

Chap.10 – Dynamique en référentiel non galiléen

1. Principe de relativité de Galilée – Référentiels galiléens

- 1.1. Référentiels galiléens
- 1.2. Enoncé du principe de relativité de Galilée
- 1.3. La masse et les forces : des grandeurs invariantes
- 1.4. (Commentaire) Principe de relativité d'Einstein

2. Lois de la mécanique en référentiel non galiléen

- 2.1. RFD en référentiel non galiléen – « Forces » d'inertie
- 2.2. Exemple : équilibre d'un oscillateur à ressort dans un ascenseur accéléré
- 2.3. Exemple : déplacement d'un individu sur un tourniquet
- 2.4. TMC en référentiel non galiléen
- 2.5. Théorèmes énergétiques en référentiel non galiléen
- 2.6. Les référentiels galiléens existent-ils ?

Intro :

Après l'étude cinématique du chapitre précédent, où l'on a établi les lois de composition des vitesses et des accélérations, on va démontrer les lois de la mécanique en référentiel non galiléen. On va introduire la notion de « force d'inertie », et étudier leurs influences sur quelques mouvements simples.

On revient dans un premier temps sur la notion de référentiel galiléen, et l'on énonce le principe de relativité de Galilée.

1. Principe de relativité de Galilée – Référentiels galiléens

1.1. Référentiels galiléens

L'énoncé minimal de la première loi de Newton postule l'existence d'au moins un référentiel galiléen, défini comme étant un référentiel dans lequel *le principe d'inertie est vérifié*. Celui qu'on identifie le plus facilement à notre échelle est le référentiel terrestre (bien qu'il ne soit pas parfaitement galiléen, on y reviendra dans un chapitre ultérieur).

A la suite de ce postulat, on peut se demander s'il existe plusieurs référentiels galiléens. La réponse est oui. La démonstration est la suivante : en prenant un corps M isolé, donc en TRU dans le référentiel galiléen R connu, on peut démontrer que M est aussi en TRU dans tout référentiel R' en TRU par rapport à R .

- Par une relation de Chasles, relier les deux vecteurs positions de M dans les référentiels R et R'
- Dériver deux fois par rapport au temps pour montrer que $\vec{a}(M)_R = \vec{a}(M)_{R'}$

Tous les référentiels galiléens sont en translation rectiligne uniforme les uns par rapport aux autres.

1.2. Enoncé du principe de relativité de Galilée

L'expérience et les réflexions de Galilée l'ont amené à énoncer son *principe de relativité* :

On ne peut pas mettre en évidence par une expérience de mécanique un mouvement de translation rectiligne uniforme d'un référentiel par rapport à un référentiel galiléen.

Sous une forme équivalente, on peut dire aussi :

Les lois de la mécanique sont invariantes par changement de référentiel galiléen.

C'est-à-dire qu'elles ont la même formulation mathématique (« leur forme de varie pas ») quand on change de référentiel galiléen. Elles sont valables pour tout référentiel galiléen.

1.3. La masse et les forces : des grandeurs invariantes

Pour que la RFD vérifie le principe de relativité de Galilée, il faut postuler que la masse et les forces sont des grandeurs invariantes par changement de référentiel. Elles sont « absolues » (i.e. on n'a pas besoin de préciser le référentiel pour en parler).

Les forces et la masse sont des grandeurs invariantes par changement de référentiel.

D'autres grandeurs – comme la charge électrique – sont aussi invariantes par changement de référentiel.

1.4. (Commentaire) Principe de relativité d'Einstein

Pour que le principe de relativité soit satisfait pour les lois de la mécanique et les lois de l'électromagnétisme (équations de Maxwell, vues en spé), Einstein a été amené à généraliser le principe de relativité de Galilée à toutes les lois physiques : « Les lois de la physique sont invariantes par changement de référentiel galiléen. »

2. Lois de la mécanique en référentiel non galiléen

On va maintenant démontrer les lois de la mécanique en référentiel non galiléen. En effet, il est parfois intéressant de se placer dans des référentiels non galiléens pour étudier le mouvement d'un point matériel. La RFD, le TEC, le TEM, le TMC n'y sont plus valables : il faut trouver des lois pour les remplacer !

2.1. RFD en référentiel non galiléen – « Forces » d'inertie

On considère un référentiel galiléen R_g et un référentiel quelconque R' . En appliquant la RFD dans R_g et en utilisant la loi de composition des accélérations, on en déduit la relation entre les forces et l'accélération dans R' .

On remarque que les termes supplémentaires sont homogènes à des forces, et qu'ils sont caractéristiques du mouvement de R' par rapport à un référentiel galiléen. On appelle ces termes supplémentaires les « **forces** » **d'inertie**. On distingue la **force d'inertie d'entraînement** et la **force d'inertie de Coriolis**.

Ce ne sont pas de vraies forces, car elles ne traduisent pas une interaction entre deux corps, contrairement à la gravitation ou à la force électrostatique. Une autre manifestation de leur caractère « factices », c'est que les forces d'inertie dépendent du référentiel dans lequel on se place pour étudier le mouvement d'un point matériel : elles ne sont pas invariantes par changement de référentiel.

En particulier, dans un référentiel galiléen, les forces d'inertie n'existent **jamais** !!!!!

On retiendra la forme prise par la RFD en référentiel **non** galiléen :

$$\vec{F} + \vec{F}_{te} + \vec{F}_{ic} = m\vec{a}$$

Pour pouvoir utiliser cette relation, il faut pouvoir déterminer l'expression des forces d'inertie. On retiendra que :

***Il est indispensable d'identifier un référentiel galiléen
dans lequel le référentiel non galiléen est en mouvement pour pouvoir déterminer les forces d'inertie.***

En définitive, on ne peut jamais se passer d'un référentiel galiléen pour étudier le mouvement d'un point matériel.

2.2. Exemple : équilibre d'un oscillateur à ressort dans un ascenseur accéléré

On considère un point matériel fixé à un ressort dont l'autre extrémité est fixée au plafond d'un ascenseur. Le dispositif peut évoluer selon la verticale uniquement. Le référentiel terrestre est supposé galiléen.

- Déterminer la longueur du ressort à l'équilibre lorsque l'ascenseur est immobile par rapport au sol.
- Déterminer la longueur du ressort à l'équilibre lorsque l'ascenseur subit une accélération verticale constante.

On notera que ce dispositif peut servir d'accéléromètre, puisque la longueur du ressort à l'équilibre donne accès à l'accélération de l'ascenseur par rapport au sol.

2.3. Exemple : déplacement d'un individu sur un tourniquet

On considère un tourniquet en rotation uniforme autour d'un axe vertical fixe dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Un individu se tient initialement immobile sur le bord du tourniquet.

- Lorsque le tourniquet est immobile (ne tourne pas), quelles sont les forces ressenties par l'individu ?
- Lorsque le tourniquet tourne, et l'individu est immobile par rapport au tourniquet, quelles sont les forces ressenties par l'individu ?
- Lorsque le tourniquet tourne, et que l'individu commence à se déplacer selon un rayon du tourniquet pour rejoindre le centre, quelles sont les forces ressenties par l'individu ?

Dans le cas particulier d'un mouvement de rotation du référentiel non galiléen, la force d'inertie d'entraînement s'appelle la *force centrifuge*.

On comprend aussi pourquoi on a tendance à tomber lorsque l'on se déplace sur un manège en rotation, on n'est pas habitué à tenir compte de la force de Coriolis.

2.4. TMC en référentiel non galiléen

Dans un référentiel non galiléen, l'expression du TMC par rapport à un point / un axe est similaire à celle valable dans un référentiel galiléen **à condition de tenir compte du moment des forces d'inertie**.

Soit A un point fixe dans un référentiel R **non** galiléen, alors :

$$\left(\frac{d\vec{L}_A}{dt} \right)_R = \vec{M}_A(\vec{F}) + \vec{M}_A(\vec{F}_{te}) + \vec{M}_A(\vec{F}_{ic})$$

Soit Δ un axe orienté fixe dans un référentiel R **non** galiléen, alors :

$$\left(\frac{dL_\Delta}{dt} \right)_R = M_\Delta(\vec{F}) + M_\Delta(\vec{F}_{te}) + M_\Delta(\vec{F}_{ic})$$

2.5. Théorèmes énergétiques en référentiel non galiléen

L'idée est la même pour la généralisation des théorèmes énergétiques en référentiel non galiléen. Les théorèmes restent valables *à condition de tenir compte de la force d'inertie d'entraînement*.

La force de Coriolis ne travaille jamais, car toujours orthogonale au vecteur vitesse.

Dans un référentiel R **non** galiléen :

$$\begin{aligned}\left(\frac{dE_c}{dt}\right)_R &= P + P_{ie} \\ \left(\frac{dE_m}{dt}\right)_R &= P_{nc} + P_{ie} \\ \Delta E_c &= W + W_{ie} \\ \Delta E_m &= W_{nc} + W_{ie}\end{aligned}$$

On rappelle que le TEM n'est qu'une reformulation du TEC, où l'on a introduit la notion d'énergie potentielle lorsqu'il existe des forces conservatives. *En général, la force d'inertie d'entraînement n'est pas une force conservative, et l'on ne peut donc pas définir d'énergie potentielle associée.* Dans le cas particulier d'un référentiel non galiléen en rotation uniforme par rapport à un axe fixe (d'un référentiel galiléen), on verra en exercice que l'on peut associer une énergie potentielle à cette force d'inertie.

2.6. Les référentiels galiléens existent-ils ?

En considérant successivement les différents types de référentiels connus, il apparaît que les référentiels galiléens n'existent pas au sens strict du terme.

Un référentiel peut être considéré galiléen si l'effet des forces d'inertie est négligeable pour le mouvement étudié

Remarque : En relativité générale (mécanique d'Einstein), en présence d'un champ de gravitation, un référentiel de chute libre est localement un référentiel galiléen (localement dans l'espace et localement dans le temps).

Notions clefs

Savoirs :

- Définition d'un référentiel galiléen + relation entre tous les référentiels galiléens
- Principe de relativité de Galilée
- Définition et interprétation physique des forces d'inertie
- **Les forces d'inertie n'existent pas dans un référentiel galiléen**
- RFD, TMC, TEC, TEM en référentiel non galiléen

Savoirs faire :

- Déterminer l'expression mathématique des forces d'inertie :
 - **en se plaçant dans un référentiel galiléen R_g**
 - **en identifiant le mouvement du référentiel d'étude (non galiléen) dans R_g**
 - en calculant alors l'accélération d'entraînement et l'accélération de Coriolis
- Appliquer les lois de la mécanique en référentiel non galiléen pour résoudre un problème

Précédemment nous considérons le cas où s était constant, et nous avions trouvé que s ne faisait pas apparaître de différences entre les lois de mouvement, puisque $ds/dt = 0$; en définitive, donc, les lois de la physique étaient les mêmes dans les deux systèmes. Mais nous pouvions considérer un autre cas où $s = ut$, u étant une vitesse uniforme en ligne droite. Alors s n'est pas constant et ds/dt n'est pas nul, mais vaut u , une constante. Cependant l'accélération d^2x/dt^2 est toujours la même que d^2x'/dt^2 , car $du/dt = 0$. Ceci démontre la loi que nous avons utilisée au Chapitre 10, à savoir que si nous nous déplaçons en ligne droite avec une vitesse uniforme, les lois de la physique nous apparaîtront les mêmes que lorsque nous étions au repos. C'est la transformation de Galilée. Mais nous voulons discuter le cas intéressant où s est un peu compliqué, disons $s = at^2/2$. Alors $ds/dt = at$ et $d^2s/dt^2 = a$, une accélération uniforme; ou dans un cas encore plus compliqué, l'accélération peut être une fonction du temps. Ceci signifie que bien que les lois de force, du point de vue de Dupont apparaissent comme

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = F_x,$$

les lois de force vues par Durand apparaîtront comme

$$m \frac{d^2x'}{dt'^2} = F_x' - ma.$$

Le terme supplémentaire ma apparaît, puisque le système de coordonnées de Durand accélère par rapport à celui de Dupont et Durand devra corriger ses forces de cette quantité, de manière à pouvoir appliquer les lois de Newton. En d'autres termes, une force apparente nouvelle et mystérieuse, d'origine inconnue, se manifeste parce que, bien sûr, Durand a le mauvais système de coordonnées. C'est un exemple d'une pseudo-force; d'autres exemples apparaissent dans des systèmes de coordonnées en rotation.

Un autre exemple d'une pseudo-force est ce que nous appelons souvent « la force centrifuge ». Un observateur dans un système de coordonnées en rotation, par exemple, dans une boîte qui tourne, va sentir des forces mystérieuses, dont on ne peut rendre compte par aucune force d'origine connue, projetant les choses à l'extérieur vers les parois. Ces forces sont dues simplement au fait que l'observateur ne se trouve pas dans un système de coordonnées de Newton, qui est le système de coordonnées le plus simple.

Une pseudo-force peut être illustrée par une expérience intéressante dans laquelle nous poussons sur une table, avec accélération, un récipient contenant de l'eau. La gravitation, bien sûr, agit sur l'eau vers le bas, mais à cause de l'accélération horizontale, une pseudo-force agit également, horizontalement, dans une direction opposée à l'accélération. La résultante de la gravitation et de la pseudo-force fait un angle avec la verticale, et pendant l'accélération, la surface de l'eau est perpendiculaire à la force résultante, c'est-à-dire inclinée d'un certain angle par rapport à la table, l'eau étant plus élevée à l'arrière du récipient. Lorsque nous arrêtons de tirer sur le récipient, le récipient freine à cause du frottement, la pseudo-force est inversée et l'eau s'élève à l'avant du récipient (Fig. 12-4).

Une caractéristique très importante des pseudo-forces est qu'elles sont toujours proportionnelles aux masses; la même chose est vraie pour la gravitation. De ce fait, il est donc possible,

que la gravitation elle-même soit une pseudo-force. N'est-il pas possible par exemple que la gravitation soit simplement due au fait que nous n'avons pas le bon système de coordonnées? Après tout, nous pouvons toujours obtenir une force proportionnelle à la masse si nous imaginons qu'un corps accélère. Par exemple, un homme enfermé dans une boîte qui se trouve au repos sur la terre se trouve lui-même maintenu au plancher de la boîte avec une certaine force qui est proportionnelle à la masse. Mais s'il n'y avait pas de terre du tout et que la boîte se trouve au repos, l'homme flotterait dans l'espace. D'un autre côté, s'il n'y avait pas de terre du tout et que quelque chose tire la boîte avec une accélération g , alors l'homme dans la boîte étudierait la physique sentirait une pseudo-force qui le maintiendrait au plancher, exactement comme le fait la gravitation.



Fig. 12-4. Illustration d'une pseudo-force.

Einstein avança la fameuse hypothèse que les accélérations imitent la gravitation, que les forces d'accélération (les pseudo-forces) ne peuvent être distinguées de celles de la gravitation; il n'est pas possible de dire dans quelle proportion une certaine force est due à la gravitation et dans quelle proportion c'est une pseudo-force.

Il peut paraître tout à fait correct de considérer la gravitation comme une pseudo-force, de dire que nous sommes tous maintenus au sol parce que nous accélérons vers le bas, mais qu'en est-il des gens à Madagascar, de l'autre côté de la terre — accélèrent-ils eux aussi? Einstein trouva que la gravitation ne peut être considérée comme une pseudo-force qu'en un seul point à la fois et fut conduit par ses considérations à suggérer que la géométrie du monde est plus compliquée que la géométrie Euclidienne ordinaire. La discussion présente n'est que qualitative, et ne prétend pas apporter autre chose que des idées générales. Pour donner une idée approximative de la manière dont la gravitation pourrait être le résultat d'une pseudo-force, nous allons présenter une illustration purement géométrique et qui ne représente pas la situation réelle. Supposons que nous vivions tous à deux dimensions et que nous ne connaissions rien d'une troisième. Nous pensons que nous sommes sur un plan, mais supposons que nous soyons en réalité sur la surface d'une sphère. Et supposons que nous lançons un objet le long du sol sans force agissant sur lui. Ou va-t-il aller? Il semblera se déplacer en ligne droite, mais il doit rester sur la surface d'une sphère, où la plus petite distance entre deux points est dirigée le long d'un grand cercle; ainsi il se déplacera le long d'un grand cercle. Si nous lançons de la même manière un autre objet, mais dans une autre direction, il se déplacera le long d'un autre grand cercle. Comme nous pensons que nous sommes sur un plan, nous nous attendons à ce que les deux corps continuent de diverger linéairement avec le temps, mais une observation soigneuse nous montrera que s'ils vont suffisamment loin, ils se rapprochent à nouveau l'un de l'autre comme s'ils étaient en train de s'attirer l'un vers l'autre. Or ils ne s'attirent pas l'un l'autre — il y a simplement quelque chose « d'étrange » dans cette géométrie. Cette illustration particulière ne décrit pas correctement la manière dont la géométrie d'Euclide est « bizarre », mais elle illustre le fait que si nous déformons suffisamment la géométrie, il est possible que toute la gravitation soit reliée de cette manière à une pseudo-force; c'est l'idée générale de la théorie d'Einstein sur la gravitation.