e. La plaque de cote y = 0 est immobile, l'autre étant animée d'une vitesse constante $\vec{V} = V.\vec{u}_x$. On se place en régime stationnaire. Il n'y a pas de différence de pression entre l'amont et l'aval de l'écoulement. La pression en $y = e$ est P_0. On suppose que l'écoulement est unidirectionnel.

- ➢ Expliquer pourquoi le champ des vitesses ne dépend pas de la coordonnée z.
- ➢ En invoquant le fait que l'écoulement est incompressible, montrer que la vitesse ne dépend pas de x non plus.
- ➢ En déduire que l'accélération d'une particule de fluide est nulle.
- ➢ Montrer que la somme des forces de viscosité appliquées à une particule de fluide de volume $d\tau$ s'écrit :

$$\eta \frac{\partial^2 \mathrm{v}}{\partial \mathrm{y}^2} d\tau \, \overrightarrow{u_x}$$

- ➢ Appliquer le principe fondamental de la dynamique à une particule de fluide, et le projeter.
  - Montrer que l'évolution de la pression est la même qu'en statique
  - Etablir alors l'expression de v(y)
- ➢ Quelle est la force par unité de surface subie par chacune des plaques ?

2.3. La viscosité : un phénomène diffusif

On considère la même situation que précédemment, mais on se place à présent en régime variable, et l'on admet que l'accélération d'une particule de fluide s'écrit :

$$\vec{a}_{particule} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t}$$

Quelle est l'équation différentielle vérifiée par la vitesse en régime non-stationnaire ? Conclure en définissant un « coefficient de diffusion de quantité de mouvement ».

Le phénomène de diffusion apparaît clairement dans ce cas particulier, simple. On admet que l'interprétation physique que l'on vient d'en faire est généralisable.

Coefficient de diffusion de quantité de mouvement
L'origine microscopique de la force de viscosité est la diffusion de quantité de mouvement.   *Le coefficient de diffusion associé s'appelle la* ***viscosité cinématique*** *:* $\boldsymbol{\upsilon} \stackrel{\text{def}}{=} \boldsymbol{\frac{\eta}{\rho}}$

4.2 Actions de contact sur un fluide	
Pression.	Identifier la force de pression comme étant une action normale à la surface. Utiliser l'équivalent volumique des actions de pression $-\textbf{grad}\,P$.
Éléments de statique des fluides.	Exprimer l'évolution de la pression avec l'altitude dans les cas d'un fluide incompressible et de l'atmosphère isotherme dans le modèle du gaz parfait.
Viscosité dynamique.	Relier l'expression de la force surfacique de viscosité au profil de vitesse dans le cas d'un écoulement parallèle. Exprimer la dimension du coefficient de viscosité dynamique. Citer l'ordre de grandeur de la viscosité de l'eau. Citer la condition d'adhérence à l'interface fluide-solide.

__Outils mathématiques__

Intégration de l'expression d'une dérivée partielle.	Intégrer une expression de la forme $\partial f/\partial x = g(x,y)$ à y fixé en introduisant une fonction $\phi(y)$ inconnue comme « constante d'intégration ».

<u>Vidéos DVD mécaflu + Manip</u> :

- *Ecoulement de Couette : force de cisaillement + transfert diffusif de quantité de mouvement*
- *Ecoulements complexes : la plupart des écoulements ne peuvent pas être traités analytiquement*
- *Pâte REDUX + mélange eau-Maïzena : exemples fluides non-newtonien*