Bilans macroscopiques Chap.1 – Méthodologie

Intro : Etudier un écoulement via les équations locales du mouvement est souvent compliqué. La résolution de l'équation différentielle obtenue par une telle méthode est souvent impossible analytiquement, et les performances des résolutions numériques sont limitées par le temps de calcul. Une alternative possible est d'étudier une partie ***macroscopique*** de l'écoulement, et de lui appliquer les lois (intégrales) de la mécanique et de la thermodynamique. ***Cela permet de ne pas s'embarrasser des zones difficiles à modéliser*** (zones turbulentes par exemple), et l'on peut répondre ***facilement*** à un certain nombre de questions (pas toutes… c'est le prix à payer).

Dans ce premier chapitre sur les ***bilans macroscopiques***, il s'agit de présenter la méthode générale que l'on déclinera dans les deux prochains chapitres. Il s'agit principalement de l'acquisition d'un « savoir-faire ».

1. Méthode des bilans macroscopiques

1.1. Nécessité de travailler avec deux systèmes : l'un *fermé*, l'autre *ouvert*

Les lois de la mécanique et de la thermodynamique sont formulées pour des ***systèmes fermés*** :

- le TRC (ou « TQM » = analogue à la RFD pour un système mécanique autre qu'un point matériel)
- le TMC, le TEC
- 1er et 2^{e} principes de la thermodynamique
- les lois de conservation (masse, charge, nombre de particules)

Il est parfois utile de s'intéresser à un ***système ouvert***. Soit parce que c'est ce système qu'on étudie (cas d'une fusée, qui éjecte des gaz brûlés pour avancer), soit parce que cela simplifie l'étude théorique (cas des régimes stationnaires), soit parce qu'il est plus facile de faire des mesures sur un système ouvert.

Lorsque l'on veut étudier un système ouvert, on est obligé de se ramener d'abord à un système fermé pour appliquer les lois de la physique, nécessaires pour résoudre le problème.

Convention de notation *(pour ce cours)*

Toutes les grandeurs relatives au **système fermé Σ^*** *seront munies d'une étoile :* G^*

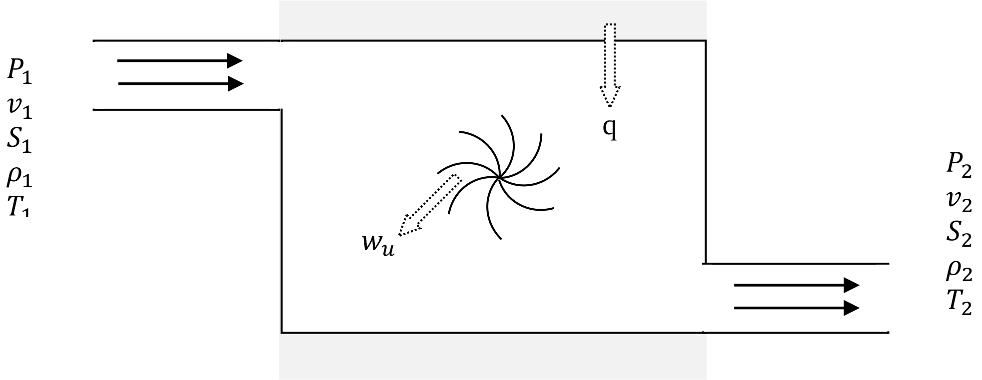
Toutes les grandeurs relatives au **système ouvert Σ** *n'en seront pas munies :* G

Remarque : Il est aussi possible de formuler les lois de la physique pour un système ouvert, mais ce n'est pas au programme. C'est aussi moins fondamental, puisque déductible des lois fondamentales formulées pour les systèmes fermés.

Remarque 2 : Nous l'avons pourtant déjà fait lors de l'étude des phénomènes de transport : les équations de conservation de la masse, de la charge et du nombre de particules ont aussi été formulées pour un système ouvert.

1.2. Dispositif étudié : schéma de principe

Quelle que soit la situation étudiée, celle-ci peut se ramener au schéma de principe ci-dessous.



Le fluide pénètre dans une cavité, depuis une zone en amont où l'écoulement est simple et peut être modélisé comme uniforme (tous les champs sont indépendants de la position à l'intérieur de cette zone). Le fluide ressort de la cavité vers une zone en aval où l'écoulement est également simple et modélisé comme uniforme, les champs n'étant par contre pas identiques à ceux en amont. Dans le cas général, l'écoulement n'est pas stationnaire.
Dans le cas général, à la traversée de la cavité, le fluide peut recevoir du travail de la part d'une partie mobile extérieure à l'écoulement, symbolisée ici par une hélice. Le fluide peut également recevoir un transfert thermique de la part d'un thermostat entourant la cavité. Ces énergies (algébriquement) reçues seront le cas échéant exprimées par unité de *masse de fluide traversant la cavité*.

1.3. Illustration sur un exemple : bilan de masse

Dire que « la masse se conserve » signifie en premier lieu que « la masse d'un système fermé est constante au cours du temps ». Mais on peut formuler cette loi de conservation pour un système ouvert : « l'augmentation du stock de masse est égale à ce qui entre moins ce qui sort ».
Nous l'avions admise, nous allons la redémontrer en utilisant la méthode qui vaudra pour tout le reste du chapitre.

- Dessiner une cavité, une conduite en amont par où lequel le fluide entre, et une conduite de sortie en aval
- Définir sur le schéma une portion de conduite, que l'on choisit comme **système ouvert Σ**
- Définir le **système fermé Σ^*** à l'instant (t), incluant Σ et la masse δm_e qui va entrer dans Σ pendant dt
- Faire un second schéma, à l'instant $(t + dt)$, et repérer le système fermé Σ^*, constitué de Σ et de la masse δm_s qui est sortie de Σ pendant dt
- En utilisant la loi stipulant que la masse $m^*(t)$ contenue dans Σ^* est constante au cours du temps, formuler la loi de conservation de la masse pour le système ouvert, en fonction de la masse $m(t)$ du système ouvert Σ, et des débits massiques entrant D_{me} et sortant D_{ms} (orientation des surfaces dans le sens de l'écoulement)

- Réécrire cette loi en définissant le système ouvert au croisement de trois conduites, et en orientant toutes les surfaces dans le sens sortant (par rapport au système ouvert)

1.4. Etapes de la méthode pour effectuer un bilan d'une grandeur *extensive*

Cas d'une loi de conservation

- On peut utiliser directement la formulation pour un système ouvert (sans refaire un bilan) :

$$\frac{dG}{dt} = D_e - D_s$$

D_e et D_s étant les débits associés à la grandeur G (donc en $[unité\ de\ G].s^{-1}$)

« L'augmentation du stock est égale à ce qui entre moins ce qui sort »

- Si l'énoncé le demande, la redémontrer par un bilan (identique au bilan de masse précédemment)

Cas des autres lois

(impliquant la variation d'une grandeur ***extensive*** *G^*)*

1. Repérer le système **ouvert** et le système **fermé** sur **deux schémas** : à (t) et à $(t+dt)$
   Une fois dessinés, définir ces systèmes **avec des mots** (remarque rédactionnelle)

2. Exprimer $\boldsymbol{G^*(t)}$ et $\boldsymbol{G^*(t+dt)}$ en utilisant notamment ***l'extensivité*** de cette grandeur
   Faire le bilan pour exprimer $\boldsymbol{dG^*}$ (puis $\boldsymbol{\frac{dG^*}{dt}}$ si nécessaire) en fonction des paramètres du problème

3. Appliquer à Σ^* la loi relative à la grandeur G^* :

$$G^* \stackrel{\text{def}}{=} \vec{p}^* \qquad \frac{\overrightarrow{dp^*}}{dt} = \overrightarrow{F_{ext}}$$

$$G^* \stackrel{\text{def}}{=} \overrightarrow{L_A}^* \qquad \frac{\overrightarrow{dL_A}^*}{dt} = \overrightarrow{M_A}(\overrightarrow{F_{ext}})$$

$$G^* \stackrel{\text{def}}{=} E_m^* \qquad \frac{dE_m^*}{dt} = P_{int_{nc}} + P_{ext_{nc}}$$

$$G^* \stackrel{\text{def}}{=} U^* + E_m^* \qquad \frac{d(U^*+E_m^*)}{dt} = P_{meca} + P_{elec} + P_{th}$$

$$G^* \stackrel{\text{def}}{=} S^* \qquad dS^* = \delta S_e + \delta S_c$$

En régime ***quelconque*** : en déduire une relation entre $\frac{dG}{dt}$ et les quantités qui entrent et qui sortent
En régime ***stationnaire*** : en déduire une relation entre les quantités qui entrent et qui sortent

Cas particulier du régime stationnaire

(« permanent », « établi »)

Lorsqu'un écoulement est stationnaire, toutes les ***grandeurs stockées dans le système ouvert sont constantes****.*
Alors dans les calculs :

$$G(t+dt) - G(t) = 0$$

$$\frac{dG}{dt} = 0$$

Remarque : Cette définition est cohérente avec celle donnée lors de l'étude locale de la mécanique des fluides.

Notions et contenus	Capacités exigibles
2.4 Bilans macroscopiques	
Bilans de masse.	Établir un bilan de masse en raisonnant sur un système ouvert et fixe ou sur un système fermé et mobile. Utiliser un bilan de masse.
Bilans de quantité de mouvement ou d'énergie cinétique pour un écoulement stationnaire unidimensionnel à une entrée et une sortie.	Associer un système fermé à un système ouvert pour faire un bilan. Utiliser la loi de la quantité de mouvement et la loi de l'énergie cinétique pour exploiter un bilan. Exploiter la nullité (admise) de la puissance des forces intérieures dans un écoulement parfait et incompressible.