

Chap.5 – Circuits linéaires en régime sinusoïdal forcé

1. Lois de Kirchhoff en régime sinusoïdal forcé

2. Impédance d'un dipôle linéaire

- 2.1. L'impédance caractérise un dipôle en régime sinusoïdal forcé
- 2.2. Impédance des dipôles R, L et C
- 2.3. Associations d'impédances (série / parallèle)

3. Outils efficaces pour l'étude des circuits en régime sinusoïdal forcé

- 3.1. Ponts diviseurs
- 3.2. Un nouvel outil : Loi des nœuds en terme de potentiels (Théorème de Millman)

4. Retour sur le circuit RLC série en régime sinusoïdal forcé

- 4.1. Impédance du dipôle RLC - Amplitude complexe du courant
- 4.2. Amplitude complexe de la tension aux bornes de C

5. Commentaires sur l'intérêt de l'étude

- 5.1. Analyse de Fourier : décomposition d'un signal en une somme de signaux sinusoïdaux
- 5.2. Etude fréquentielle des circuits

Intro :

Dans ce chapitre, on va généraliser l'étude faite dans le cas du circuit RLC série, à tous les circuits linéaires. On s'intéresse au régime permanent de circuits linéaires quelconques soumis à une excitation sinusoïdale. Comme mentionné au chapitre précédent, toutes les grandeurs électriques du circuit sont alors sinusoïdales, de même pulsation que l'excitation.

Les lois et théorèmes de l'électrocinétique formulés en notation complexe, ainsi que la notion d'impédance, vont nous permettre d'étudier efficacement les circuits en régime sinusoïdal forcé, sans nécessairement établir d'équation différentielle (ouf !).

On terminera ce chapitre en mentionnant l'importance du régime sinusoïdal. *Contrairement aux apparences, cette étude est très générale, car elle peut s'appliquer en définitive à tout signal physique, grâce à l'analyse de Fourier.*

1. Lois de Kirchhoff en régime sinusoïdal forcé

On retiendra que la *loi des nœuds et la loi des mailles* se généralisent en notation complexe.

Il suffit de remplacer les tensions et courants réels par les tensions et courants complexes. Cela revient formellement « à rajouter une barre ». On pourra utiliser directement les relations entre amplitudes complexes.

2. Impédance d'un dipôle linéaire

On rappelle qu'un dipôle est dit *linéaire* si la relation entre le courant et la tension à ses bornes est une équation différentielle linéaire à coefficients constants. En régime sinusoïdal forcé, la notation complexe permet de simplifier cette relation, et de définir une nouvelle grandeur qui caractérise complètement le dipôle : l'impédance.

2.1. L'impédance caractérise un dipôle en régime sinusoïdal forcé

On considère un dipôle linéaire en régime sinusoïdal forcé. L'équation différentielle reliant le courant et la tension à ses bornes devient une équation algébrique en notation complexe.

On définit alors **l'impédance** $\underline{Z}$ (en ohms) du dipôle comme le rapport entre l'amplitude complexe de la tension $\underline{U}$ et l'amplitude complexe du courant $\underline{I}$:

$$\underline{Z} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\underline{U}}{\underline{I}}$$

L'impédance est donc un nombre complexe, qui ne peut dépendre que de la grandeur physique caractérisant le dipôle (par exemple la capacité C pour un condensateur) et de la pulsation ω de l'excitation.

On retiendra que l'on peut déduire deux informations de l'impédance d'un dipôle :

- **le module** de l'impédance donne **le rapport** $\frac{U}{I}$ **entre les amplitudes** (réelles) de la tension et du courant
- **l'argument** de l'impédance donne **le déphasage** $\Delta\varphi = \varphi_u - \varphi_i$ entre la tension et le courant

Connaissant les caractéristiques de la tension aux bornes du dipôle, on peut en déduire les caractéristiques du courant qui le traverse, et inversement. L'impédance constitue en quelque sorte la généralisation de la notion de résistance à tous les dipôles linéaires en régime sinusoïdal forcé.

On définit aussi **l'admittance** $\underline{Y}$ d'un dipôle linéaire en régime sinusoïdal forcé, comme l'inverse de l'impédance. L'admittance est en quelque sorte la généralisation de la notion de conductance à tous les dipôles linéaires en régime sinusoïdal forcé. Son module s'exprime en siemens (S).

2.2. Impédance des dipôles R, L et C

On retiendra *par cœur* l'expression de l'impédance des dipôles R, L et C. On prendra garde aux conventions d'orientation des tensions et courants, un signe « - » pouvant apparaître si l'on se place en convention générateur.

- Déterminer le dipôle équivalent à L (puis à C) à haute et basse fréquence

2.3. Associations d'impédances (série / parallèle)

Les règles d'association des **impédances en série et en parallèle** sont identiques à celles des résistances.

On notera que les règles d'associations d'impédances s'appliquent à *tout type de dipôles linéaires en régime sinusoïdal forcé*, tandis que les associations de résistance sont valables quelque soit le régime (dans le cadre de l'ARQS) et ne concernent que les résistances.

- Exprimer l'impédance du dipôle constitué par l'association série d'une résistance et d'une bobine.
- Quelles informations physiques peut-on déduire de cette expression ?

3. Outils efficaces pour l'étude des circuits en régime sinusoïdal forcé

3.1. Ponts diviseurs

Les formules des **ponts diviseurs** ont **la même forme** que celles vues en première période. Le pont diviseur de tension concerne des impédances en série, et le pont diviseur de courant concerne des impédances en parallèle.

On notera que les formules des ponts diviseurs s'appliquent à *tout type de dipôles linéaires en régimes sinusoïdal forcé*, tandis que les formules vues en première période ne s'appliquent qu'à des associations de résistances et sont valables en régime quelconque (dans le cadre de l'ARQS).

Comme en première période, on prendra garde à orienter convenablement les tensions et les courants pour utiliser efficacement ces formules.

- Déterminer la tension aux bornes de C dans un circuit RC série alimentés par une entrée sinusoïdale
- Application : exo2 TD5

3.2. Un nouvel outil : Loi des nœuds en terme de potentiels (Théorème de Millman)

On rappelle que pour utiliser la notion de potentiel, *il faut d'abord définir une référence de potentiel*. On fixe arbitrairement le potentiel d'un point du circuit à 0 V : *c'est la masse du circuit*.

*Le **Théorème de Millman** est simplement une **loi des nœuds** exprimée en fonction des potentiels des nœuds. Il permet d'exprimer le potentiel d'un nœud en fonction des « potentiels environnants ».*

Si le nœud considéré est entouré de résistances, ce théorème est valable pour tout régime (cadre ARQS). La méthode : il suffit d'écrire la loi des nœuds en un nœud du circuit, et de l'exprimer en fonction des potentiels des points environnants.

- Application : exo13 et exo14 TD5 (en notation réelle)

En régime sinusoïdal forcé, les potentiels varient sinusoïdalement avec le temps. On peut donc définir le potentiel complexe d'un point du circuit, et l'amplitude complexe associée.

On retiendra que **le Théorème de Millman** se généralise en notation complexe.

- Application : exo3 TD5

4. Retour sur le circuit RLC série en régime sinusoïdal forcé

On refait l'étude du chapitre précédent... mais sans passer par les équations différentielles.

4.1. Impédance du dipôle RLC - Amplitude complexe du courant

- Etablir l'expression de l'impédance du dipôle RLC série
- En déduire l'amplitude complexe du courant dans le circuit
- Retrouver rapidement les comportements du courant à HF, BF (dipôles équivalents L et C)
- Quelle est l'impédance du circuit RLC à la résonance en intensité ?

4.2. Amplitude complexe de la tension aux bornes de C

- Sans avoir recours aux équations différentielles, et sans utiliser le résultat précédent, établir l'expression de l'amplitude complexe de la tension aux bornes de C.
- Retrouver rapidement les comportements de cette tension à HF, BF

5. Commentaires sur l'intérêt de l'étude

L'étude des circuits en régime sinusoïdal forcé peut sembler restrictive. Pourquoi s'intéresser à la réponse du circuit soumis à une excitation sinusoïdale ? Pourquoi pas une excitation en créneaux, en triangle, ou tout simplement une excitation quelconque ?

Contrairement aux apparences, *l'étude en régime sinusoïdal est très générale*. Elle permet en réalité d'étudier la réponse d'un circuit linéaire à une excitation périodique (et même une excitation quelconque).

5.1. Analyse de Fourier : décomposition d'un signal en une somme de signaux sinusoïdaux

Cette importance conférée à l'étude des signaux sinusoïdaux est la conséquence d'un résultat mathématique excessivement important en physique :

*Tout signal périodique peut être décomposé en **une somme de signaux sinusoïdaux***

Ces notions mathématiques ont été introduites au début du XIX^e par le physicien et mathématicien Joseph Fourier, lors de ses travaux sur la propagation de la chaleur (au programme de spé). Lorsque l'on décompose un signal en ses composantes sinusoïdales, on parle d'*analyse harmonique*, ou *analyse de Fourier*.

Elle s'applique à de très nombreux domaines de la physique : électronique, étude du son, optique, ondes mécaniques, etc. L'analyse de Fourier est un outil de base abondamment utilisé dans les télécommunications (TV, radio, internet, téléphonie...).

Seule la décomposition des signaux périodiques est au programme des classes prépa : on parle de *décomposition en série de Fourier*. En physique de sup, aucun calcul n'est exigible, seule la compréhension physique de cette décomposition est à connaître :

- Repérer dans l'expression mathématique de cette décomposition :
 - la « composante de rang n » ou « harmonique de rang n »
 - la fréquence et l'amplitude de l'harmonique de rang n
 - la « composante continue »
 - le « fondamental »

5.2. Etude fréquentielle des circuits

Pour étudier la réponse d'un circuit électrique à une excitation, on peut adopter deux points de vues :

- une étude « temporelle » : cela consiste à établir une équation différentielle en fonction du temps. La solution de cette ED donne le signal de sortie en fonction du temps
- une étude « fréquentielle » : cela consiste à décomposer l'excitation en une somme de sinusoïdes, et d'étudier la réponse du circuit pour chacune des harmoniques de l'excitation.

Le deuxième point de vue est particulièrement adapté à l'étude des filtres.

Notions clefs

Savoirs :

- Définition de l'impédance + information physique donnée par module et l'argument
- Expression des impédances de R, L et C
- Lois et théorèmes de l'électrocinétique en notation complexe
- Intérêt et généralité de l'étude des circuits en régime sinusoïdal forcé, grâce à l'analyse de Fourier

Savoirs faire :

- Etablir l'expression d'une amplitude complexe à l'aide de la notion d'impédance et des théorèmes d'électrocinétique *en notation complexe* - sans chercher à établir au préalable l'ED en notation réelle.
- Utiliser le Théorème de Millman (pas de formule toute faite en sup, repasser par la loi des nœuds)
- Ecrire la décomposition de Fourier d'un signal périodique + nommer les termes (aucun calcul exigible)