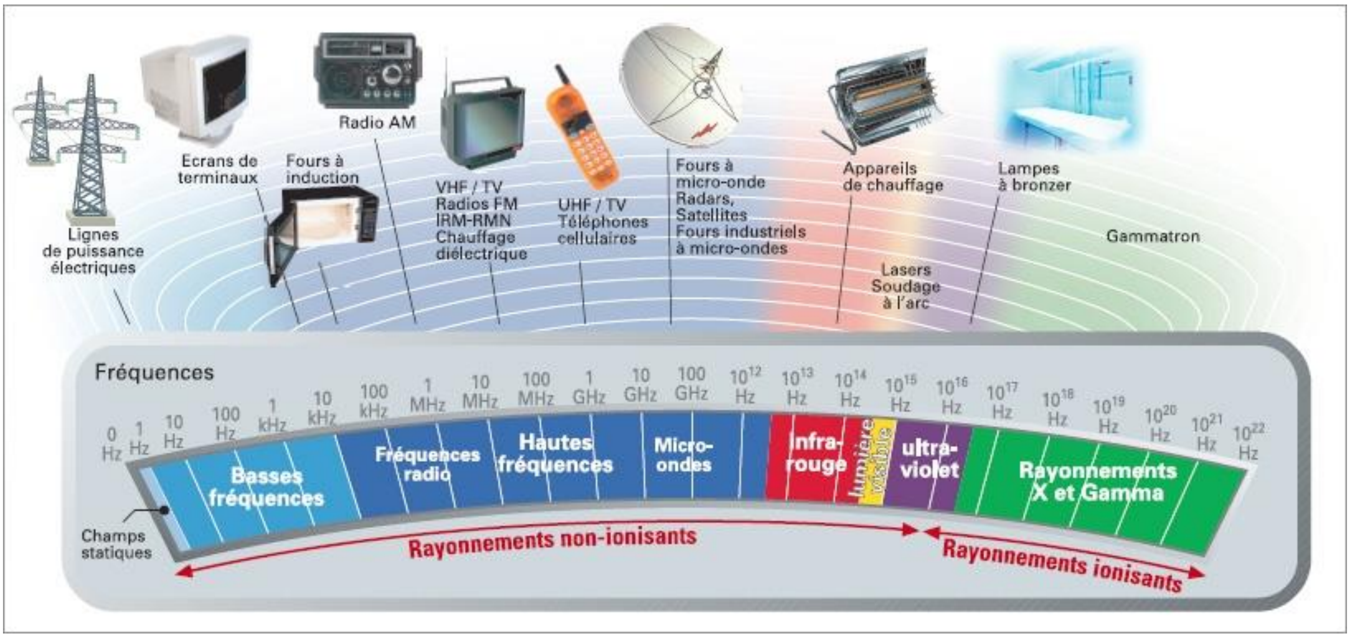
Chap.3 – Ondes électromagnétiques (OEM) dans le vide

Intro : Après avoir étudié les ondes scalaires 1D et 3D, on étudie ici les OEM, *ondes **vectorielles** 3D*. Contrairement aux ondes mécaniques, les OEM n'ont ***pas besoin de support matériel*** pour exister : ce sont les champs électrique et magnétique qui « vibrent ». Dans le vide, elles vérifient ***l'équation de d'Alembert,*** et sont ***transverses***. La célérité des OEM est égale à la vitesse de la lumière dans le vide et permet ainsi d'identifier la nature de la lumière. Les ondes radio, les micro-ondes, l'infrarouge, le visible, l'ultra-violet, les rayons X sont des OEM.

NB effets sur la santé : les rayonnements ionisants sont ceux qui sont suffisamment énergétique pour arracher des électrons aux atomes. Dans la matière biologique, l'ionisation est synonyme de destruction des cellules. Les rayons X et gamma sont donc dangereux pour la santé. Aux fréquences usuelles des télécommunications (de qq 10 kHz à qq GHz), aucun effet significatif sur la santé n'a été observé à ma connaissance.

Plus d'information sur le site de l'Association Française pour l'Information Scientifique (AFIS) :
http://www.pseudo-sciences.org/spip.php?rubrique55



1. Equation de propagation des OEM– Structure des OPPH

1.1. Equation d'onde de d'Alembert – Célérité des OEM dans le vide

- ❖ Donner les équations de Maxwell dans le vide. Quelles équations suggèrent l'existence d'un phénomène de propagation ?
- ❖ En prenant le rotationnel de MF, établir l'équation d'onde vérifiée par $\vec{E}$

Formule d'analyse vectorielle à utiliser : $\overrightarrow{rot}\left(\overrightarrow{rot}(\vec{A})\right) = \overrightarrow{grad}\left(div(\vec{A})\right) - \vec{\Delta}\vec{A}$

- ❖ En prenant le rotationnel de MA, montrer que $\vec{B}$ vérifie la même équation.
- ❖ Application numérique pour la célérité : $\varepsilon_0 = 8{,}85\ 10^{-12} SI$ et $\mu_0 = 4\pi\ 10^{-7} SI$. Conclusion ?

<u>Définition du laplacien vectoriel</u> *<u>(en cartésien uniquement)</u>*

$$\vec{\Delta}\vec{A} \stackrel{\text{def}}{=} \begin{bmatrix} \Delta A_x \\ \Delta A_y \\ \Delta A_z \end{bmatrix}$$

Les expressions en coordonnées cylindriques ou sphériques ne sont pas aussi simples.

1.2. « Structure des OPPH » $\stackrel{\text{def}}{=}$ liens entre les vecteurs $\vec{E}$, $\vec{B}$ et $\vec{k}$

La notion d'OPP a été introduite lors de l'étude des ondes sonores. Elle se généralise ici *à chacune des composantes* des champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$. On parle d'OPPH ou, par référence à l'optique, d'OPPMonochromatique.

- ❖ Ecrire l'expression générale d'une OPP pour le champ électrique
- ❖ En choisissant un repère approprié, donner l'expression d'une OPPH en fonction d'une seule coordonnée d'espace : pour $\vec{E}$, puis pour $\vec{B}$ (notations indépendantes)
- ❖ L'écrire en notation complexe pour $\vec{E}$ et $\vec{B}$, en introduisant pour chacun une amplitude complexe vectorielle

Dans le cas des ondes sonores dans les fluides parfaits, les équations physiques imposent aux ondes d'être longitudinales : la direction des vibrations du fluide est identique à la direction de propagation de l'onde.

Les OEM n'ont pas besoin d'un milieu vibrant pour se propager. Pour savoir si une OEM est transversale ou longitudinale, on choisit de ***remplacer la direction de vibration par la direction des vecteurs $\vec{E}$ et $\vec{B}$***. On va montrer que dans le vide les OEM sont ***« transverses électriques »*** et ***« transverses magnétiques »*** : les directions des deux vecteurs sont orthogonales à la direction de propagation de l'onde.

On entend généralement par « structure » les relations entre les <u>champs qui se propagent</u> et le <u>vecteur d'onde</u>. Lors de l'étude des ondes scalaires, on avait déjà étudié la « structure des ondes » (sans nommer cela ainsi) :

- onde longitudinale / transversale (comparaison des directions de vibrations et de propagation)
- impédance pour OPP : rapport des amplitudes des deux champs couplés qui se propagent

Ici, les ondes étant vectorielles, la description de leur « structure » est un peu plus riche.
Ce sont les équations de couplage (ici les équations de Maxwell) qui imposent la structure des <u>OPPH</u>.

- ❖ Ecrire les équations de Maxwell en complexe (car on étudie OPPH), en utilisant la correspondance entre opérateurs différentiels et opérateurs complexes vus au chapitre précédent
- ❖ En déduire que les OPPH sont transverses, et que $\left(\vec{E}, \vec{B}, \vec{k}\right)$ forme un trièdre direct
- ❖ A partir des mêmes équations en complexe, établir la relation de dispersion
- ❖ La retrouver à partir de l'équation de d'Alembert 1D en supposant que $\vec{E} = E\overrightarrow{u_x}$ n'a qu'une seule composante
- ❖ En déduire le rapport des normes des deux champs
- ❖ En supposant qu'à tout instant $\vec{E} = E\overrightarrow{u_x}$ et $\vec{B} = B\overrightarrow{u_y}$, en déduire que les champs vibrent en phase
- ❖ En déduire qu'en présence d'une OEM, une particule chargée non-relativiste ne subit qu'une force électrique

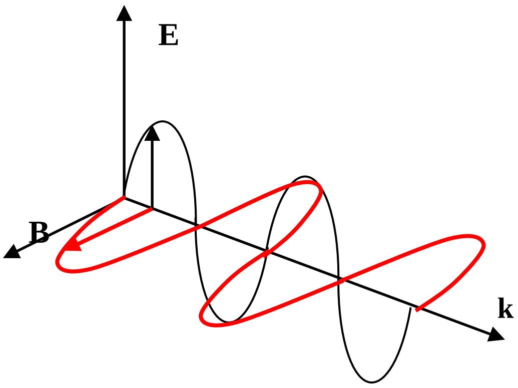
Structure des OPPH dans le vide

Les OPPH dans le vide sont ***transverses*** *et* $\left(\vec{E}, \vec{B}, \vec{k}\right)$ ***forment un trièdre direct****.*

$$\|\vec{B}\| = \frac{\|\vec{E}\|}{c}$$

Structure des OPP dans le vide

Par sommation, on en déduit que c'est aussi la structure d'une OPP quelconque.



NB hors programme : par cohérence avec la propagation des OEM dans les câbles électriques, on peut définir une impédance caractéristiques du milieu de propagation par le rapport $Z = \frac{E}{H}$, où H est l'excitation magnétique.

- ✪ Vérifier que l'impédance est bien en ohms (attention : en physique des ondes l'impédance n'est pas forcément en ohm, mais les lois électriques dans les circuits découlant des équations de Maxwell, on doit pouvoir s'arranger pour définir une impédance - associée aux OEM - en ohms).
- ✪ Quelle est l'expression de l'impédance du vide ? On notera que l'expression est analogue à celle de l'impédance acoustique si l'on assimile la perméabilité du vide μ_0 à la masse volumique μ_0 du fluide (la formule est identique aussi dans le cas de la corde vibrante, où μ est alors la masse linéique de la corde).

1.3. Aspects énergétiques des OPPH

- ❖ Rappeler l'équation de conservation de l'énergie électromagnétique (dans le vide uniquement)
- ❖ Montrer que l'énergie électromagnétique d'une OPPH est équitablement répartie entre les deux champs
- ❖ En invoquant la structure d'une OPPH (établie précédemment), exprimer le vecteur de Poynting
- ❖ Etablir la relation entre l'énergie électromagnétique stockée par les champs et le vecteur de Poynting
- ❖ Interpréter physiquement cette relation, par analogie avec les phénomènes de transport par convection

1.4. Ordres de grandeur et lien avec le flux de photons

- ❖ Déterminer l'ordre de grandeur au niveau du sol de la norme du champ électrique de la lumière visible (émise par le soleil), sachant que l'intensité lumineuse vaut 1 $kW.m^{-2}$ au sol sur Terre lorsque le Soleil est au zénith

Ordres de grandeur (en supposant OPPH) :

- à 2 cm d'une antenne de téléphone portable : $E \sim 30\ V.m^{-1}$, donc $\Pi \sim 1\ W.m^{-2}$
- à proximité d'une ligne THT : $E \sim 1\ kV.m^{-1}$
- appareils domestiques (radio, mixeur, sèche-cheveu) : $E \sim 10 - 100\ V.m^{-1}$
- limite réglementaire pour antennes relais : $E \sim 50\ V.m^{-1}$, OK si on est à plus de $2\ m$ de l'antenne
- lumière du Soleil au niveau du sol sur Terre : $E \sim 1\ kV.m^{-1}$ donc $\Pi \sim 1\ kW.m^{-2}$

- ❖ En électromagnétisme, comment écrire mathématiquement la puissance EMic traversant une surface ?
- ❖ Rappeler la relation de Planck-Einstein
- ❖ En déduire le débit surfacique de photons émis par un téléphone portable ($1\ GHz$) situé à $2\ cm$ de la tête
- ❖ Un laser Helium-Néon émet une puissance de $2\ mW$, dans le rouge à $\lambda = 633\ nm$. La section du faisceau est de $1\ mm$ environ. En déduire la norme du champ électrique et le débit surfacique de photons

2. Etats de polarisation d'une OEM

2.1. Polarisation $\stackrel{\text{def}}{=}$ direction du champ électrique

La lumière (une OEM de manière générale) est une onde ***vectorielle transverse*** dans la plupart des milieux. La direction du champ $\vec{E}$ dans le plan orthogonal à la direction de propagation peut être *quelconque*. Or certaines interactions des OEM avec la matière *dépendent de la direction des champs* : c'est donc une information intéressante, voire indispensable.

Connaître ***l'état de polarisation*** *d'une OEM, c'est connaître* **la direction de son champ $\vec{E}$** *à chaque instant.*

Une onde est ***polarisée rectilignement*** *si son champ électrique* **garde une direction constante** *au cours du temps*

Une OPPH polarisée rectilignement et se propageant selon $\overrightarrow{u_x}$ s'écrit donc de manière générale :

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \begin{bmatrix} O \\ E_{0y} \\ E_{0z} \end{bmatrix} \cos(\omega t - kx + \varphi)$$

En orientant le repère de manière à aligner $\overrightarrow{u_y}$ sur le champ électrique, on peut simplifier en :

$$\vec{E}(\vec{r},t) = E_0 \overrightarrow{u_y} \cos(\omega t - kx + \varphi)$$

2.2. *(Complément)* Polarisation rectiligne, elliptique et circulaire

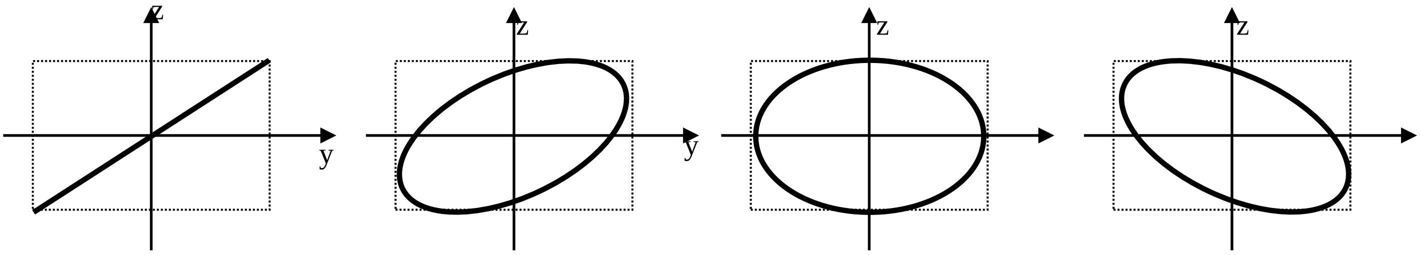
Considérons une OPPH se propageant suivant les x croissants. Elle s'écrit de manière générale :

$$E_y = E_{oy}.\cos[\omega t - kx]$$
$$E_z = E_{0z}.\cos[\omega t - kx + \varphi].$$

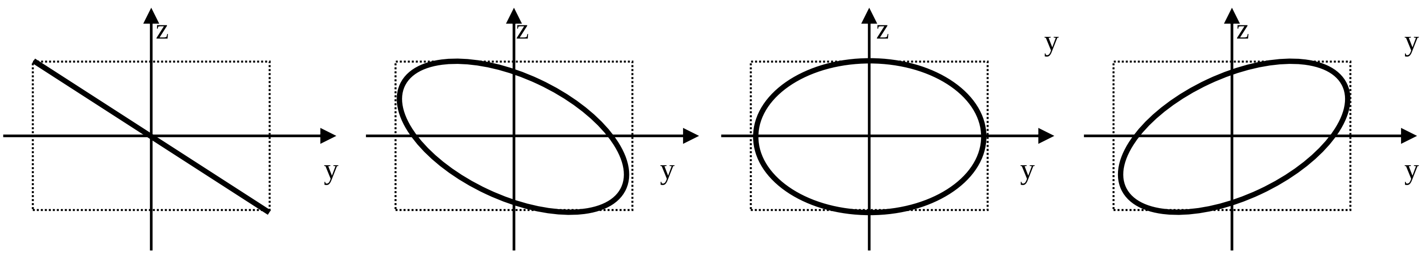
Selon les valeurs du déphasage φ entre les deux composantes, on peut distinguer plusieurs ***états de polarisation*** :
- ***rectiligne*** (en phase ou opposition de phase) : le champ électrique garde la même direction à tout instant
- ***elliptique*** *:* le champ électrique est un champ tournant, de norme variable

La polarisation est dite ***circulaire*** lorsque les amplitudes E_{0y} et E_{0z} sont égales et $\varphi = \pm\pi/2$.

Les figures ci-dessous représentent la figure formée par le bout de la flèche de $\vec{E}$ lorsque le temps s'écoule, pour différentes valeurs du déphasage. On retrouve de simples figures de Lissajous, obtenues en TP lors de l'observation à l'oscilloscope en mode XY de deux signaux synchrones déphasés.



$\varphi = 0$ | $0 < \varphi < \pi/2$ | $\varphi = \pi/2$ | $\pi/2 < \varphi < \pi$



$\varphi = \pi$ | $\pi < \varphi < 3\pi/2$ | $\varphi = 3\pi/2$ | $3\pi/2 < \varphi < 2\pi$

✪ *(Facultatif)* Montrer qu'une onde polarisée elliptiquement peut être décomposée en la somme de deux ondes polarisées rectilignement.

✪ *(Facultatif)* Montrer que toute onde polarisée rectilignement (la prendre selon l'axe y) peut être décomposée en deux ondes polarisée circulairement, l'une droite, l'autre gauche.

Toute onde peut être décomposée en deux ondes polarisée rectilignement. *Toute onde peut être décomposée en deux ondes polarisées circulairement.*

2.3. *(Complément)* Lumière « non-polarisée » : modèle des trains d'onde

Une expérience avec de la lumière visible blanche et un polariseur montre que la lumière « naturelle » (émise par une lampe, par le soleil) ne semble pas être polarisée.

Pour comprendre cela, il faut savoir que les atomes constituant la matière n'émettent pas en continu, mais émettent des « trains d'onde », avec une fréquence d'environ $10^8 Hz$. Chaque train d'onde est polarisé, i.e. la direction de $\vec{E}$ est bien définie à chaque instant, et se trouve dans un état de polarisation bien défini (rectiligne ou elliptique). Mais les polarisations des trains d'onde successifs émis par le même atome, ou des atomes voisins, sont *aléatoires*. Ainsi, notre œil n'est sensible qu'à la « polarisation moyenne », qui est nulle.

3. Réflexion d'une OPPH sur un conducteur parfait, sous incidence normale

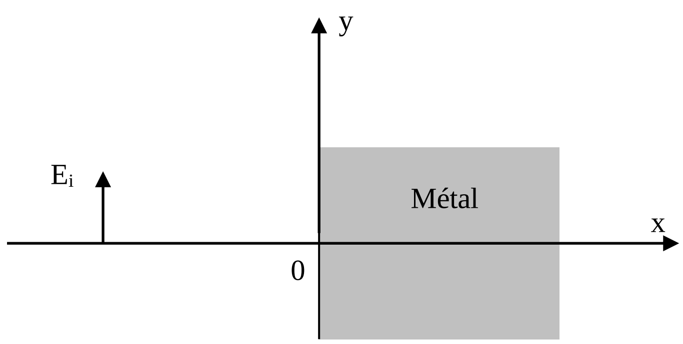
3.1. Modèle du conducteur parfait

Nous montrerons dans le prochain chapitre qu'à l'intérieur d'un conducteur ohmique, les différents champs $\vec{E}$, $\vec{B}$, $\vec{j}$ et ρ ne prennent des valeurs significatives que dans une « épaisseur de peau » à la surface du conducteur. Plus la conductivité est bonne, plus cette épaisseur est petite.

Si un **conducteur** *est supposé* ***parfait, les champs $\vec{E}$, $\vec{B}$, $\vec{j}$ et ρ sont nuls dans le conducteur***. ***La charge et les courants*** *sont localisés à la surface du conducteur et sont décrits par des champs* ***surfaciques***

3.2. OPPH réfléchie – Onde stationnaire résultante

On considère une onde plane monochromatique de pulsation ω polarisée rectilignement selon Oy et se propageant selon les x croissants dans le vide. Le plan x = 0 sépare le vide (milieu 1) d'un métal parfaitement conducteur (milieu 2) occupant le demi-espace x > 0.



❖ Donner l'écriture du champ $\vec{E}_i$ de cette OPPM incidente, en notation complexe
❖ En déduire l'expression complexe du champ $\vec{B}_i$, sans introduire de nouveaux paramètres

❖ Rappeler les relations de passage du champ électromagnétique (math + schémas + mots)

- Ecrire la condition de continuité du champ électrique à l'interface. Le champ incident la vérifie-t-il ?
- Donner l'écriture du champ électrique $\vec{E}_r$ de l'onde réfléchie, en notation complexe.
- Montrer que le champ réfléchi $\vec{E}_r$ est de même pulsation et de même polarisation que le champ incident
- Déterminer alors l'amplitude des champs $\vec{E}_r$ et $\vec{B}_r$

- Montrer que l'onde résultante dans le vide est une OS, les nœuds électriques étant des ventres magnétiques et inversement.
- Montrer que la puissance surfacique moyenne de l'onde totale est nulle en tout point

- Calculer le coefficient de réflexion en puissance

- Grâce aux relations de passage du champ magnétique, déterminer les courants surfaciques régnant à la surface du conducteur

- Connaissez-vous une application courante de la réflexion totale des OEM sur un métal ?

<u>Commentaires</u> :

- les courants surfaciques sont créés par l'onde incidente, et génèrent l'onde réfléchie
- si l'on ne néglige pas « l'épaisseur de peau » (cf. prochain chapitre), i.e. si l'on tient compte de la pénétration de l'onde dans le conducteur, le coefficient de réflexion en puissance n'est alors plus égal à 1. Le champ électrique non-nul dans le conducteur s'accompagne d'effet Joule, qui dissipe l'énergie apportée par l'OEM au conducteur

1.3. Bilan de Poynting de l'énergie électro-magnétique dans un milieu quelconque	
Densité volumique d'énergie électromagnétique et vecteur de Poynting. Équation locale de Poynting.	Identifier les différents termes de l'équation locale de Poynting. Interpréter le vecteur de Poynting comme le vecteur densité de flux de puissance électromagnétique.
1.4. Ondes électromagnétiques dans le vide	
Propagation de $\boldsymbol{E}$ et $\boldsymbol{B}$ dans une région sans charge ni courant.	Citer les domaines du spectre des ondes électromagnétiques et leur associer des applications. Établir les équations de propagation.
Structure d'une onde plane progressive harmonique.	Utiliser la notation complexe. Représenter le trièdre $(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{E}, \boldsymbol{B})$. Établir la relation entre les amplitudes des champs. Associer la direction du vecteur de Poynting et la direction de propagation de l'onde. Associer le flux du vecteur de Poynting à un flux de photons en utilisant la relation d'Einstein-Planck. Citer quelques ordres de grandeur de flux énergétiques surfaciques moyens (laser hélium-néon, flux solaire, téléphonie…) et les relier aux ordres de grandeur des champs électriques associés.

	Utiliser le principe de superposition d'ondes planes progressives harmoniques.
Polarisation rectiligne.	Identifier l'expression d'une onde électro-magnétique plane progressive polarisée rectilignement.

Le bloc 3 est consacré à la réflexion et la transmission d'ondes à une interface plane sous incidence normale en acoustique et en électromagnétisme. Les relations de passages pour le champ électromagnétique sont affirmées, toute démonstration est hors programme. Tout calcul de courant à partir du vecteur densité de courant surfacique est à proscrire.

Notions et contenus	Capacités exigibles
3. Interfaces entre deux milieux	
3.2. Cas des ondes électromagnétiques	
Relations de passage du champ électromagnétique en présence d'une distribution surfacique de charge ou de courant.	Interpréter le vecteur densité de courant surfacique comme un modèle pour décrire un déplacement de charges à travers un domaine d'épaisseur faible devant l'échelle de description. Utiliser les relations de passage fournies.
Réflexion d'une onde électromagnétique polarisée rectilignement sur un conducteur parfait, en incidence normale.	Exploiter la continuité de la composante tangentielle du champ électrique pour justifier l'existence d'une onde réfléchie et calculer celle-ci. Calculer le champ magnétique dans le vide, en déduire le courant surfacique sur le conducteur. Calculer le coefficient de réflexion en puissance.