

# Transport fluide Chap.4 – Ecoulement I. H. autour d'un obstacle

## 1. Etude de la traînée sur une sphère

- 1.1. Dispositif étudié
- 1.2. Courbe du coefficient de traînée  $C_x$  en fonction de  $Re$
- 1.3. (Complément) Les deux origines de la force de traînée
- 1.4. (Complément) Crise de traînée à haut  $Re$

## 2. Ecoulement parfait et couche limite

- 2.1. Notion de couche limite
- 2.2. Epaisseur de la couche limite en fonction de  $Re$
- 2.3. Définition d'un écoulement parfait

## 3. Forces de traînée et de portance d'une aile d'avion

- 3.1. Description d'une aile d'avion
- 3.2. Définition de la traînée et de la portance (forces et coefficients)
- 3.3. Graphes  $C_x$  et  $C_z$  en fonction de l'angle d'incidence de l'aile

### Intro :

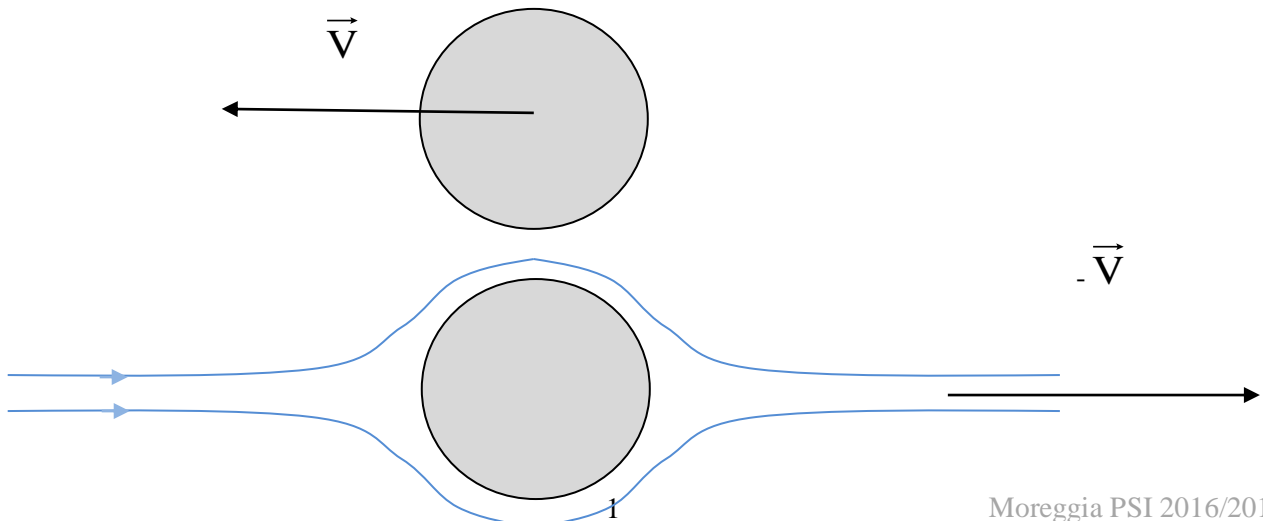
Ce chapitre est uniquement descriptif, et permet d'introduire les notions de *traînée* et de *portance*, particulièrement utiles par exemple dans le cas du vol d'un avion. On verra qu'ici encore le nombre de Reynolds permet de décrire toute une classe d'écoulement dont les vitesses, les dimensions, et les viscosités sont différents.

La description de ces écoulements externes autour d'un obstacle (avec les hypothèses incompressible et homogène) sera l'occasion d'introduire la notion de *couche limite* pour les écoulements à grand nombre de Reynolds. L'écoulement en-dehors de cette couche limite pourra alors être qualifié *d'écoulement parfait*.

## 1. Etude de la traînée sur une sphère

### 1.1. Dispositif étudié

Considérons l'écoulement engendré par le mouvement rectiligne uniforme d'une sphère de rayon  $R$  dans un fluide, à la vitesse  $\vec{V}$ . Le problème est équivalent à celui d'un écoulement autour d'une sphère immobile. La vitesse du fluide, loin en amont et loin en aval de la sphère – notée  $\vec{v}_\infty$  – vaut donc  $\vec{v}_\infty = -\vec{V}$ .



L'expérience montre que la sphère atteint une vitesse limite constante. Cela suggère l'existence d'une force autre que le poids et la poussée d'Archimède, et associée aux frottements du fluide sur la sphère (effet viscosité).

Avec les notations du schéma, le fluide exerce sur la sphère de diamètre  $d = 2R$  une force  $\vec{F}$  dirigée selon le sens de l'écoulement, appelée **Force de traînée**.

### 1.2. Courbe du coefficient de traînée $C_x$ en fonction de $Re$

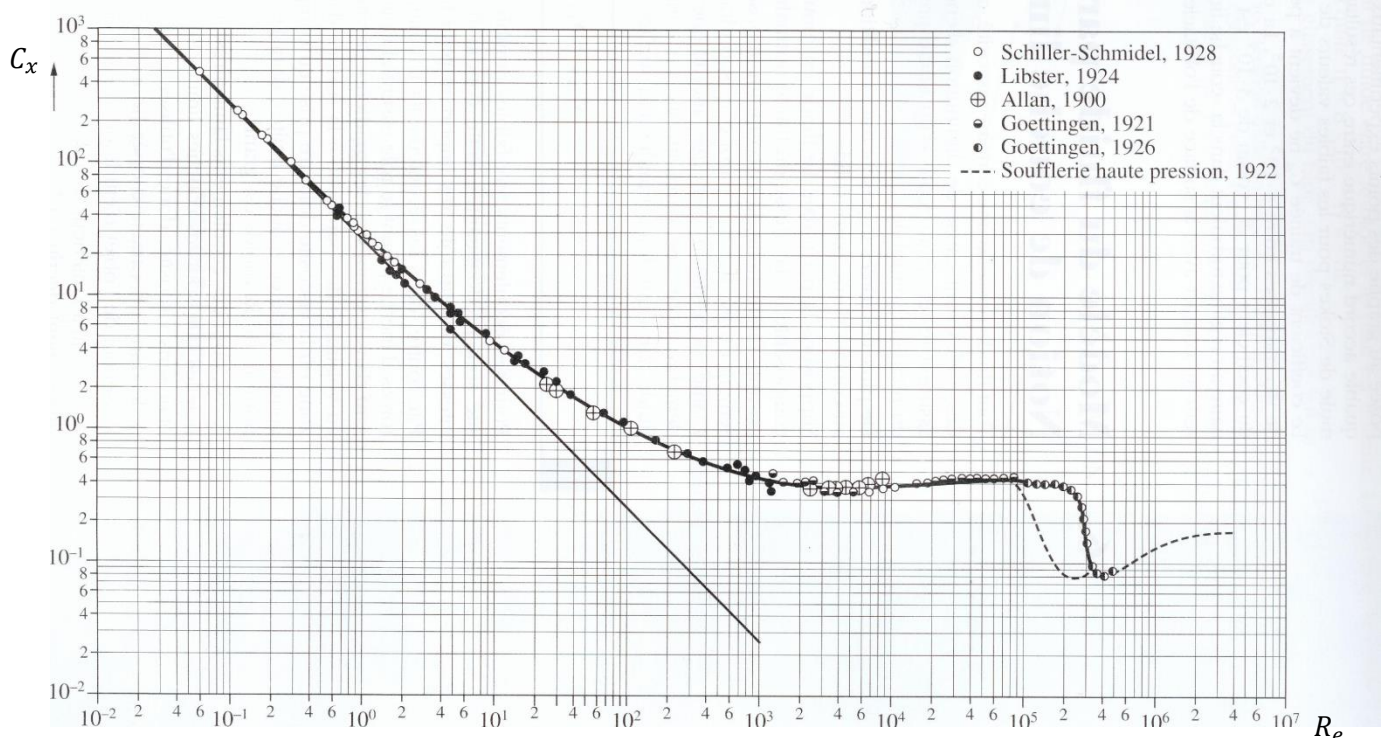
Le nombre de Reynolds vaut  $Re = \frac{\rho v_\infty d}{\eta}$  ( $d = 2R$  diamètre de la sphère et  $v_\infty$  vitesse du fluide loin de l'obstacle).

On note par la suite  $S$  la surface frontale de l'obstacle appelé maître-couple, ici un disque de surface  $S = \pi R^2$ .

Comme le nombre de Reynolds  $Re$  et le coefficient de perte de charge  $\lambda$  des chapitres précédents, on souhaite introduire un **paramètre adimensionné** représentant la force de traînée :  $C_x$  **le coefficient de traînée**.

✪ Sachant que la force de traînée est proportionnelle au maître-couple, proposer une définition du  $C_x$

L'expérience montre que l'évolution de la force de traînée avec la vitesse du fluide est universelle (indépendante du fluide et du matériau constitutif de la sphère) si elle est exprimée sous la forme  $C_x = f(Re)$ .



Cette courbe dépend de la forme de l'objet. Mais quelle que soit la forme de l'objet, les courbes de traînée ont globalement le même aspect. On peut repérer les deux comportements limites suivants.

- Pour des petits nombres de Reynolds  $Re \lesssim 1$ ,  $C_x$  est inversement proportionnel à  $Re$  :  $C_x = \frac{24}{Re}$ .
  - Pour de plus grands nombres de Reynolds,  $10^3 \leq Re \leq 10^5$ ,  $C_x$  est constant. On a alors une dépendance quadratique de la force avec la vitesse ( $C_x \sim 0,3 - 0,5$ ) :
- ❖ Dans ces deux cas extrêmes, déterminer l'expression mathématique de la force de traînée en fonction du rayon de la sphère, et interpréter physiquement le résultat.

#### Dépendance linéaire ou quadratique de la traînée

Pour  $Re < 1$  : la traînée dépend **linéairement** de la vitesse de l'objet  
 Pour  $10^3 < Re < 10^5$  : la traînée dépend **quadratiquement** de la vitesse de l'objet

Remarque : dans le premier cas (écoulements « rampants »  $R_e \lesssim 1$ ), la loi donnant la force de traînée en fonction du rayon de la sphère se nomme *loi de Stokes*. C'est l'expression des « frottements fluide » utilisée en PCSI.

Remarque : dans la zone intermédiaire  $R_e \in [1 - 10^3]$ , la dépendance avec la vitesse est moins simple.

❖ Dans les exos classiques de PCSI (balle lancée, boulet tiré, bille qui roule, bille attachée à un ressort, etc.), le modèle de traînée linéaire (Stokes) était-il valable ?

### 1.3. (Complément) Les deux origines de la force de traînée

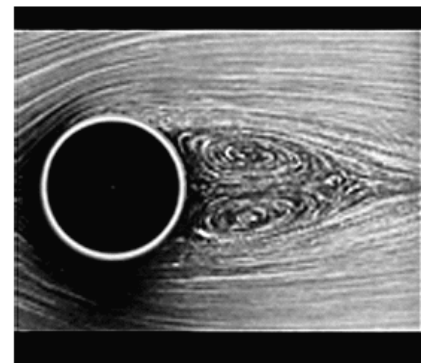
La « cause première » de la traînée est la viscosité. Les calculs montrent qu'en l'absence de viscosité, la somme des forces de pression (seule force de contact restante) est nulle ! C'est le 'paradoxe de d'Alembert'.

Mais la force de traînée n'est pas simplement la résultante des forces de viscosité du fluide sur le solide en mouvement. On peut distinguer deux origines :

- la traînée de frottement
- la traînée de forme (ou « de pression »)

La première est la résultante des forces de viscosité du fluide sur le solide. La seconde est la résultante des forces de pression sur le solide. Parce que l'existence de la viscosité influe sur la forme de l'écoulement, la somme des forces de pression n'est pas nulle.

L'exemple en photo ci-contre (cylindre dans un fluide) montre qu'un sillage existe derrière l'objet (lorsque la couche limite se décolle de l'objet). Dans ce sillage, le fluide « pousse moins » qu'en amont et la résultante des forces de pression tend aussi à freiner l'objet.



09.6 13.1 26.0 30.2 2000 1

Nombre de Reynolds

© Physical Society of Japan,  
S. Taneda, *J. Physical Society Japan* **II**, 302 (19

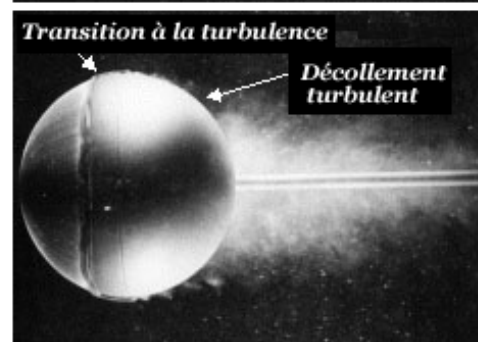
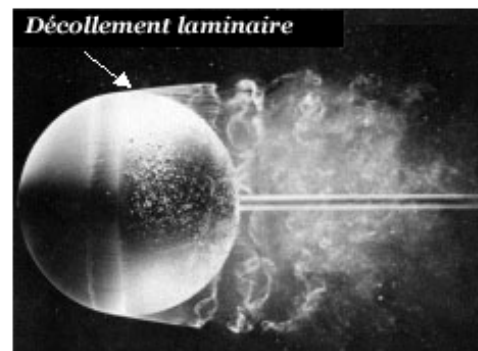
### 1.4. (Complément) Crise de traînée à haut $R_e$

Sur le graphe  $C_x = f(R_e)$ , on observe nettement une chute du coefficient de traînée pour  $R_e \sim 2 \cdot 10^5$  : c'est la *crise de traînée*. Quelques explications ci-dessous (la notion de couche limite est abordée dans la partie 2).

**Le décollement peut apparaître dans les couches limites laminaires ou turbulentes. Toutefois, à cause de la quantité de mouvement plus élevée, les couches limites turbulentes résistent mieux au décollement que les couches limites laminaires : pour la même forme ou le même gradient de pression, le décollement se produit plus en aval que dans le cas d'une couche limite laminaire.**

**Ici nous voyons comment l'ajout d'un fil autour d'une sphère induit une transition de la couche limite à la turbulence, et déplace la ligne de séparation vers l'arrière de l'obstacle, réduisant le diamètre du sillage et donc finalement la traînée.**

**Ce fait bien connu peut être utilisé dans de nombreuses applications, comme les fossettes des balles de golf et les systèmes de génération de turbulence sur certaines ailes d'avions.**



© ONERA

D'après ces explications, une couche limite turbulente implique un sillage plus étroit et diminue donc la traînée de forme (plus qu'elle n'augmente éventuellement la traînée de frottement).

## 2. Écoulement parfait et couche limite

### 2.1. Notion de couche limite

Dans un écoulement à grand nombre de Reynolds, la convection l'emporte sur la viscosité. Cependant, les termes de viscosité ne peuvent pas être complètement négligés. Proche des parois délimitant l'écoulement, la vitesse varie rapidement dans une petite zone de l'espace, appelée ***couche limite***. D'une vitesse nulle sur la paroi, celle-ci évolue progressivement pour devenir égale à celle de l'écoulement. Cette évolution est d'autant plus rapidement que  $Re$  est grand.

*Cette forte variation spatiale de la vitesse dans la couche limite rend les effets de la viscosité importants dans cette zone*

### 2.2. Épaisseur de la couche limite en fonction de $Re$

Lorsque la couche limite est laminaire, son épaisseur caractéristique  $\delta$  est de l'ordre de  $\delta = \frac{L}{\sqrt{Re}}$ , où  $L$  est la dimension de l'obstacle dans le sens de l'écoulement.

#### Démonstration :

On considère une plaque d'épaisseur négligeable et de longueur  $L$ . Le fluide s'écoule parallèlement à la plaque. La couche limite se forme progressivement lors de l'écoulement le long de la plaque : ***à dessiner***.

- ❖ L'épaisseur  $\delta$  de la couche limite est la zone du fluide sur laquelle s'est propagé le transfert de quantité de mouvement par diffusion. Cette propagation s'est effectuée pendant la durée  $\tau$  mise par le fluide à parcourir la plaque dans le sens de la longueur. Exprimer ce temps en fonction de la vitesse du fluide et de la longueur de la plaque.
- ❖ Exprimer la distance  $\delta$  de diffusion en fonction de  $\tau$  et de la viscosité cinématique.
- ❖ En déduire la relation à démontrer.

### 2.3. Définition d'un écoulement parfait

#### **Définition d'un écoulement parfait**

Un ***écoulement parfait*** est un écoulement dans lequel ***tous les phénomènes diffusifs***, en particulier la ***viscosité***, sont ***négligeables*** ; les particules de fluides évoluent de manière ***adiabatique*** et ***réversible***, donc ***isentropique***.

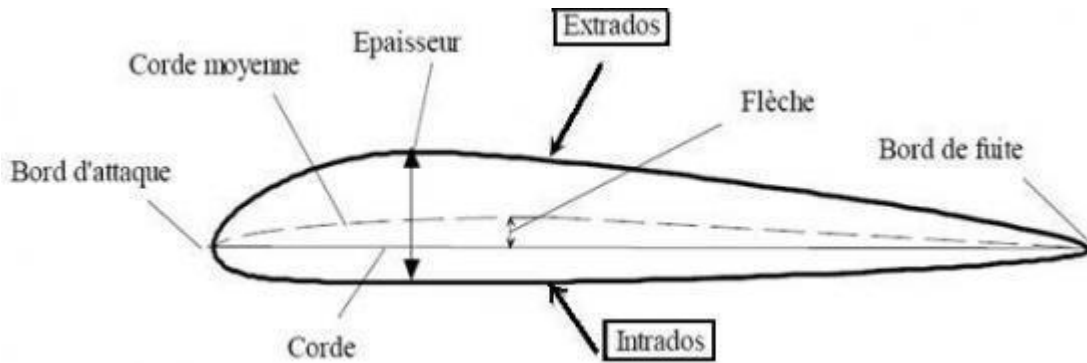
Il est cohérent de négliger conjointement tous les phénomènes diffusifs, car ils ont en commun le même moteur : l'agitation thermique et le transport d'une grandeur physique (énergie, quantité de mouvement, molécules) par les (mêmes) molécules du fluide.

On ne confondra pas « écoulement parfait » et « fluide parfait ». Dans ce dernier cas, on suppose que le fluide a une viscosité nulle. C'est un modèle simplifié qui revient à considérer la couche limite comme étant d'épaisseur nulle (ce qui revient à dézoomer, à la « regarder de très loin »). Ce modèle ne permet pas d'expliquer pourquoi un fluide initialement en mouvement s'immobilise de lui-même.

*Le modèle de l'écoulement parfait, qui ne néglige la viscosité qu'en-dehors de la couche limite, peut expliquer cette observation. Cette distinction écoulement/fluide parfait n'apparaît pas dans tous les ouvrages.*

### 3. Forces de traînée et de portance d'une aile d'avion

#### 3.1. Description d'une aile d'avion



**L'extrados** est la partie supérieure de l'aile, **l'intrados** la partie inférieure. Ces deux parties se rejoignent au niveau du *bord d'attaque* et du *bord de fuite*.

Le **bord d'attaque** est l'extrémité avant de l'aile qui « attaque » le fluide. Ce n'est pas un point anguleux.

Le **bord de fuite** est l'extrémité arrière de l'aile, c'est un point anguleux.

La **corde** est le segment qui relie le bord d'attaque et le bord de fuite.

La **corde moyenne** (ou *squelette*) est la courbe équidistante de l'extrados et l'intrados dans la direction orthogonale à la corde. La distance maximale entre l'extrados et l'intrados (toujours dans la direction orthogonale à la corde) est nommée **épaisseur maximale**.

**L'envergure** est la longueur de l'aile dans la direction orthogonale au dessin. Le rapport épaisseur / envergure est de l'ordre de 5% - 20 %.

La **flèche maximale** est la plus grande distance entre la corde et le squelette, le rapport de la flèche sur l'envergure est la courbure relative ou cambrure.

**L'angle d'incidence de l'aile** est l'angle entre le flux d'air incident et la corde.

Pour le calcul du  $R_e$  dans le cas d'une aile d'avion, on prend la corde comme longueur caractéristique de l'aile.

En général, pour simplifier les calculs, l'envergure est considérée comme infinie.

#### 3.2. Définition de la traînée et de la portance (forces et coefficients)

Pour définir la traînée dans le cas d'une aile d'avion, la surface de référence n'est pas la surface frontale (maître-couple), puisqu'elle dépend de l'inclinaison de l'aile par rapport à la direction de l'air incident.

Dans le cas d'une aile d'avion, la surface de référence est le produit *corde*  $\times$  *envergure*.

#### Définitions de la traînée et de la portance pour une aile d'avion

*La traînée est la composante de la résultante des actions de l'air **parallèle** à la direction de l'écoulement.*  
*La portance est la composante de la résultante des actions de l'air **orthogonale** à la direction de l'écoulement.*

Dans ce dernier cas, on choisit comme direction orthogonale celle qui est aussi orthogonale à la direction définissant l'envergure de l'aile.

On notera que la traînée est toujours dans le même sens. Dans le référentiel terrestre, elle résiste à l'avancée de l'aile dans l'air. Dans le référentiel de l'aile, elle est motrice dans le sens de l'écoulement.

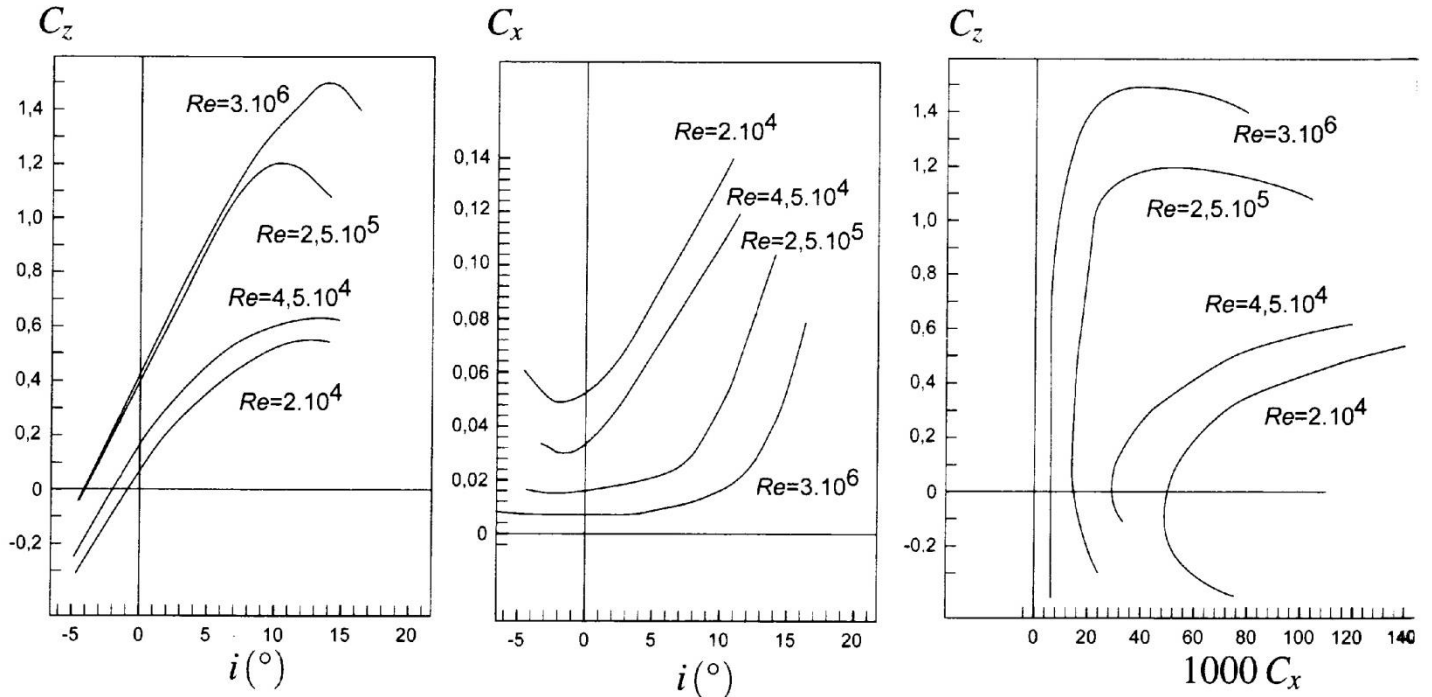
Par contre, la portance peut-être dirigée **vers le haut ou vers le bas** selon l'angle d'incidence de l'aile.

- ⊗ Définir le coefficient de traînée, à partir de la norme de la force
- ⊗ Définir le coefficient de portance, à partir du projeté de la force suivant une direction à représenter sur un schéma (dessin avec corde inclinée par rapport à la direction de l'air incident)

On remarque que  $C_x$  est défini positif, pas  $C_z$  qui peut aussi être négatif.

### 3.3. Graphes $C_x$ et $C_z$ en fonction de l'angle d'incidence de l'aile

L'angle d'incidence  $i$  est un angle orienté défini entre la direction de l'écoulement et la corde.

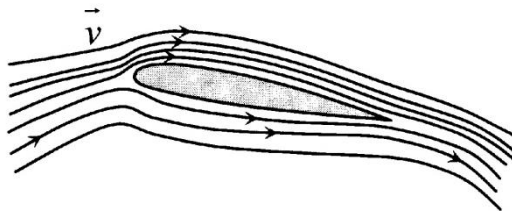


Ces courbes dépendent du profil de l'aile. On remarque que :

- $C_x$  diminue avec  $R_e$  quelque soit l'angle d'incidence
- $C_z$  augmente avec  $R_e$ , très nettement autour de  $R_e = 10^5$ , puis stagne pour des  $R_e$  supérieurs
- les valeurs de  $C_z$  sont nettement plus grandes que les valeurs de  $C_x$
- pour des angles positifs, les coefficients sont croissants avec l'angle, jusqu'à un certain seuil pour  $C_z$

Origine de la force de traînée : Dans le cas d'une aile d'incidence raisonnable (hors décrochage), la couche limite n'est pas décollée, il n'y a pas de sillage important, donc la traînée est une traînée de frottement (contribution de la traînée de forme est négligeable). Il existe aussi une autre origine de la traînée : *la traînée induite*. Elle est associée aux tourbillons générés en bout d'aile : au niveau du bout de l'aile, l'air en surpression en-dessous l'intrados vient rencontrer l'air en dépression au-dessus de l'extrados.

Origine de la force de portance : On étudiera bientôt l'effet Venturi, qui explique qu'un écoulement de fluide au-dessus d'une paroi crée une dépression dans la zone d'écoulement, d'autant plus grande que la vitesse du fluide est grande. Compte-tenu de la forme de l'aile et/ou de son orientation, l'air va plus vite du côté de l'extrados, créant ainsi une dépression vers le haut de l'aile.



- ❖ Expliquer en quoi le dessin des lignes de courant ci-dessus témoignent d'une vitesse plus élevée sur l'extrados que sur l'intrados.

D'après les courbes, on comprend que pour décoller, il faut augmenter la vitesse ( $R_e$  élevée) et incliner l'aile, mais pas trop. La chute de portance aux incidences trop élevées s'appelle **le phénomène de décrochage**. Pour des incidences raisonnables, l'écoulement d'air « colle » bien à l'aile, il n'y a pas de décollement de la couche limite, donc pas de sillage important. Lorsque l'incidence devient trop élevée, la couche limite se décolle et un sillage important se forme. Dans ce sillage, la vitesse relative de l'air au niveau de l'extrados est faible et la dépression à l'origine de la portance diminue fortement.

### Commentaires hors programme :

La troisième courbe est appelée « polaire », car l'angle polaire  $\theta$  en coordonnées polaires sur le graphe correspond à l'angle entre la résultante des forces de l'air sur l'aile et le vecteur vitesse de l'air en amont loin de l'aile.

Elle est particulièrement utile pour évaluer la capacité d'une aile à bien planer.

Imaginons qu'en cas de panne du moteur, le pilote fixe l'inclinaison de l'axe longitudinal de l'avion, et celui-ci acquiert rapidement un vecteur vitesse  $\vec{v}$  constant. On peut montrer que la « finesse »  $C_z/C_x$  (quantité facile à lire sur la 3<sup>e</sup> courbe) est alors égale au rapport  $\frac{D_{hor}}{D_{vert}}$  de la distance horizontale parcourue en vol plané sur la hauteur de chute.

✪ Démontrer cette dernière affirmation

<b>4.4 Ecoulement externe incompressible et homogène autour d'un obstacle</b>	
Force de traînée subie par une sphère solide en mouvement rectiligne uniforme. Coefficient de traînée $C_x$ ; graphe de $C_x$ en fonction du nombre de Reynolds.	Associer une gamme de nombre de Reynolds à un modèle de traînée linéaire ou un modèle quadratique.
Notion de couche limite.	Pour les écoulements à grand nombre de Reynolds décrire qualitativement la notion de couche limite.
Forces de traînée et de portance d'une aile d'avion à haut Reynolds.	Définir et orienter les forces de portance et de traînée. Exploiter les graphes de $C_x$ et $C_z$ en fonction de l'angle d'incidence.