

TD – Division d'amplitude – Michelson

Exercice 1 : Position des sources secondaires en lame d'air

Déterminer la position des sources secondaires dans un repère cartésien

La figure 3 correspond au schéma de principe de l'interféromètre de Michelson. Les miroirs sont réglés de telle sorte que sont observés, par projection à l'aide d'une lentille convergente (L), des anneaux d'interférence circulaires sur le plan d'observation (E)

L'interféromètre supposé idéal est constitué :

- d'une lame semi-réfléchissante dite séparatrice (S_p) qui réfléchit la moitié de la lumière qu'elle reçoit ; l'origine O du repère est centrée sur la séparatrice qui fait un angle invariable de $\pi/4$ avec les axes Ox et Oz ;
- de deux miroirs réglables (M_1) et (M_2) parfaitement plans, perpendiculaires au plan de la figure et dont les orientations fixes font un angle égal à $\pi/4$ par rapport à l'orientation de la lame séparatrice (S_p) ; le miroir (M_1) est susceptible de subir un mouvement de translation parallèlement à la direction Oz alors que le miroir (M_2) reste fixe, la distance qui le sépare de l'origine O est notée L_0 .

Seules seront considérées des ondes ayant été réfléchies une et une seule fois sur la lame séparatrice. A partir de la situation de référence où (M_1) est confondu avec l'image de (M_2) par la séparatrice (S_p), le miroir (M_1) subit une translation de longueur e comptée positivement si le miroir s'éloigne de la séparatrice.

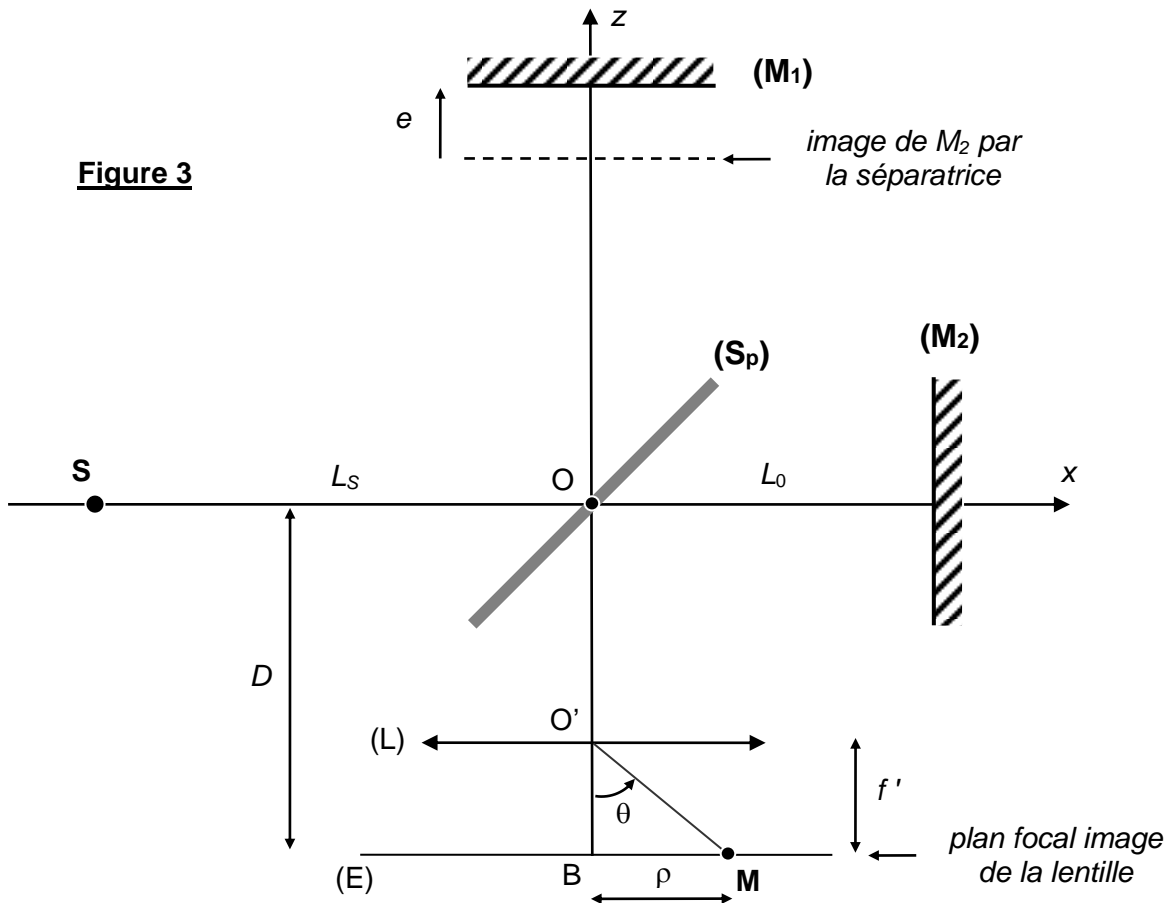


Figure 3

La source ponctuelle S monochromatique, de longueur d'onde λ_0 , est placée à la distance finie $L_s \ll SO$ de la séparatrice. Le système optique constitué de (S_p), (M_1) et (M_2) donne deux images S_1 et S_2 de la source S. S_1 correspond aux rayons qui rencontrent (M_1) et S_2 aux rayons qui rencontrent (M_2).

- ❖ Préciser les coordonnées de S_1 et S_2 dans le repère Oxz. En déduire la distance S_1S_2 en fonction de e .

Exercice 2 : Michelson en lame d'air

Assimiler les bases : conditions d'éclairage en lame d'air

Calculer les caractéristiques des anneaux visibles

Effet d'une lame de verre interposée sur un des deux bras

On considère un interféromètre de Michelson réglé au contact optique et éclairé par une source étendue monochromatique, de longueur d'onde $\lambda = 546,1 \text{ nm}$ dans le vide.

A partir de cette situation on translate le miroir chariotable parallèlement à son plan de $1,1 \mu\text{m}$.

1. Réglages du faisceau incident sur l'interféromètre (justifier chacune des réponses) :
 - a-t-on besoin de diaphragmer la source ?
 - Les franges sont-elles localisées (préciser ce que cela signifie) ? Si oui, où se situent-elles ?
 - doit-on utiliser une lentille ? Si oui, CV ou DV ? Comment la placer par rapport à la source ?
2. Réglages optiques pour visualiser les franges sur un écran placé à la sortie de l'interféromètre :
 - Doit-on utiliser une lentille CV ou DV ? Où doit-on placer l'écran ?
 - Quel est l'intérêt d'utiliser une grande focale ?
 - La distance entre l'interféromètre et l'écran est d'environ $1,5 \text{ m}$. Quelle focale peut-on choisir parmi les suivantes : $0,3\text{m}$; 1m ; 2m
3. Déterminer l'ordre d'interférences au centre de la figure, et en un point M quelconque. Quelle est l'allure de la figure d'interférences ?
4. On a placé en sortie une lentille de focale $f = 1\text{m}$. Calculer les rayons des trois premiers anneaux brillants.
5. On place devant le miroir fixe une lame d'épaisseur $e = 9,5 \mu\text{m}$ et d'indice $n = 1,517$. Calculer la variation de l'ordre d'interférence au centre.

Exercice 3 : Michelson en coin d'air

Assimiler les bases : conditions d'éclairage en coin d'air

Calculer les caractéristiques des franges

Effet d'une lame de verre interposée sur un des deux bras : mesure de son épaisseur

On considère un interféromètre de Michelson réglé au contact optique.

A partir de cette situation, on fait tourner le miroir M_2 d'un angle α très faible.

1. Réglages du faisceau incident sur l'interféromètre (justifier chacune des réponses) :
 - a-t-on besoin de diaphragmer la source ?
 - Les franges sont-elles localisées (préciser ce que cela signifie) ? Si oui, où se situent-elles ?
 - doit-on utiliser une lentille ? Si oui, CV ou DV ? Comment la placer par rapport à la source ?
2. Réglages optiques pour visualiser les franges sur un écran placé à la sortie de l'interféromètre :
 - Doit-on utiliser une lentille CV ou DV ? Où doit-on placer l'écran ?
 - La distance entre l'interféromètre et l'écran est d'environ $1,5 \text{ m}$. Quelle focale peut-on choisir parmi les suivantes : $0,3\text{m}$; 1m ; 2m
3. Déterminer l'ordre d'interférence en un point M quelconque du plan où se situent les franges. En déduire la valeur de l'interfrange i sur l'écran, sachant que le grandissement du dispositif de projection vaut 4.
Application numérique : $\alpha = 1 \text{ minute d'arc}$; $\lambda = 546,1 \text{ nm}$. Donner la valeur de i .
4. On place parallèlement au miroir fixe, une lame d'épaisseur $e = 9,5 \mu\text{m}$ et d'indice $n = 1,517$. On éclaire le coin d'air en lumière blanche. Indiquer un moyen de déterminer l'épaisseur e de la lame.

Exercice 4 : Comment mesurer l'angle du coin d'air ?

Pas de mesure directe de cet angle en TP, voici une méthode indirecte

Un interféromètre est réglé pour observer les franges du coin d'air. Il est éclairé par une source monochromatique (raie verte du mercure) de longueur d'onde $\lambda = 546 \text{ nm}$. On voit une quarantaine de franges rectilignes sur les $1,5 \text{ cm}$ de largeur du miroir.

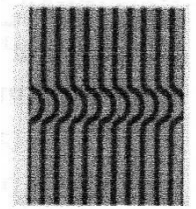
En déduire une mesure de l'angle α du coin d'air.

Qu'observe-t-on quand augmente α ?

Réponse : $\alpha = 2,9 \cdot 10^{-4} \text{ rad} = 2' \text{ d'angle}$.

Exercice 5 : Mesure interférentielle de l'indice d'un gaz

Exploiter quantitativement l'allure d'une figure d'interférences



Un jet de gaz, supposé cylindrique de diamètre $d = 3 \text{ mm}$, d'indice n_{gaz} est envoyé parallèlement au miroir chariotable, et perpendiculairement à l'arête du coin. On obtient alors la figure d'interférence ci-contre.

1. Donner une valeur approchée de $|n_{\text{gaz}} - n_{\text{air}}|$

2. Expliquer quelle(s) manipulation(s) il faudrait réaliser pour savoir lequel des deux indices est le plus grand (en utilisant seulement le Michelson)

Exercice 6 : Mesure interférométrique de l'écart $\Delta\lambda$ du doublet du mercure

Utiliser le phénomène de battement optique pour mesurer l'écart d'un doublet de longueur d'onde

On éclaire un interféromètre de Michelson réglé aux anneaux (i.e. réglé en lame d'air) avec une lampe à vapeur de mercure qui émet deux radiations, de fréquences $\nu_1 = \nu_0 - \Delta\nu / 2$ et $\nu_2 = \nu_0 + \Delta\nu / 2$, et dont les contributions en intensité dans le plan d'observation sont égales. On a de plus $\Delta\nu \ll \nu_0$.

La longueur d'onde correspondant à ν_0 est $\lambda_0 = 578 \text{ nm}$.

Un détecteur est placé au foyer de la lentille convergente placée en sortie de l'interféromètre.

On désigne par x le déplacement du miroir mobile compté à partir du contact optique.

1. Calculer ν_0 . Quelle est la couleur de cette radiation ?

2. Montrer que l'intensité détectée a pour expression : $I(\tau) = I(0)/2 [1 + \gamma(\tau) \cos(2\pi\nu_0\tau)]$, où τ est une durée que l'on exprimera en fonction de x et de la vitesse c de la lumière dans le vide et $\gamma(\tau)$ une fonction que l'on déterminera.

3. En déduire le facteur de visibilité V (i.e. le contraste) ainsi que les graphes $|\gamma(\tau)|$ et $I(\tau)$. **On rappelle que le contraste doit être calculer « localement », i.e. sur une oscillation de l'intensité, pas pour tout τ .**

4. Entre les deux premières valeurs de τ qui annulent V , on compte 277 pics d'intensité. En déduire $\Delta\nu$ et $\Delta\lambda$. Calculer $L_t = c / \Delta\nu$ la longueur de cohérence temporelle.

5. Une analyse attentive du graphe $V(\tau)$, obtenu expérimentalement, montre que V décroît lorsque τ augmente. Proposer une interprétation physique en la justifiant.

Exercice 7 : Spectrométrie par transformation de Fourier (Centrale PSI 08)

Mesurer la largeur d'une raie spectrale

Une source ponctuelle éclaire un interféromètre de Michelson réglé aux anneaux, de telle sorte que le miroir M_2 soit fixe en $z = z_0$ et que le miroir M'_1 de cote z puisse se déplacer parallèlement à lui-même à partir de sa position initiale correspondant à une différence de marche nulle (contact optique).

Un détecteur placé au foyer F' de la lentille de sortie donne un signal électrique proportionnel à l'intensité I reçue.

1. La source est monochromatique. Exprimer l'éclairement $I(z)$ en fonction du nombre d'onde $\sigma = 1/\lambda$, de z , z_0 et de l'intensité I_0 (intensité que l'on observerait si l'on masquait le miroir M_2).

La source primaire n'est plus monochromatique. L'intensité que produirait l'interféromètre en F' dans l'intervalle de nombres d'onde $[\sigma, \sigma + d\sigma]$ si l'on masquait l'un des deux miroirs est $G(\sigma)d\sigma$, où $G(\sigma)$ est une fonction proportionnelle à l'intensité spectrale de la source.

2. Chaque intervalle spectral élémentaire $[\sigma, \sigma + d\sigma]$ pouvant être assimilé à une source monochromatique, deux intervalles spectraux différents peuvent-ils interférer ensemble ? En déduire en la justifiant, sous forme d'une intégrale sur σ , la nouvelle expression de l'intensité $I(z)$ en fonction de z , z_0 et σ .

3. Calculer explicitement $I(z)$ dans le cas d'une source à profil spectral rectangulaire de largeur $\Delta\sigma$:

$$G(\sigma) = G_0 \text{ si } \sigma \in [\sigma_0 - \Delta\sigma/2, \sigma_0 + \Delta\sigma/2]$$

$$G(\sigma) = 0 \text{ sinon.}$$

On exprimera le résultat sous la forme $I(z) = C[1 + V\cos(4\pi\sigma_0(z-z_0))]$ où C est une constante et V le facteur de visibilité, grandeurs que l'on déterminera.

4. La figure ci-dessous donne le graphe de $I(z)$. Déterminer z_0 , σ_0 et $\Delta\sigma$ en précisant la méthode utilisée.

