Chap.5 – Réflexion et transmission à l'interface entre 2 milieux

Intro : De manière générale, toute onde ***rencontrant un obstacle*** est à en partie ***réfléchie*** et en partie ***transmise***. Cet obstacle peut être une simple hétérogénéité du milieu, ou le passage d'un milieu à un autre.
On étudie ici le cas particulier d'une OPPH incidente ***orthogonalement à l'interface plane entre deux milieux différents***, dans deux situations : ondes sonores dans les fluides, OEM dans les DLHI (indices complexes).
A chaque fois, l'objectif est de déterminer « la part » de l'onde transmise et celle réfléchie (en amplitude puis en puissance). On montre à cette occasion que ***l'impédance*** et ***l'indice*** du milieu sont les grandeurs pertinentes pour ce calcul.

1. Réflexion et transmission des ondes sonores à une interface

On s'intéresse ici à une OPPH incidente sur une interface plane entre deux fluides. Conformément au programme, on se limite à une incidence normale sur le dioptre acoustique qui sépare les milieux d'impédance Z_1 et Z_2.

1.1. Conditions de continuité à l'interface

*En **incidence normale**, les champs de **vitesse** et de **surpression** sont **continus à l'interface** ($x = 0$) entre 2 fluides*

$$\vec{v}_i(x = 0^-) + \vec{v}_r(x = 0^-) = \vec{v}_t(x = 0^+)$$
$$p_i(x = 0^-) + p_r(x = 0^-) = p_t(x = 0^+)$$

Les interfaces envisageables sont :
- interface horizontale entre un gaz et un liquide (air-eau par exemple)
- interface entre deux liquides non miscibles

La vitesse et la surpression sont des fonctions continues de la position :
- justification pour la vitesse : les deux fluides sont non miscibles, et ne s'interpénètrent pas. Un 'décollement' entre les deux fluides n'est pas raisonnable dans le cas des ondes de petites amplitudes (cas du cours, cf. approximation acoustique)
- justification pour la surpression : sur une surface élémentaire de l'interface, principe de l'action et de la réaction

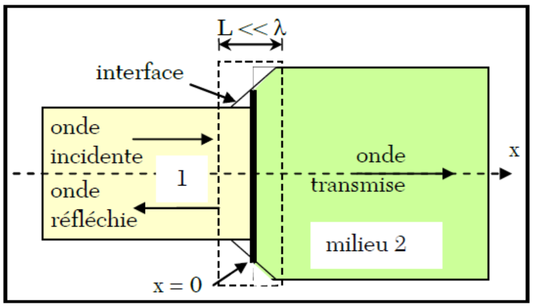
❖ Si la vitesse comportait une composante tangentielle à l'interface, que pourrait-on dire ?

1.2. *(HPgm)* Conditions de continuité lors changement de section d'un tuyau sonore

Ce n'est alors plus la vitesse mais le débit de volume qui est continu. En supposant le champ des vitesses uniforme sur une section :

$$v_{onde\ totale}(x=0^-)\times S(x=0^-)=v_{onde\ totale}(x=0^+)\times S(x=0^+)$$

Explication : on peut modéliser une discontinuité de section par un changement « suffisamment brutal », i.e. se faisant sur une distance L très petite devant la longueur d'onde (cf. schéma).



Sur cette portion de l'écoulement, la masse volumique peut être considérée uniforme, car $L \ll \lambda$. L'écoulement est donc localement incompressible : le débit de volume se conserve, d'où la condition de continuité : le débit de volume à l'entrée de la « zone de transition » est égal au débit à la sortie de cette zone. Cela revient simplement à appliquer l'ARQS mécanique sur la longueur L de la jonction.

NB : On retrouve la condition donné au paragraphe précédent lorsque les sections sont égales, ou lorsqu'elles sont suffisamment grandes pour « ne pas êtres vues » par l'onde, i.e. lorsque le diamètre des conduites est très grand devant la longueur d'onde.

1.3. Coefficients de réflexion/transmission en amplitude

On note $x=0$ la position de l'interface entre les deux fluides, d'impédances Z_1 et Z_2.

NB : On admet que les pulsations des ondes réfléchie et transmise sont égales à celle de l'onde incidente. Cela se démontre en remarquant que les conditions de continuité sont vérifiées pour tout instant, ce qui n'est possible que si les différentes fonctions exponentielles complexes qui apparaissent dans les équations sont toutes identiques.
On notera qu'ainsi les pulsations spatiales des trois ondes sont connues.

- ❖ Introduire la notation complexe pour les trois ondes en vitesse : incidente, réfléchie et transmise.
- ❖ En déduire les expressions des ondes en surpression (par la méthode la plus simple)
- ❖ Ecrire les conditions de continuité reliant ces 3 ondes.

Définition des coefficients en amplitude

$$\underline{r_v} \overset{\text{def}}{=} \frac{\underline{v_r}(x=0,t)}{\underline{v_i}(x=0,t)}$$

$$\underline{t_v} \overset{\text{def}}{=} \frac{\underline{v_t}(x=0,t)}{\underline{v_i}(x=0,t)}$$

Idem en surpression : $\underline{r_p}$ *et* $\underline{t_p}$

Dans ces définitions, les ***ondes sont évaluées au niveau de l'interface*** *(*$x=0$ *ici)*

- ❖ Etablir les expressions de ces 4 coefficients en amplitude en fonction des impédances Z_1 et Z_2
- ❖ Les discuter physiquement (effet inversion des deux fluides ? déphasages ? cas extrêmes)

Remarque : On remarquera que les conditions de continuité ne pourraient pas être vérifiées si l'onde réfléchie n'existait pas. Mathématiquement, ce sont ces conditions qui imposent de tenir compte de la solution générale « OPPH incidente + OPPH réfléchie » dans le milieu incident.

Remarque : Dans le milieu de l'onde incidente, l'onde totale après réflexion n'est en général ni stationnaire, ni progressive, mais un mélange des deux : une onde stationnaire, plus un « reste » d'onde progressive (réfléchie ou incidente, selon le module du coefficient de réflexion).On peut d'ailleurs définir un « taux d'onde stationnaire ».

1.4. Coefficients de réflexion/transmission en puissance

Définition des coefficients en puissance

$$R \overset{\text{def}}{=} \frac{\langle \|\overrightarrow{\Pi_r}\|(x=0,t)\rangle}{\langle \|\overrightarrow{\Pi_\imath}\|(x=0,t)\rangle}$$

$$T \overset{\text{def}}{=} \frac{\langle \|\overrightarrow{\Pi_t}\|(x=0,t)\rangle}{\langle \|\overrightarrow{\Pi_\imath}\|(x=0,t)\rangle}$$

Les puissances surfaciques moyennes (en norme) étant évaluées au niveau de l'interface ($x = 0$ ici)

- Etablir les expressions de ces deux coefficients en puissance (revenir en notation réelle)
- Les interpréter physiquement (symétrie par inversion des deux fluides ? conservation de l'énergie ?)
- Que se passe-t-il quand les impédances des deux fluides sont égales ?
- Quelle est l'impédance de l'air ambiant ? et de l'eau ? En déduire le coefficient de transmission en puissance entre les deux milieux. Conclusion ?
- Tous ces résultats ont été établis pour les OPPH. Peuvent-ils être généralisés aux OPP ?

- Faire l'analogie avec le cas du câble coaxial d'impédance Z_1 relié à un autre câble d'impédance Z_2

Critère d'adaptation d'impédance
(pour transmettre de la puissance)

*Lorsque **toute la puissance incidente est transmise**, on dit qu'il y a **adaptation d'impédance**.*
*On a montré que les impédances sont adaptées quand elles sont **égales**.*

Remarque : Pour procéder à une échographie ultrasonore, on répand un gel sur le corps, gel d'impédance proche de celle du corps. La barrette émettrice des ondes est plaquée sur le corps au niveau du dépôt de gel, de manière à immerger la partie émettrice dans le gel. Ainsi les ondes sont directement émises dans un milieu d'impédance adapté au corps humain et peuvent pénétrer efficacement.

1.5. *(Hors Pgm)* Effet Doppler : expression du décalage fréquentiel

On considère un émetteur E se déplaçant à la vitesse $\overrightarrow{v_e} = v_e\overrightarrow{u_x}$, et un récepteur R se déplaçant sur l'axe Ox à la vitesse $\overrightarrow{v_r} = v_r\overrightarrow{u_x}$ (v_e et v_r sont algébriques). Les ondes sonores se déplacent à une vitesse égale à la célérité c.

Pour simplifier, on considère un signal émis constitué d'impulsions séparées d'une durée $T_e = 1/f_e$. On transposera ensuite le résultat au cas d'une onde harmonique. Le récepteur R mesure la fréquence f_r du signal reçu.

On montre ci-dessous que la fréquence perçue par le récepteur R est :

$$f_r = f_e\frac{c - v_r}{c - v_e}$$

A un instant pris comme origine des temps, l'émetteur se trouve en A_0 et le récepteur R en B_0 distant de L de A_0 : $A_0B_0 = L$.

✪ Déterminer les équations horaires des mouvements :
   - de l'émetteur E
   - du récepteur R
   - de la n^e impulsion, à partir de l'instant où celle-ci est émise

✪ Déterminer la durée entre la réception par R de l'impulsion n et l'impulsion $n+1$
✪ En déduire la relation entre f_r et f_e. Interpréter physiquement le résultat (discussion en fonction des signes)
✪ Pourquoi peut-on transposer ce résultat lorsque l'onde émise est une OPH ?
✪ Que devient la relation entre fréquences émise et reçue si l'émetteur est fixe ?

Un calcul basé sur le formalisme ondulatoire est proposé en TD.

1.6. *(vu en TP)* Application à la détection radar par effet Doppler

On considère à présent un radar, constitué d'un émetteur fixe servant aussi de récepteur final. Le récepteur R des calculs précédents est un véhicule, qui réfléchit le signal de fréquence f_r vers le radar.

✪ Dans le cas classique où $|v_r| \ll c$, montrer que la fréquence f' détectée par le radar s'écrit :

$$f' = f_e\left(1 - \frac{2v_r}{c}\right)$$

✪ Application : la gendarmerie utilise un radar à effet Doppler pour contrôler la vitesse des véhicules. Un tel radar fonctionne sur le principe précédent. Le signal est une onde électromagnétique hertzienne sinusoïdale de fréquence f = 5 GHz. On supposera que la célérité des ondes électromagnétiques dans l'air est celle des ondes électromagnétiques sinusoïdales planes dans le vide, soit c = 3.10^8 m.s^{-1}. Donner la vitesse (en km/h) d'un véhicule si une mesure donne $|\Delta f| = 972\ Hz$

Animation : http://anisciences.free.fr/demos/ani_1/ondbi/19dop.swf

✪ Proposer un montage électronique permettant la mesure précise de la différence de fréquence $(f' - f_e)$ entre l'émission et la réception par le radar. On proposera une détection hétérodyne de la variation de fréquence : cela consiste à multiplier le signal reçu par un signal de référence de fréquence connue : ici le signal émis

2. Réflexion et transmission des OEM à une interface entre deux DLHI

Une OPPH incidente, de pulsation ω, polarisée suivant $\vec{u}_y$ et se propageant selon les x croissants, arrive sur un dioptre situé en $x = 0$ séparant le milieu d'indice $\underline{n_1}$ d'un milieu d'indice $\underline{n_2}$ (ces milieux sont des DLHI).

2.1. Coefficients de réflexion/transmission en amplitude

Conditions à la limite (admises) :
- sur le dioptre, les champs électrique et magnétique sont continus
- on peut en déduire que les ondes réfléchies et transmises sont de même pulsation que l'onde incidente
- on peut aussi montrer que les directions des champs électrique et magnétique sont aussi conservées

❖ Ecrire en complexe les champs électriques $\underline{\vec{E_i}}$, $\underline{\vec{E_r}}$ et $\underline{\vec{E_t}}$
❖ En déduire les expressions des champs magnétiques correspondant
❖ Ecrire les deux conditions à la limite
❖ En déduire les coefficients de réflexion et transmission pour le champ électrique

Remarque : Il y a bien-sûr un lien entre l'indice du milieu et son impédance (hors pgm pour les OEM). Pour information : $\underline{Z} = Z_0/\underline{n}$ avec $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0} = 377\ \Omega$ l'impédance du vide.

2.2. Coefficients de réflexion/transmission en puissance (DLHI transparents)

On traite ici le cas où les deux indices sont réels $\underline{n_1} = n_1$ et $\underline{n_2} = n_2$

- ❖ Déterminer les coefficients R et T en puissance
- ❖ Vérifier que l'énergie est bien conservée à l'interface

ANic dans le cas particulier de l'interface air-verre (par exemple, $n = 1{,}5$)

- ❖ discuter des phases des ondes réfléchie et transmise (champ électrique)
- ❖ faire l'application numérique des coefficients en puissance surfacique

2.3. Coefficients en amplitude du champ électrique dans différentes situations

Interface vide-plasma

On rappelle l'expression de l'indice du plasma : $\underline{n}^2 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$

Cas $\omega > \omega_p$:

- ❖ En utilisant les expressions du paragraphe 2.1., préciser les coeff en amplitude pour le champ électrique
- ❖ Pour communiquer avec un satellite depuis la Terre, faut-il travailler juste au-dessus de la fréquence plasma ou à fréquence la plus haute possible ?

Cas $\omega < \omega_p$:

- ❖ En utilisant les paragraphes précédents, déterminer les coeff en amplitude pour le champ électrique
- ❖ Idem pour les coefficients en puissance. Interpréter physiquement.

Interface vide-conducteur à basse fréquence

On rappelle que « basse fréquence » signifie que $\omega \ll 1/\tau$, limite valant $10^{14}\, rad.s^{-1}$ dans le cuivre. La conductivité du métal étant alors réelle. On a vu que dans le métal, l'OEM était progressive atténuée, et était localisée sur les bords du conducteur (effet de peau).

- ❖ En reprenant l'expression de l'indice à basse fréquence (établie au chapitre précédent), déterminer les coefficients en amplitude pour le champ électrique
- ❖ Montrer que, lorsque $\delta \ll \lambda_{vide}$, le métal réfléchit totalement l'onde incidente

On suppose ci-dessous que l'épaisseur de peau est nulle (fait dans TD OEM dans le vide, normalement)

- ❖ Montrer que l'onde totale dans le vide est une OS, l'onde électrique étant en quadrature avec la magnétique
- ❖ Montrer que la puissance surfacique moyenne de l'onde totale dans le vide est nulle en tout point

La partie « **Interfaces entre deux milieux** » est consacrée à la réflexion et la transmission d'ondes à une interface plane sous incidence normale en acoustique et en électromagnétisme. Dans ce dernier cas, on admet que les milieux diélectriques, linéaires, homogènes et isotropes (DLHI) relèvent d'un traitement faisant apparaître l'indice complexe, mais aucune modélisation du comportement des DLHI ne figure au programme. On se limite dans tous les cas à des milieux non magnétiques. La notion de densité de courants superficiels et les relations de passage du champ électromagnétique ne figurent pas au programme de même que la notion de conducteur parfait. Les conditions aux limites sur la composante normale du champ électrique et la composante tangentielle du champ magnétique doivent être fournies si nécessaire.

Notions et contenus	**Capacités exigibles**
6.3. Interfaces entre deux milieux	
Réflexion et transmission d'une onde acoustique plane progressive sous incidence normale sur une interface plane infinie entre deux fluides : coefficients de réflexion et de transmission en amplitude des vitesses, des surpressions et des puissances acoustiques surfaciques moyennes.	Expliciter des conditions aux limites à une interface. Établir les expressions des coefficients de transmission et de réflexion. Associer l'adaptation des impédances au transfert maximum de puissance.
Réflexion et transmission d'une onde électromagnétique plane progressive harmonique polarisée rectilignement à l'interface entre deux milieux d'indices complexes $\underline{n}_1$ et $\underline{n}_2$ dans le cas d'une incidence normale : coefficients de réflexion et de transmission du champ électrique.	Exploiter la continuité admise du champ électromagnétique dans cette configuration pour obtenir l'expression des coefficients de réflexion et de transmission en fonction des indices complexes. Utiliser les expressions des coefficients de réflexion et de transmission du champ électrique dans des situations variées. Établir et interpréter les expressions des coefficients de réflexion et de transmission en puissance dans le cas d'une interface entre deux milieux diélectriques linéaires, homogènes, isotropes et transparents. **Étudier la réflexion en amplitude de tension d'une onde électrique à l'extrémité d'un câble coaxial pour une impédance terminale nulle, infinie ou résistive.**