Chap.3 – Ondes électromagnétiques (OEM) dans le vide

1. Equation de propagation des OEM– Structure des OPPH

1.1. Equation d'onde de d'Alembert – Célérité des OEM dans le vide

1.2. Ecriture d'une OPPH vectorielle

1.3. Absence de milieu matériel vibrant : définition d'une onde transversale/longitudinale ?

1.4. « Structure des OPPH » $\stackrel{\text{def}}{=}$ liens entre les vecteurs E, B et k

1.5. Aspects énergétiques des OPPH

1.6. Ordres de grandeur et lien avec le flux de photons

2. Etats de polarisation d'une OEM

2.1. Polarisation $\stackrel{\text{def}}{=}$ direction du champ électrique

2.2. Polarisation rectiligne, elliptique et circulaire

2.3. Lumière « non-polarisée » : modèle des trains d'onde

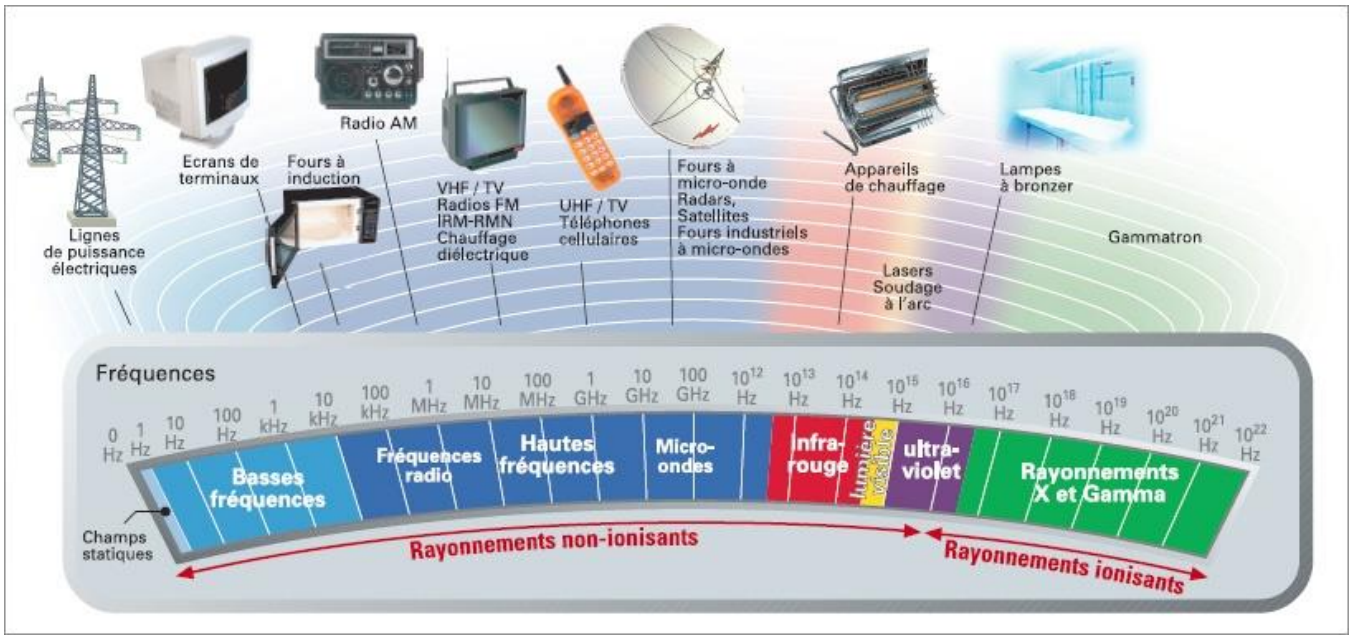
2.4. Couple polariseur / analyseur – Loi de Malus

2.5. Analyse d'une lumière totalement polarisée

Intro : Après avoir étudié les ondes scalaires 1D et 3D, on étudie ici les OEM, *ondes **vectorielles** 3D*. Contrairement aux ondes mécaniques, les OEM n'ont ***pas besoin de support matériel*** pour exister : ce sont les champs électrique et magnétique qui « vibrent ». Dans le vide, elles vérifient ***l'équation de d'Alembert,*** et sont ***transverses***. La célérité des OEM est égale à la vitesse de la lumière dans le vide et permet ainsi d'identifier la nature de la lumière. Les ondes radio, les micro-ondes, l'infrarouge, le visible, l'ultra-violet, les rayons X sont des OEM.

NB effets sur la santé : les rayonnements ionisants sont ceux qui sont suffisamment énergétique pour arracher des électrons aux atomes. Dans la matière biologique, l'ionisation est synonyme d'altération des cellules. Les rayons X et gamma sont donc dangereux pour la santé. Aux fréquences usuelles des télécommunications (de qq 10 kHz à qq GHz), aucun effet significatif sur la santé n'a été observé à ma connaissance.

Plus d'information sur le site de l'Association Française pour l'Information Scientifique (AFIS) :
http://www.pseudo-sciences.org/spip.php?rubrique55



1. Equation de propagation des OEM– Structure des OPPH

1.1. Equation d'onde de d'Alembert – Célérité des OEM dans le vide

- Donner les équations de Maxwell dans le vide. Quelles équations suggèrent l'existence d'un phénomène de propagation ?
- En prenant le rotationnel de MF, établir l'équation d'onde vérifiée par $\vec{E}$

Formule d'analyse vectorielle à utiliser : $\overrightarrow{rot}\left(\overrightarrow{rot}(\vec{A})\right) = \overrightarrow{grad}\left(div(\vec{A})\right) - \vec{\Delta}\vec{A}$

- En prenant le rotationnel de MA, montrer que $\vec{B}$ vérifie la même équation.
- Application numérique pour la célérité : $\varepsilon_0 = 8{,}85\ 10^{-12} SI$ et $\mu_0 = 4\pi\ 10^{-7} SI$. Conclusion ?
- ✪ L'expression de la célérité des OEM dans le vide vous évoque-t-elle celles des ondes mécaniques ?

Définition du laplacien vectoriel *(en cartésien uniquement)*

$$\vec{\Delta}(\vec{\boldsymbol{A}}) \stackrel{\text{def}}{=} \begin{vmatrix} \Delta \boldsymbol{A_x} \\ \Delta \boldsymbol{A_y} \\ \Delta \boldsymbol{A_z} \end{vmatrix}$$

Les expressions en coordonnées cylindriques ou sphériques ne sont pas aussi simples.

1.2. Ecriture d'une OPPH vectorielle

Le caractère vectoriel de l'OEM est une nouveauté par rapport aux ondes étudiées jusqu'ici.
La notion d'OPPH a été introduite au chapitre précédent sur l'exemple d'ondes scalaires. Elle se généralise dans le cas d'onde vectorielle : ***chacune des composantes*** des champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ est une OPPH scalaire, toutes les composantes ayant le même « terme propagatif ».
NB : On parle parfois d'OPPM plutôt que d'OPPH (par référence à l'optique : Monochromatique).

- Ecrire l'expression générale du champ $\vec{E}$ d'une OPPH se propageant selon la direction $\vec{u}$

En définissant un repère cartésien de telle sorte que $\vec{u} = \overrightarrow{u_x}$, on remarque que l'expression math du champ $\vec{E}$ de l'OPPH ne dépend que d'une seule coordonnée d'espace. C'est un des intérêts mathématiques des OPPH :

$$\vec{E}(M,t) = \begin{vmatrix} E_{0_x}\cos(\omega t - kx + \varphi_x) \\ E_{0_y}\cos(\omega t - kx + \varphi_y) \\ E_{0_z}\cos(\omega t - kx + \varphi_z) \end{vmatrix}$$

- De manière similaire, écrire l'expression (la plus générale, a priori) du champ $\vec{B}$ de cette OPPH
- Ecrire en notation complexe $\vec{E}$ et $\vec{B}$, en introduisant pour chacun une amplitude complexe vectorielle

1.3. Absence de milieu matériel vibrant : définition d'une onde transversale/longitudinale ?

Dans le cas des ondes sonores dans les fluides parfaits, les équations physiques imposent aux ondes d'être longitudinales : la direction des vibrations du fluide est identique à la direction de propagation de l'onde.

Les OEM n'ont pas besoin d'un milieu vibrant pour se propager. Pour savoir si une OEM est transversale ou longitudinale, on choisit de ***remplacer la direction de vibration par la direction des vecteurs $\vec{E}$ et $\vec{B}$.***

On va montrer que dans le vide les OEM sont ***« transverses électriques »*** et ***« transverses magnétiques »*** : les directions des deux vecteurs sont orthogonales à la direction de propagation de l'onde.

1.4. « Structure des OPPH » $\stackrel{\text{def}}{=}$ liens entre les vecteurs $\vec{E}$, $\vec{B}$ et $\vec{k}$

On entend généralement par « **structure** » les relations entre les (deux) champs qui vibrent, ainsi que leur relation avec le vecteur d'onde. Lors de l'étude des ondes scalaires, on avait déjà étudié la « structure des ondes » (sans nommer cela ainsi) :

- onde longitudinale / transversale (comparaison des directions de vibrations et de propagation)
- impédance pour OPP : rapport des amplitudes des deux champs couplés qui se propagent

Ici, les ondes étant vectorielles, la description de leur « structure » est un peu plus riche.
Ce sont les équations de couplage (ici les équations de Maxwell) qui imposent la structure des OPPH.

- ❖ Ecrire les équations de Maxwell en complexe (car on étudie des OPPH), en utilisant la correspondance entre opérateurs différentiels et opérateurs complexes vus au chapitre précédent
- ❖ En déduire que les OPPH sont transverses, et que $(\vec{E}, \vec{B}, \vec{k})$ forme un trièdre direct

Pour simplifier les calculs suivants, on suppose que l'OPPH est polarisée rectilignement :

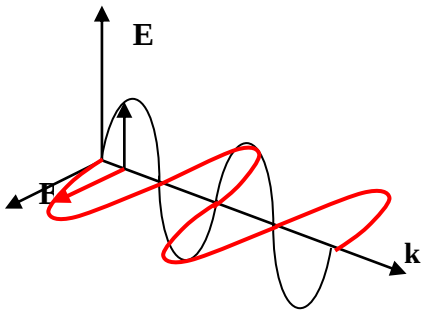
$$\vec{E} = E_{0_y} \cos(\omega t - kx + \varphi_y)\,\overrightarrow{u_y} \qquad \text{et} \qquad \vec{B} = B_{0_z} \cos(\omega t - kx + \psi_z)\,\overrightarrow{u_z}$$

- ❖ A partir des mêmes équations en complexe, établir la relation de dispersion
- ❖ La retrouver à partir de l'équation de d'Alembert 1D
- ❖ Déterminer le rapport des normes des deux champs. Montrer que les champs vibrent en phase
- ❖ En déduire qu'en présence d'une OEM, une particule chargée non-relativiste ne subit pas de force magnétique

Structure des OPPH dans le vide

Les OPPH dans le vide sont ***transverses*** *et* $(\vec{E}, \vec{B}, \vec{k})$ ***forment un trièdre direct****.*

$$\|\vec{B}\| = \frac{\|\vec{E}\|}{c}$$



Point méthode pour manipuler des champs complexes dans les calculs

En notation complexe, il faut éviter de travailler avec les normes des champs.
Dans les calculs, il vaut mieux ***faire apparaître les projections*** *selon les axes du repère.*

NB hors programme : par cohérence avec la propagation des OEM dans les câbles électriques, on peut définir une impédance caractéristiques du milieu de propagation par le rapport $Z = \frac{E}{H}$, où $H = \frac{B}{\mu_0}$ est l'excitation magnétique

- ✪ Vérifier que l'impédance est bien en ohms (attention : en physique des ondes l'impédance n'est pas forcément en ohm, mais les lois électriques dans les circuits découlant des équations de Maxwell, on doit pouvoir s'arranger pour définir une impédance - associée aux OEM - en ohms).

- ✪ Quelle est l'expression de l'impédance du vide ? On notera que l'expression est analogue à celle de l'impédance acoustique si l'on assimile la perméabilité du vide μ_0 à la masse volumique μ_0 du fluide (la formule est identique aussi dans le cas de la corde vibrante, où μ est alors la masse linéique de la corde).

1.5. Aspects énergétiques des OPPH

- Rappeler l'équation de conservation de l'énergie électromagnétique (dans le vide uniquement)
- Montrer que l'énergie électromagnétique d'une OPPH est équitablement répartie entre les deux champs
- En invoquant la structure d'une OPPH (établie précédemment), exprimer le vecteur de Poynting
- Etablir la relation entre l'énergie électromagnétique stockée par les champs et le vecteur de Poynting
- Interpréter physiquement cette relation, par analogie avec les phénomènes de transport par convection

1.6. Ordres de grandeur et lien avec le flux de photons

- Déterminer l'ordre de grandeur au niveau du sol de la norme du champ électrique de la lumière visible (émise par le soleil), sachant que l'intensité lumineuse vaut $1\ kW.m^{-2}$ au sol sur Terre lorsque le Soleil est au zénith

Ordres de grandeur (en supposant OPPH) :
- à 2 cm d'une antenne de téléphone portable : $E \sim 30\ V.m^{-1}$, donc $\Pi \sim 1\ W.m^{-2}$
- à proximité d'une ligne THT : $E \sim 1\ kV.m^{-1}$
- appareils domestiques (radio, mixeur, sèche-cheveu) : $E \sim 10 - 100\ V.m^{-1}$
- limite réglementaire pour antennes relais : $E \sim 50\ V.m^{-1}$, OK si on est à plus de $2\ m$ de l'antenne
- lumière du Soleil au niveau du sol sur Terre : $E \sim 1\ kV.m^{-1}$ donc $\Pi \sim 1\ kW.m^{-2}$

- Rappeler la relation de Planck-Einstein
- En déduire le débit surfacique de photons émis par un téléphone portable ($1\ GHz$) situé à $2\ cm$ de la tête
- Un laser Helium-Néon émet une puissance de $2\ mW$, dans le rouge à $\lambda = 633\ nm$. La section du faisceau est de $1\ mm^2$ environ. En déduire la norme du champ électrique et le débit surfacique de photons

2. Etats de polarisation d'une OEM

2.1. Polarisation $\overset{\text{def}}{=}$ direction du champ électrique

La lumière (une OEM de manière générale) est une onde ***vectorielle transverse*** dans la plupart des milieux. La direction du champ $\vec{E}$ dans le plan orthogonal à la direction de propagation peut être *quelconque*. Or certaines interactions des OEM avec la matière *dépendent de la direction des champs* : c'est donc une information intéressante, voire indispensable.

*Connaître **l'état de polarisation** d'une OEM, c'est connaître **la direction de son champ $\vec{E}$** à chaque instant.*

*Une onde est **polarisée rectilignement** si son champ électrique **garde une direction constante** au cours du temps*

Une OPPH polarisée rectilignement et se propageant selon $\overrightarrow{u_x}$ s'écrit donc de manière générale :

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \begin{bmatrix} 0 \\ E_{0y} \\ E_{0z} \end{bmatrix} \cos(\omega t - kx + \varphi)$$

En orientant le repère de manière à aligner $\overrightarrow{u_y}$ sur le champ électrique, on peut simplifier en :

$$\vec{E}(\vec{r},t) = E_0 \overrightarrow{u_y} \cos(\omega t - kx + \varphi)$$

2.2. Polarisation rectiligne, elliptique et circulaire

Considérons une OPPH se propageant suivant les x croissants. Elle s'écrit de manière générale :

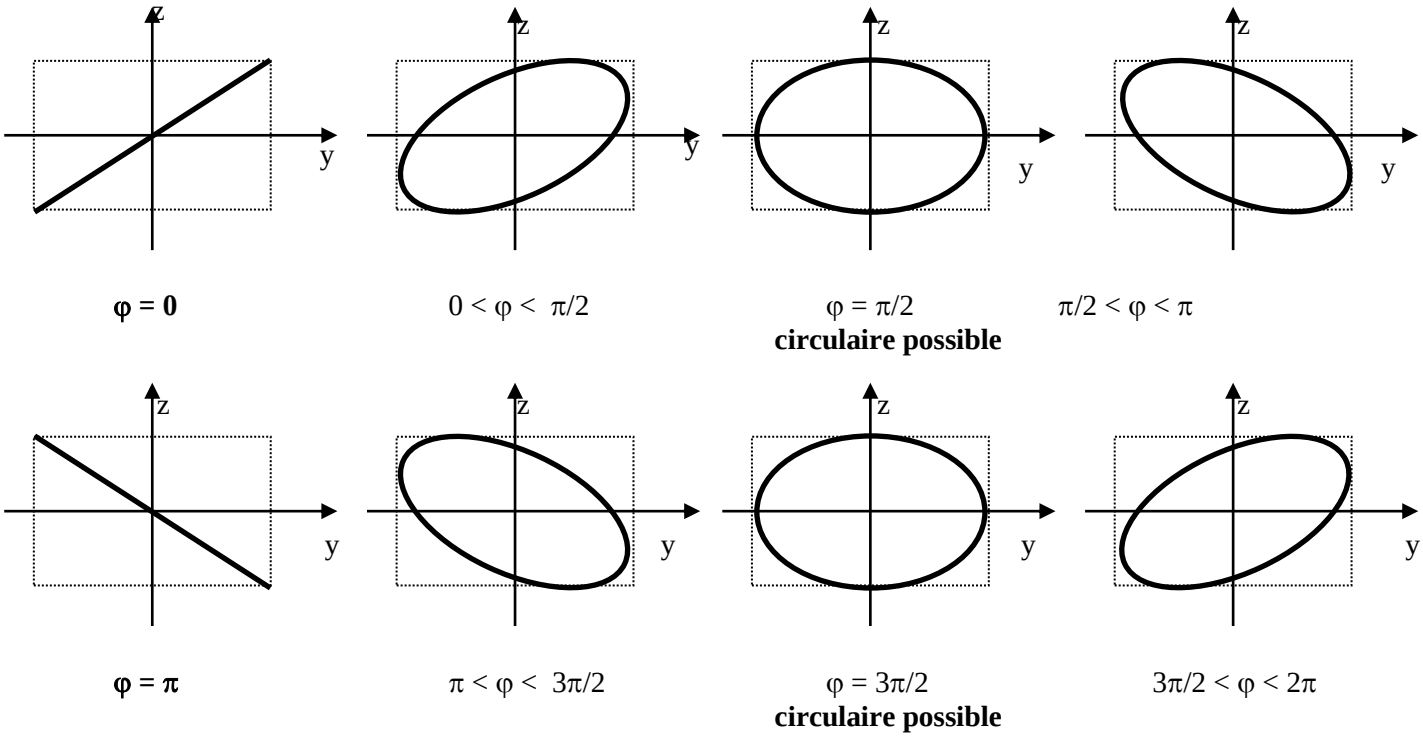
$$\vec{E}(\vec{r},t) = \begin{bmatrix} 0 \\ E_{0y} \cos(\omega t - kx) \\ E_{0z} \cos(\omega t - kx + \varphi) \end{bmatrix}$$

Selon les valeurs du déphasage φ entre les deux composantes, on peut distinguer plusieurs ***états de polarisation*** :

- ***rectiligne*** (en phase ou opposition de phase) : le champ électrique garde la même direction à tout instant
- ***elliptique*** *:* le champ électrique est un champ tournant, de norme variable

La polarisation est dite ***circulaire*** lorsque les amplitudes $\boldsymbol{E_{0y}}$ **et** $\boldsymbol{E_{0z}}$ **sont égales et** $\boldsymbol{\varphi = \pm\pi/2}$.

Les figures ci-dessous représentent la figure formée par le bout de la flèche de $\vec{E}$ lorsque le temps s'écoule, pour différentes valeurs du déphasage. On retrouve de simples figures de Lissajous, obtenues en TP lors de l'observation à l'oscilloscope en mode XY de deux signaux synchrones déphasés.



✪ *(Facultatif)* Montrer qu'une onde polarisée elliptiquement peut être décomposée en la somme de deux ondes polarisées rectilignement.

✪ *(Facultatif)* Montrer que toute onde polarisée rectilignement (la prendre selon l'axe y) peut être décomposée en deux ondes polarisée circulairement, l'une droite, l'autre gauche.

On trouvera ci-dessous le lien vers une animation intéressante, permettant de visualiser en 3D, sous différents angles de vue, les différents types de polarisation mentionnés dans le titre du présent paragraphe.

https://emanim.szialab.org/index_fr.html

Cette animation permet également de vérifier l'affirmation importante écrite en gras ci-dessous. Il suffit pour cela de régler les paramètres des deux ondes « onde 1 » et « onde 2 » sur la droite de l'écran. Je vous invite à jouer quelques minutes avec cette animation.

Toute onde peut être décomposée en deux ondes polarisée rectilignement.
Toute onde peut être décomposée en deux ondes polarisées circulairement.

2.3. Lumière « non-polarisée » : modèle des trains d'onde

Une expérience avec de la lumière visible blanche et un polariseur montre que la lumière « naturelle » (émise par une lampe, par le soleil) ne semble pas être polarisée.

Pour comprendre cela, il faut savoir que les atomes constituant la matière n'émettent pas en continu, mais émettent des « trains d'onde », avec une fréquence d'environ $10^8 Hz$. Chaque train d'onde est polarisé, i.e. la direction de $\vec{E}$ est bien définie à chaque instant, et se trouve dans un état de polarisation bien défini (rectiligne ou elliptique). Mais les polarisations des trains d'onde successifs émis par le même atome, ou des atomes voisins, sont *aléatoires*. Ainsi, notre œil n'est sensible qu'à la « polarisation moyenne », qui est nulle.

2.4. Couple polariseur / analyseur – Loi de Malus

On dispose deux polaroïds l'un derrière l'autre, à la suite d'une source de lumière quelconque. Le premier polaroïd reste d'orientation fixe, il sert à polariser la lumière émergente selon son axe de transmission : c'est le **polariseur**. Le second polaroïd est d'orientation variable, et permet d'analyser la polarisation de la lumière qui l'atteint : c'est **l'analyseur**. Son axe de transmission fait un angle θ avec celui du polariseur.

Loi de Malus

On note I_0 l'intensité de la lumière incidente sur un couple polariseur / analyseur.
L'intensité qui émerge de ce couple suit la ***loi de Malus*** *:*

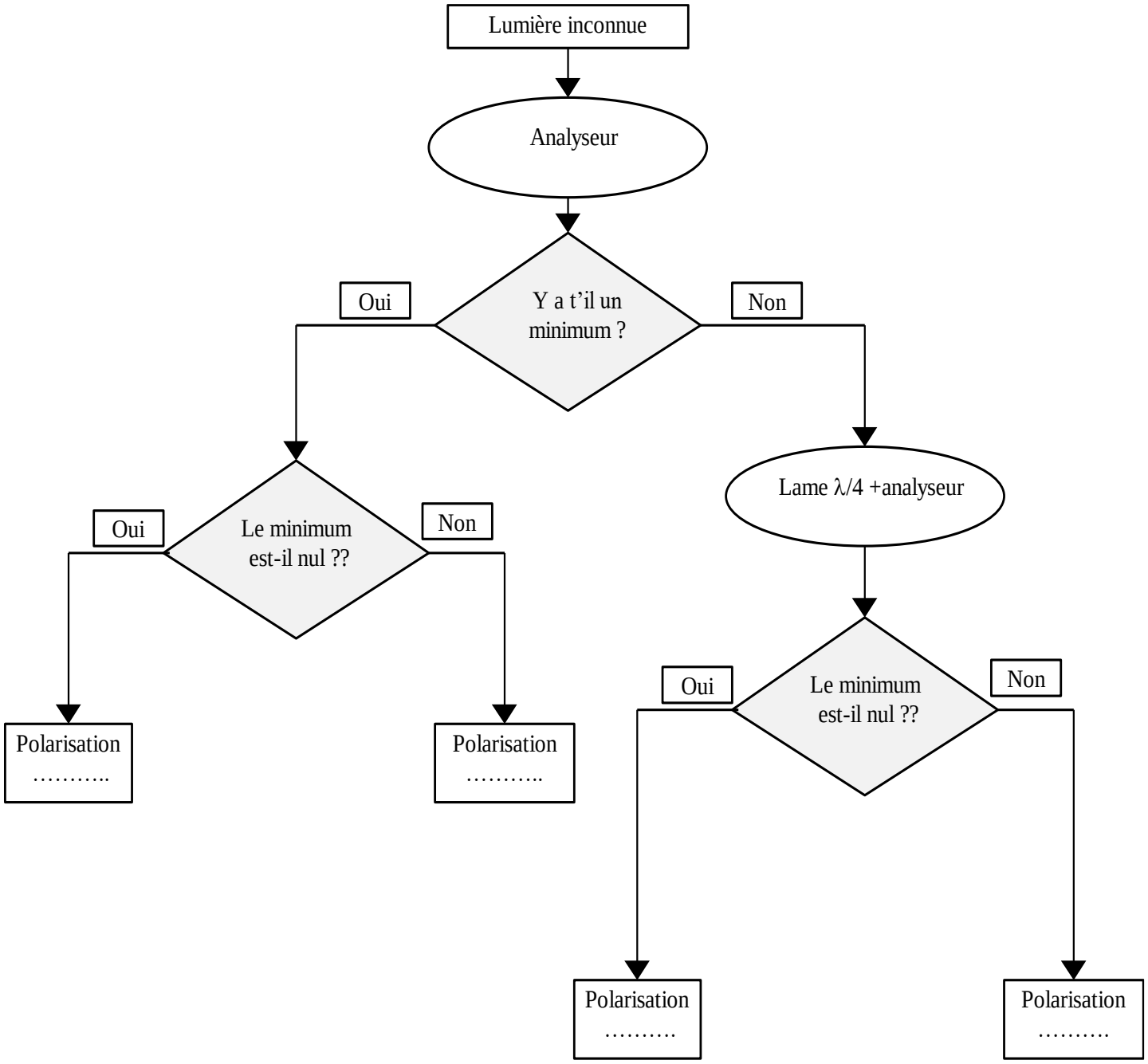
$$\boldsymbol{I_s = I_0 \cos^2(\theta)}$$

- Démontrer la loi de Malus, en notant que l'intensité est donnée par la moyenne temporelle du vecteur de Poynting (sa projection selon la normale $\vec{n}$ du capteur en fait, idem ondes sonores)

2.5. Analyse d'une lumière totalement polarisée

Les détails de cette analyse seront effectués en TP. On peut retenir les grandes idées suivantes :

- on peut utiliser la polarisation totale par réflexion vitreuse sous l'incidence de Brewster pour repérer l'axe d'extinction d'un polariseur
- on repère les deux axes neutres d'une lame à retard (quart d'onde ou demi-onde) grâce à un couple polariseur-analyseur croisés
- une lame demi-onde permet de modifier l'orientation d'une polarisation rectiligne
- une lame quart d'onde permet de rendre circulaire une polarisation initialement rectiligne, et inversement. Il faut pour cela que les axes de la lame soient inclinés à 45° par rapport à la polarisation rectiligne
- Au cinéma, les lunettes 3D associent une lame quart d'onde et un polariseur


Lumière inconnue
Analyseur
Y a t'il un minimum ?
Oui
Non
Le minimum est-il nul ??
Oui
Non
Polarisation ……..
Polarisation ……..
Lame λ/4 +analyseur
Le minimum est-il nul ??
Oui
Non
Polarisation …….
Polarisation …….

6.1.3. Ondes électromagnétiques dans le vide	
Équations de propagation d'un champ électromagnétique dans une région sans charge ni courant.	Établir et citer les équations de propagation d'un champ électromagnétique dans le vide.
Structure d'une onde plane progressive harmonique.	Établir et exploiter la structure d'une onde électromagnétique plane progressive harmonique. Utiliser la superposition d'ondes planes progressives harmoniques pour justifier les propriétés d'ondes électromagnétiques planes progressives non harmoniques.
Aspects énergétiques.	Relier la direction du vecteur de Poynting et la direction de propagation de l'onde électromagnétique. Interpréter le flux du vecteur de Poynting en termes particulaires. Citer quelques ordres de grandeur de flux énergétiques surfaciques moyens et les relier aux ordres de grandeur des champs électriques associés.
Polarisation des ondes électromagnétiques planes progressives harmoniques : polarisation elliptique, circulaire et rectiligne. Loi de Malus.	Relier l'expression du champ électrique à l'état de polarisation de l'onde. **Utiliser la loi de Malus.** **Reconnaître une lumière polarisée rectilignement.** **Distinguer une lumière non polarisée d'une lumière totalement polarisée.** **Utiliser une lame quart d'onde ou demi-onde pour modifier ou analyser un état de polarisation, avec de la lumière totalement polarisée.**