

Optique – TD1 : Lois de Descartes

Exercice 1 : Eclairage d'un bassin

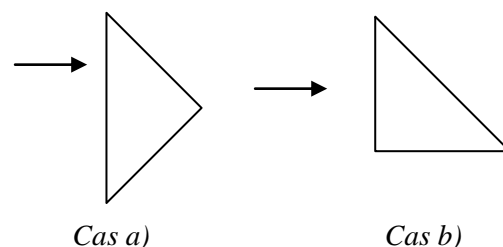
Un bassin de profondeur $h = 1$ m est totalement rempli d'eau, d'indice $n = 1,33$. Au fond du bassin est placée une source ponctuelle émettant de la lumière dans toutes les directions. Quel est le rayon du disque lumineux qui se forme à la surface de l'eau ?

Exercice 2 : Prisme à réflexion totale

On considère un prisme d'indice $n = 1,5$ plongé dans l'air, et dont la section dans un plan de section principale est un triangle rectangle isocèle. Montrer que les différentes réflexions sont totales. Construire le rayon émergent correspondant à un rayon incident :

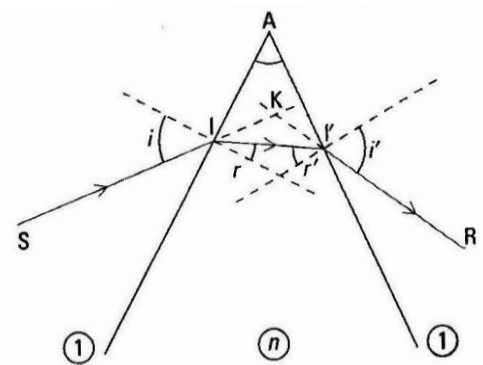
- Normal à la face hypoténuse
- Normal à une des autres faces

Conclure.



Exercice 3 : Etude d'un prisme

On appelle prisme un milieu transparent que nous supposons homogène et isotrope d'indice n limité par deux dioptries plans non parallèles. On appelle arête du prisme la droite selon laquelle se coupent les deux dioptries, et plan de section principale tout plan perpendiculaire à l'arête. La figure ci-contre est faite dans un plan de section principale. Nous supposons que le prisme est plongé dans l'air d'indice 1. Un rayon incident SI est dans le plan de section principale.



1. Montrer que le rayon $I'R$, lorsqu'il existe, est dans le plan de section principale.
2. Ecrire les lois de Descartes en I et I' .
3. Calculer l'angle A en fonction des angles r et r' .
4. La déviation du prisme est l'angle D que fait $I'R$ (lorsqu'il existe) avec SI . Calculer D en fonction de i , i' et A .
5. Montrer à partir des 4 relations établies précédemment que lorsque l'on fait varier l'angle d'incidence i , D passe par un extremum D_m . Pour cela :
 - On considère que les angles r , r' et D sont des fonctions de l'angle i . On rappelle que A est une constante.
 - Dériver les 4 relations par rapport à i , puis exprimer la dérivée de D par rapport à i en fonction de i , r , r' et i'

On admet que c'est un minimum. Montrer que $i = i'$ est une conditions suffisante

Exprimer alors l'indice n du prisme en fonction de A et D_m .

Conclure sur l'intérêt de l'étude.

Exercice 4 : Fibre optique à saut d'indice

1. Une fibre optique rectiligne est formée d'une âme en verre d'indice $n_1 = 1,66$ entourée d'une gaine en verre d'indice $n_2 = 1,52$. Quelle est la valeur maximale de l'angle d'incidence i pour laquelle la lumière est transmise le long de la fibre ?

2. Les rayons lumineux d'inclinaisons différentes n'ont pas le même chemin à parcourir dans la fibre, donc leur temps de parcours est variable. Une impulsion lumineuse de courte durée envoyée dans la fibre subit un élargissement temporel lorsqu'elle ressortira de celle-ci. Ceci limite rapidement le taux maximal de transfert d'informations à grandes distances par ce type de fibre.

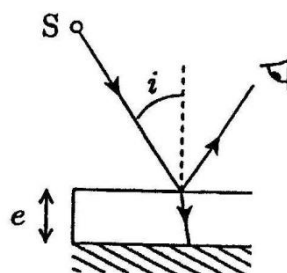
2.1. Calculer la différence de temps mis par deux rayons lumineux se propageant dans une fibre optique d'indice n_1 et de longueur L , l'un sur l'axe de la fibre et l'autre incliné de 20° par rapport à celui-ci (angle à l'intérieur de la fibre).

2.2. Quel nombre d'impulsions peut transférer une telle fibre par unité de temps, sans que les impulsions successives ne se chevauchent en temps ?

Données numériques : $L=1\text{ m}, 100\text{ m}, 10\text{ km}$

Exercice 5 : Double reflet

Une source lumineuse ponctuelle S est située à une distance $x = 1\text{ m}$ de la couche de verre d'indice $n = 1,5$, et d'épaisseur $e = 5\text{ mm}$ protégeant un miroir plan. Un rayon lumineux issu de S et arrivant sur la couche de verre avec une incidence i est partiellement réfléchi à la traversée du dioptre air/verre, et l'autre partie est réfractée.



1. Justifier le fait que l'observateur qui regarde dans le miroir sous une incidence i voit deux images S' et S'' de la source S . Placer ces images sur la figure.

2. Exprimer, dans les conditions de Gauss, la distance $S'S''$ entre les deux images, en fonction de e et n . Calculer numériquement $S'S''$.

Exercice 6 : Mise en évidence de faibles rotations à l'aide d'un miroir

Un rayon lumineux arrive perpendiculairement en I à la surface d'un miroir plan. Ce miroir peut tourner autour d'un axe Δ passant par I et perpendiculaire au plan d'incidence.

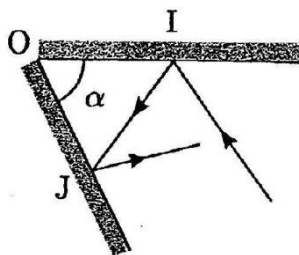
1. Le miroir tourne d'un angle α autour de Δ . De quel angle tourne le rayon réfléchi suite à cette rotation ?

2. Ce résultat dépend-il de l'angle d'incidence du rayon lumineux avant rotation ?

3. A une distance $D = 1\text{ m}$, on place une règle graduée parallèle au miroir et perpendiculaire au rayon lumineux. Le plus petit déplacement visible du point lumineux formé par le rayon arrivant sur la règle est $d = 1\text{ mm}$. Quel est le plus petit angle de rotation du miroir mesurable avec ce dispositif ?

Exercice 7 : Réflexion d'un rayon sur un coin de miroir

Deux miroirs plans d'arête commune passant par O forment entre eux un angle α . Un rayon incident frappe l'un des miroirs puis se réfléchit sur l'autre. On note I et J les points d'incidence successifs, i et j les angles d'incidence correspondants.



1. Exprimer en fonction de i la déviation angulaire D_I du rayon lumineux lors de la réflexion en I . Puis exprimer D_J en fonction de j .

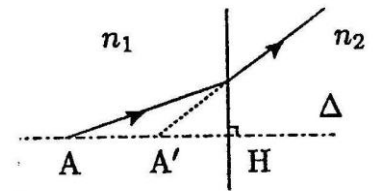
2. En considérant le triangle OIJ , établir la relation entre les angles i , j et α .

3. En déduire l'expression de la déviation totale D du rayon lumineux en fonction de α uniquement.

4. Que vaut la déviation D si les miroirs forment un angle droit ?

Exercice 8 : Dioptre plan

On considère un dioptre plan séparant deux milieux transparents d'indices $n_1 > n_2$. Une source ponctuelle A émet des rayons peu inclinés par rapport à l'axe Δ , orthogonal au dioptre. On note H le projeté orthogonal de A sur le dioptre. On souhaite démontrer que dans ces conditions le dioptre plan est un système optique stigmatique par réfraction.

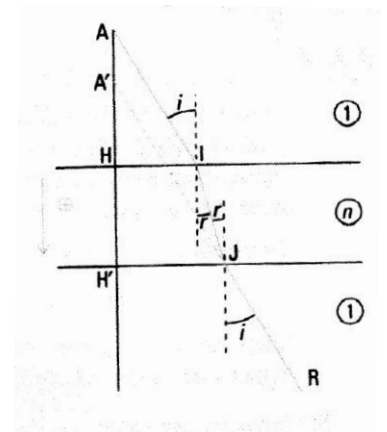


1. Pourquoi sait-on déjà que le dioptre plan est stigmatique par réflexion ?
2. Comme indiqué sur la figure, on considère un rayon lumineux issu de A. Le point A' est défini par l'intersection du prolongement du rayon réfracté et de l'axe Δ . En supposant que le dioptre est stigmatique, pourquoi peut-on dire que A' est nécessairement l'image de A ?
3. Etablir la relation entre les longueurs algébriques \overline{HA} et $\overline{HA'}$ en fonction des données. On rappelle que l'on se place dans le cas de rayons peu inclinés par rapport à l'axe Δ . En déduire que le dioptre plan est stigmatique dans ces conditions.

Exercice 9 : lame à faces parallèles

On considère une lame de verre à faces parallèles, d'épaisseur e et d'indice n , placée dans l'air. Une lame de verre n'est alors rien d'autre qu'une succession de deux dioptres plans.

1. Etablir que la direction du rayon transmis à travers la lame est égale à la direction d'incidence, par deux méthodes différentes.
2. Comme indiqué sur la figure, on considère un rayon lumineux issu de A. Le point A' est défini par l'intersection du prolongement du rayon émergent et de l'axe HH' . On se place dans le cas de rayons peu inclinés par rapport à l'axe HH' . En utilisant les résultats de l'exercice précédent, établir l'expression de $\overline{AA'}$ en fonction de n et e . En déduire que la lame est stigmatique dans ces conditions.
3. Exprimer la déviation latérale des rayons lumineux à la traversée de la lame, en fonction de n , e et i .



Exercice 10 : Observation d'un thermomètre à mercure

Un thermomètre à mercure est constitué d'un cylindre de verre creux contenant du mercure. R_{ext} et R_{int} sont les rayons extérieur et intérieur de ce cylindre. Un observateur, dont l'œil est assimilé à un point, est placé en O, situé à une distance d de l'axe du cylindre, et regarde ce thermomètre. On raisonnera dans le plan qui contient O et perpendiculaire à l'axe du cylindre.

1. Quelle est le diamètre angulaire (ou taille angulaire, c.f. cours) α_{ext} formé par le bord extérieur du thermomètre et vu par l'observateur ?
2. Quel est le diamètre angulaire apparent de la colonne de mercure vu par l'observateur ?
3. Dans quelles conditions l'observateur semble voir le mercure occuper tout le tube ?

Exercice 11 : Champ de vision avec un miroir plan

Un individu, dont les yeux se situent à une hauteur H , cherche à observer un arbre de hauteur h , situé devant lui à une distance D , par réflexion dans un miroir plan allongé sur le sol entre l'individu et l'arbre. Quelles doivent être les dimensions de ce miroir, et où doit-il être placé, pour pouvoir observer entièrement l'arbre dans le miroir ?