2.4. Dérivées des vecteurs unitaires de R_2

On calcule les dérivées temporelles par analogies avec les formules établies pour le repère polaire en PCSI
On remarque alors que
$\left(\frac{d\overrightarrow{e_x{}'}}{dt}\right)_{R_1} = \vec{\Omega} \wedge \overrightarrow{e_x{}'}$ et idem pour $\overrightarrow{e_y{}'}$

3.1. Loi de composition des vitesses (cas translation)

Définition des vecteurs vitesses
$\vec{v}_{M/R_1} = \left(\frac{d\overrightarrow{O_1M}}{dt}\right)_{R_1}$; $\vec{v}_{M/R_2} = \left(\frac{d\overrightarrow{O_2M}}{dt}\right)_{R_2}$

Pourquoi $\overrightarrow{O_2M}$ peut-il être dérivé indépendamment dans R_1 et R_2 ?
Parce que R_2 étant en translation dans R_1, on peut prendre pour R_2 la même BOND que R_1
$\overrightarrow{O_2M} = x'\overrightarrow{e_x} + y'\overrightarrow{e_y} + z'\overrightarrow{e_z}$
Les deux BOND étant identiques, les dérivations temporelles dans R_1 et R_2 sont égales

$\overrightarrow{O_1M} = \overrightarrow{O_1O_2} + \overrightarrow{O_2M}$
On dérive par rapport au temps dans R_1

$\boldsymbol{\vec{v}_{M/R_1} = \vec{v}_{O_2/R_1} + \vec{v}_{M/R_2}}$

4.1. Loi composition vitesse (cas rotation uniforme)

$\overrightarrow{OM} = x\overrightarrow{e_x} + y\overrightarrow{e_y} + z\overrightarrow{e_z}$ et $\overrightarrow{OM} = x'\overrightarrow{e_x{}'} + y'\overrightarrow{e_y{}'} + z'\overrightarrow{e_z{}'}$
On égale les deux expressions et en dérivant dans R_1
$\vec{v}_{M/R_1} = \left(\dot{x'}\overrightarrow{e_{x'}} + \dot{y'}\overrightarrow{e_{y'}} + \dot{z'}\overrightarrow{e_{z'}}\right) + x'\left(\frac{d\overrightarrow{e_x{}'}}{dt}\right)_{R_1} + y'\left(\frac{d\overrightarrow{e_y{}'}}{dt}\right)_{R_1} + z'\left(\frac{d\overrightarrow{e_z{}'}}{dt}\right)_{R_1}$
$\vec{v}_{M/R_1} = \vec{v}_{M/R_2} + x'\vec{\Omega} \wedge \overrightarrow{e_x{}'} + y'\vec{\Omega} \wedge \overrightarrow{e_y{}'} + z'\vec{\Omega} \wedge \overrightarrow{e_z{}'}$

$\boldsymbol{\vec{v}_{M/R_1} = \vec{v}_{M/R_2} + \vec{\Omega} \wedge \overrightarrow{OM}}$

4.2. Loi composition accélération (cas rotation uniforme)

On repart de la loi composition vitesse
$(\dot{x}\overrightarrow{e_x} + \dot{y}\overrightarrow{e_y} + \dot{z}\overrightarrow{e_z}) = \left(\dot{x'}\overrightarrow{e_{x'}} + \dot{y'}\overrightarrow{e_{y'}} + \dot{z'}\overrightarrow{e_{z'}}\right) + \vec{\Omega} \wedge \overrightarrow{OM}$

On dérive par rapport au temps, dans R_1
$(\ddot{x}\overrightarrow{e_x} + \ddot{y}\overrightarrow{e_y} + \ddot{z}\overrightarrow{e_z}) = \left(\ddot{x'}\overrightarrow{e_{x'}} + \ddot{y'}\overrightarrow{e_{y'}} + \ddot{z'}\overrightarrow{e_{z'}}\right) + \vec{\Omega} \wedge (\dot{x'}\overrightarrow{e_{x'}} + \dot{y'}\overrightarrow{e_{y'}} + \dot{z'}\overrightarrow{e_{z'}}) + \vec{\Omega} \wedge \left(\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}\right)_{R_1}$
$\vec{a}_{M/R_1} = \vec{a}_{M/R_2} + \vec{\Omega} \wedge \vec{v}_{M/R_2} + \vec{\Omega} \wedge \left(\vec{v}_{M/R_2} + \vec{\Omega} \wedge \overrightarrow{OM}\right)$
$\vec{a}_{M/R_1} = \vec{a}_{M/R_2} + 2\vec{\Omega} \wedge \vec{v}_{M/R_2} + \omega\overrightarrow{e_z} \wedge \left(\omega\overrightarrow{e_z} \wedge \left(x\overrightarrow{e_x} + y\overrightarrow{e_y} + z\overrightarrow{e_z}\right)\right)$
$\dots + \omega^2\overrightarrow{e_z} \wedge \left(x\overrightarrow{e_y} - y\overrightarrow{e_x}\right)$
$\dots - \omega^2(x\overrightarrow{e_x} + y\overrightarrow{e_y})$

$\boldsymbol{\vec{a}_{M/R_1} = \vec{a}_{M/R_2} + 2\vec{\Omega} \wedge \vec{v}_{M/R_2} - \omega^2\overrightarrow{HM}}$ avec H le projeté de M sur l'axe de rotation