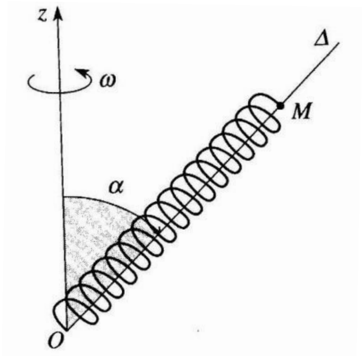
Mécanique – TD2 : Dynamique en non galiléen

Exercice 1 : Ascenseur
Application directe du cours pour étudier un phénomène ressenti dans la vie de tous les jours

Un ascenseur monte dans un immeuble ; la valeur absolue de son accélération, au démarrage et au freinage, est $a_0 = 1\ ms^{-2}$. Vous montez sur un pèse-personne dans cet ascenseur : qu'indique-t-il si votre masse est 60 kg ?

Exercice 2 : Mouvement d'un point sur une tige en rotation
Traiter le cas de la rotation dans une géométrie un peu plus complexe qu'en cours
Montrer que la force axifuge dérive d'une énergie potentielle dans le cas d'une rotation uniforme

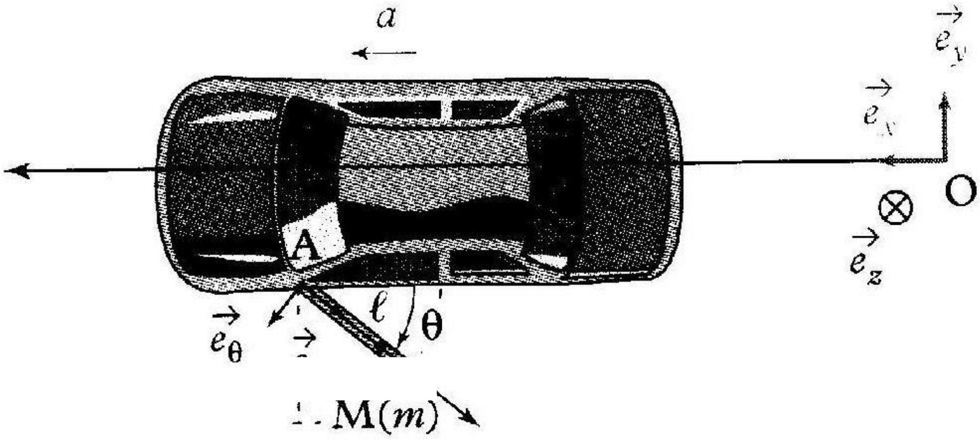
Une perle P assimilable à un point matériel M de masse m peut glisser sans frottements sur une tige (O, Δ) inclinée d'un angle α *(constant)* par rapport à la verticale. La tige tourne à la vitesse angulaire ω constante autour de la verticale ascendante (Oz). La masse m est reliée à l'extrémité d'un ressort de raideur k, de longueur à vide l_0 , dont l'autre extrémité est fixée en O. On suppose $l_0 > mg / k$.



1. Déterminer la longueur du ressort lorsque la perle est en équilibre par rapport à la tige, en appliquant le RFD en référentiel non galiléen. On montrera que cet équilibre n'est possible que pour des vitesses angulaires ω inférieures à une valeur que l'on précisera.
2. Quelle est la pulsation des petits mouvements autour de la position d'équilibre stable quand elle existe ?
3. Montrer que le travail de la force d'inertie d'entraînement peut se mettre sous la forme $\delta W = -dE_{pie}$, et donner l'expression de E_{pie} (exceptionnellement on ne passe pas par l'opérateur gradient)
4. Retrouver la position d'équilibre par une méthode énergétique.

Exercice 3 : Portière de voiture
Modéliser de manière simplifiée une observation courante
Utiliser un autre théorème de la RFD…

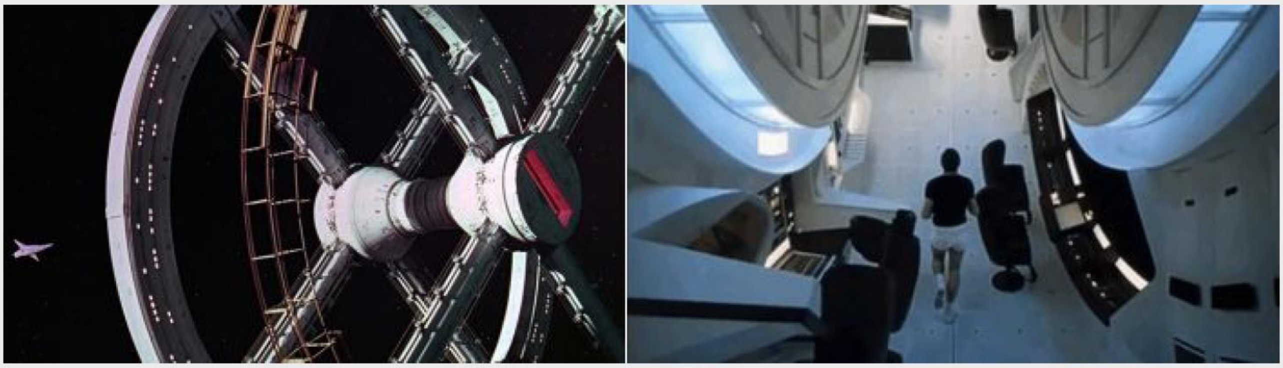
La portière d'une voiture est restée entrouverte par inadvertance au moment où la voiture se met à freiner créant une décélération constante $\vec{a} = a\overrightarrow{e_x}$ (a < 0). On veut étudier le mouvement de la porte pendant le freinage. Pour cela on la modélise par une tige rigide de moment d'inertie J par rapport à l'axe de rotation, de masse m et de longueur ℓ. Son centre de gravité G se situe à mi-longueur. On admet que les forces d'inertie s'appliquent en G.



On suppose que le référentiel terrestre est galiléen.
1. En se plaçant dans le référentiel de la voiture, établir l'EDiff du mouvement de la portière (variable θ).
2. En multipliant l'EDiff par $\dot{\theta}$, déterminer la vitesse de la porte quand θ = π/2 ($\theta(0) = 0$ et $\dot{\theta}(0) = 0$).
3. On étudie désormais une phase d'accélération constante (a > 0). Au début du mouvement, la porte est ouverte d'un angle θ_0 et de vitesse nulle par rapport à la voiture. Pour que la porte se referme seule, il faut en outre que $\dot{\theta}(\theta = 0) > \dot{\theta}_{\min}$. Déterminer la relation entre θ_0 et a pour que cela soit possible.

ResPb 4 : Vaisseau spatial et pesanteur artificielle

Analyser : réinvestir les notions du cours

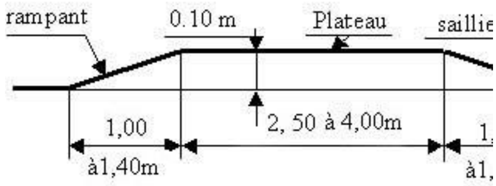


Dans le film "2001 l'odyssée de l'espace" de Stanley Kubrick, un vaisseau spatial (photo de gauche) constitué d'un tore tourne autour de son axe avec une vitesse angulaire constante dans un référentiel galiléen.
Alors qu'ils sont loin de toute planète, les astronautes vivent dans le tore comme sur Terre (photo de droite), ils sont soumis à une gravité artificielle et l'on voit même, dans une des scènes du film, l'un d'entre eux nommé Poole faire un jogging.

Évaluer le rayon du vaisseau et sa vitesse angulaire de rotation pour que les astronautes subissent une gravité artificielle de valeur équivalente à celle existant sur Terre, à 10% près.
Expliquer alors pourquoi il peut être très fatigant de courir dans la station spatiale (on choisira des valeurs numériques pour illustrer le raisonnement). Le sens choisi pour faire le footing est-il important ?

ResPb 5 : Le colis décolle sur une route bosselée

S'approprier : introduire des valeurs numériques vraisemblables
Analyser : chercher à modéliser la situation le plus simplement possible



On considère un véhicule postal transportant un colis fragile de masse 1 kg. Le véhicule est à l'approche d'un dos d'âne, représenté ci-contre.

Quelle vitesse le véhicule ne doit pas dépasser pour que le colis n'ait aucun risque de décoller et de s'abîmer ?

ResPb 6 : skieur de géant (*)

S'approprier : extraire les informations pertinentes d'une photo
Analyser : comprendre en quoi la vitesse est impliquée sur la photo

Déterminer la vitesse du skieur.

Exercice 7 : Ligne à grande vitesse (la recherche 416 février 2008)

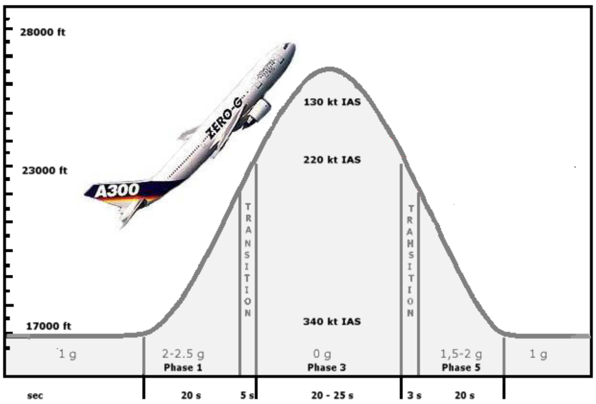
Etudier une problématique concrète d'ingénieur

Pour éviter que les passagers des lignes à grande vitesse soient gênés dans les virages, les rayons de courbure des virages sont calculés pour que la force centrifuge n'excède pas 20 % du poids lorsque le train roule à 320 km.h^{-1}.

1. Calculer le rayon de courbure minimal
2. Pour que la force centrifuge ne soit pas ressentie dans les virages, on peut aussi incliner le plan des rails. Quel doit être l'angle α de la voie par rapport à l'horizontal pour une force centrifuge correspondant à 20 % du poids ?
Réponses : R_{min} = 4030 m ; α = 11,3°.

Exercice 8 : Réaliser l'impesanteur sur Terre, Airbus Zero-G

Etudier un cas facile mais intéressant

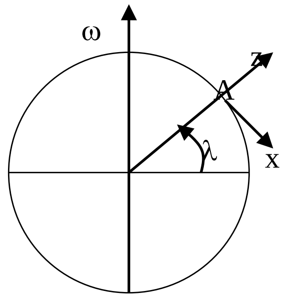


1. Montrer que l'avion doit être en chute libre pour que ses passagers aient la sensation d'être en impesanteur.

2. D'après vos souvenirs de PCSI (et TermS), quelle doit être alors l'allure de la trajectoire de l'avion ?

Exercice 8 : Déviation vers l'est

Etudier quantitativement un effet de la force de Coriolis



En un lieu A de latitude $\lambda = 48°N$, on lâche un objet d'une hauteur h = 100 m sans vitesse initiale.
On désigne par Axyz un repère orthonormé lié à la Terre, Ax étant dirigé vers le Sud.
On assimile la Terre à une sphère homogène, tournant autour de l'axe des pôles à la vitesse angulaire $\omega = 7{,}3\ 10^{-5}$ rad.s^{-1}.
On note $\vec{g}_0$ le champ de pesanteur terrestre, de module g_0 supposé constant égal à 10 m.s^{-2}.
On considère que le référentiel géocentrique est galiléen.

1. Ecrire l'équation du mouvement de l'objet en considérant le référentiel terrestre comme galiléen, et en déduire la loi $v_z(t)$ et la durée de la chute.
2. Ecrire l'équation vectorielle du mouvement de l'objet en considérant le référentiel terrestre comme non-galiléen. Pourquoi la force d'inertie d'entraînement n'intervient-elle pas explicitement dans l'équation du mouvement ?
3. Pour simplifier, on évalue la force d'inertie de Coriolis en utilisant la loi de vitesse obtenue au **1**.
Calculer la valeur de y au moment où la pomme tombe sur le sol.
Le résultat dépend-il de l'hémisphère dans lequel on effectue le lâcher ?

Réponses : b) $v_z(t) = -g_0.t$; c) $y(t_0) = +2\omega.\cos\lambda.(2h_0^3/g)^{1/2}/3$.