Diffusion Chap.2 – Activités
Diffusion thermique, transport d'énergie par conduction

1. Formulation infinitésimale des principes de la thermodynamique

1.1. Premier principe sur une durée élémentaire

Activité 1 : Rappels

On considère un système macroscopique fermé quelconque.

A. Enoncer complètement le premier principe pour ce système sur une durée finie Δt (3 choses)
B. Interpréter physiquement chacun des termes. Comment qualifie-t-on ce principe ?
C. En notant avec un « d droit » df la variation élémentaire d'une fonction, et en notant avec un « petit delta » δq une quantité élémentaire échangée ou créée, écrire le 1^er^ principe sous forme infinitésimale

D. Enoncer le 1^er^ principe par unité de temps

1.2. Deuxième principe sur une durée élémentaire

Activité 2 : Rappels

On considère un système macroscopique fermé quelconque.

A. Enoncer le deuxième principe pour ce système sur une durée finie Δt (3 choses)
B. Interpréter physiquement chacun des termes. Comment qualifie-t-on ce principe ?
C. Avec les mêmes notations qu'au paragraphe précédent, écrire le 2^e^ principe sous forme infinitésimale

2. Description de la diffusion thermique

2.1. Les trois types de transferts thermiques

Activité 3 : Rappels capacité thermique

A. Pour les modèles simples au programme (GP et PCII), donner la relation entre énergie interne et température
B. Ecrire cette relation par unité de temps
C. Repérer les grandeurs extensives/intensives dans cette relation
D. Définir la capacité thermique massique (à volume constant). Est-ce une grandeur intensive/extensive ?

2.3 EQ thermodynamique local

Activité 4 : S'approprier

A. Définir l'énergie interne volumique
B. Etablir la relation entre l'énergie interne volumique et la température, par l'intermédiaire de la capacité thermique massique (à volume constant)

3. Lois de la diffusion thermique

3.2 Bilan d'énergie : 1er principe de la thermodynamique

Activité 5 : Raisonnement canonique ✪

Dans un premier temps, on considère la diffusion unidimensionnelle et unidirectionnelle de la température le long d'un barreau solide rectiligne (section S) indéformable. Les parois latérales sont calorifugées. La température de son extrémité gauche est plus élevée que celle de son extrémité droite.

A. L'énergie diffuse entre les deux extrémités du fait de la différence de température. Dans quel sens est orienté le flux d'énergie (ou « flux de chaleur ») ?

B. En considérant une tranche élémentaire du cylindre, faire un bilan d'énergie : *« l'augmentation du stock d'énergie à l'intérieur est égale à ce qui entre moins ce qui sort »*. Quelle est la conséquence de l'hypothèse « barreau indéformable » ?

C. Dans ce bilan, faire apparaître l'énergie interne volumique $u(x,t)$ et le vecteur puissance surfacique $\vec{j}(x,t)$, et en déduire l'équation locale de conservation.

3.3 Cas avec production et disparition d'énergie

Activité 6 : Raisonnement canonique ✪

Préliminaire : On admet que la résistance électrique d'un barreau de longueur L et de section S s'exprime ainsi en fonction de la conductivité $R = \frac{L}{S\sigma}$ (sera démontré plus tard).

En repartant du premier principe et en incluant l'effet Joule, **établir** l'équation locale de l'énergie thermique, en exprimant le terme d'effet Joule en fonction :
- du courant I traversant le barreau
- de la conductivité électrique σ
- de la section S du barreau.

3.5 Equation de diffusion : « équation de la chaleur »

Activité 7 : Raisonnement canonique ✪

B. Dans le cas unidimensionnel précédent, utiliser la loi de Fourier pour établir l'équation différentielle vérifiée par la température $T(x,t)$
C. Utiliser les équations générales 3D pour établir l'équation de la chaleur 3D

3.7 Conducto-convection : un terme de perte dans l'équation locale

Activité 8 : Exemple canonique ✪

On considère un métal sous la forme d'un barreau parallélépipédique de longueur d et dont les deux autres dimensions sont égales à a. On suppose le problème unidimensionnel et unidirectionnel. L'extrémité de gauche est maintenue à la température T_1 et celle de droite à T_2. Le barreau est entouré par de l'air à température constante et uniforme T_e. On suppose qu'en tout point le barreau est de température plus élevée que l'air. On étudie la diffusion thermique le long du barreau en tenant compte des échanges conducto-convectifs latéraux entre le barreau et l'air.

A. En considérant une tranche élémentaire du barreau, établir l'équation locale de conservation de l'énergie
B. En déduire l'équation de diffusion dans cette situation
C. En supposant le régime stationnaire atteint, montrer que l'équation de diffusion devient :

5. Solution dans le cas stationnaire – Résistance thermique (PAS effet Joule)

5.1. Résistance thermique d'un barreau rectiligne

Activité 9 : Raisonnement canonique ✪

On considère un barreau, calorifugé latéralement et maintenu à températures constantes à ses deux extrémités par deux thermostats T_1 et T_2.

A. En appliquant à nouveau un bilan d'énergie sur une tranche, établir la loi des nœuds pour le flux thermique : le flux Φ est indépendant de x, il est le même tout le long de la « branche »
B. En déduire l'expression de $T(x)$ en fonction de Φ
C. Etablir la relation entre $\Delta T (> 0)$ aux bornes du barreau et la puissance thermique Φ
D. Par analogie avec la loi d'ohm, définir la résistance thermique R_{th} du barreau.

5.2. Résistance thermique en géométrie cylindrique, puis sphérique

Point méthode pour établir la loi d'ohm thermique

Pour établir la loi d'ohm thermique et, ce faisant, établir l'expression de la résistance thermique :
- Par un bilan sur une « tranche » méso, établir la loi des nœuds pour Φ
- Via la loi de Fourier, exprimer $\vec{j}$ en fonction de la constante Φ
- En intégrant entre les bornes du milieu, relier la diff de température ΔT à Φ

Activité 10 : Exemple canonique ✪

On considère un cylindre creux, de hauteur H, de rayon intérieur R_1 et de rayon extérieur R_2. Le matériau est homogène (propriétés uniformes), de conductivité thermique λ.
La face interne du cylindre est à la température T_1 et la face externe à la température $T_2 < T_1$.

Le problème est invariant :
- par translation suivant l'axe du cylindre
- par rotation autour de l'axe du cylindre

Ce qui implique que le problème est unidimensionnel et unidirectionnel radial, les champs ont donc la forme suivante : $T(r)$ et $\vec{j} = j(r)\vec{e_r}$

Montrer qu'entre les deux faces du cylindre, la loi d'ohm thermique est vérifiée et que la résistance thermique s'écrit : $R_{th} = \frac{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}{2\pi\lambda H}$

Activité 11 : Exemple canonique ✪

On considère une sphère creuse, de rayon intérieur R_1 et de rayon extérieur R_2. Le matériau est homogène (propriétés uniformes), de conductivité thermique λ. La face interne de la sphère est à la température T_1 et la face externe à la température $T_2 < T_1$.

Le problème est invariant :
- par rotation d'angle θ
- par rotation d'angle φ

Ce qui implique que le problème est unidimensionnel et unidirectionnel radial, les champs ont donc la forme suivante : $T(r)$ et $\vec{j} = j(r)\vec{e_r}$

Montrer qu'entre les deux faces de la sphère, la loi d'ohm thermique est vérifiée et que la résistance thermique s'écrit : $R_{th} = \frac{1}{4\pi\lambda}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$