Chap.1 – Cinématique des fluides

Intro :

En première année, les fluides ont été étudiés au repos. La loi essentielle était la relation fondamentale de la statique, qui traduisait simplement la RFD au repos appliquée à un volume élémentaire de fluide.

Ce nouveau chapitre est le premier de la mécanique des fluides en mouvement. Comme en mécanique du point, on commence par décrire le mouvement du fluide, sans se préoccuper des causes du mouvement. On ne parlera donc pas ici des forces, on se limite à une étude cinématique.

1. Description d'un fluide en mouvement

1.1. Description lagrangienne – Description eulérienne

Deux points de vue sont possibles pour décrire l'écoulement d'un fluide. Si l'on regarde couler une rivière :

- un observateur peut suivre des yeux une feuille à la surface de l'eau (point de vue lagrangien)
- un observateur peut aussi regarder fixement une zone de la rivière et voir passer la feuille quand elle traverse son champ de vue (point de vue eulérien)

Dans les deux cas, on décrit le fluide à l'échelle mésoscopique : système = volume élémentaire de fluide $d\tau$.

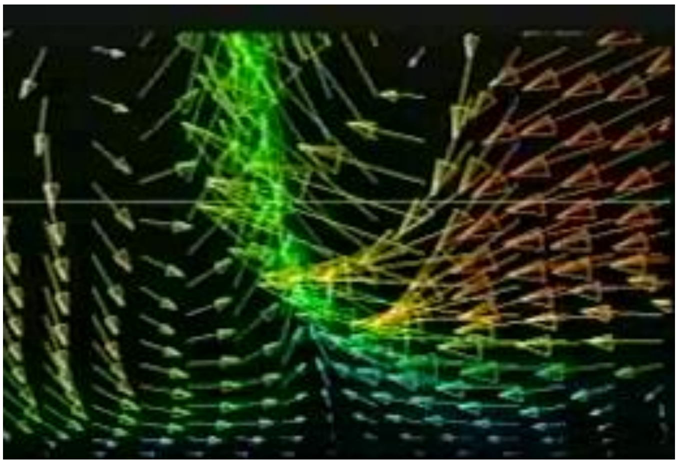
Description lagrangienne :

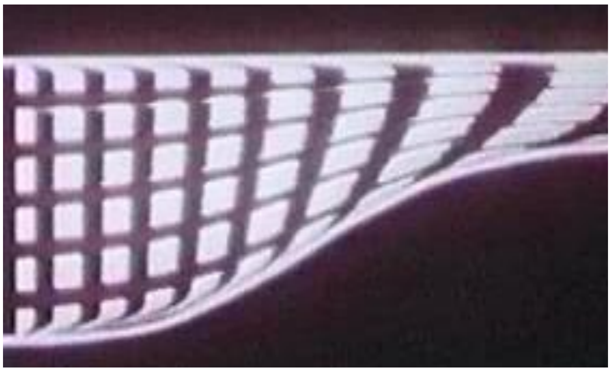
- on découpe le fluide en volumes élémentaires, chacun étant un système ***fermé***. Ainsi, ces volumes sont de masse constante et sont mobiles. On les nomme ***« particule de fluide »***
- on associe un observateur à chacune, son regard suit la particule au cours du temps
- les coordonnées d'espace $\vec{R} = [X(t), Y(t), Z(t)]$ représentent la position d'une particule de fluide et sont donc des fonctions du temps
- c'est le même point de vue que la mécanique du point
- on connaît l'écoulement lorsque l'on connaît position $\vec{R}(t)$ et vitesse $\vec{V}(t)$ de chaque particule de fluide

Description eulérienne :

- on découpe le fluide en volumes élémentaires immobiles, chacun est donc un système ***ouvert***
- on associe un observateur à chacun de ces volumes, qui ***regarde fixement*** ce qui s'y trouve à l'instant t
- les coordonnées $\vec{r} = [x, y, z]$ représentent la position de ces volumes, et ***ne dépendent donc pas du temps***
- on connaît l'écoulement lorsque l'on connaît *le champ des vitesses* $\vec{v}(\vec{r}, t)$

La description lagrangienne est intuitive, et les lois de la mécanique sont connues dans le cas lagrangien.
La description eulérienne est plus pratique pour décrire les fluides expérimentalement et mathématiquement.
Par la suite, ***on écrira eulérien en pensant lagrangien*** !





1.2. Lien mathématique entre vitesse eulérienne et vitesse lagrangienne

En utilisant le concept de champ, la description eulérienne peut sembler un peu abstraite. Pour la rendre concrète, il suffit de pouvoir faire le lien avec la description lagrangienne, plus intuitive. Mathématiquement cela donne :

$$\vec{V}(t) = \vec{v}(\vec{R}(t), t)$$

Il suffit donc simplement d'évaluer le champ des vitesses à l'endroit où se trouve la particule de fluide pour en déduire la vitesse lagrangienne de cette dernière.

1.3. Trajectoire – Ligne de courant – Tube de courant

Définition de la trajectoire d'une particule de fluide *(lagrangien)*

*C'est **l'ensemble des positions occupées** successivement par la particule de fluide au cours du temps.*

C'est la même définition que dans le cas d'un point matériel.

Définition d'une ligne de courant *(eulérien)*

***Définie à un instant t donné**, c'est la **courbe tangente** en chacun de ses points au **champ des vitesses**.*

C'est simplement une *ligne de champ* (cf. cours de magnétisme de PCSI) du champ des vitesses.
Etant données ces deux définitions, il n'y a aucune raison pour que trajectoire et ligne de courant puissent s'identifier. *Ce n'est vrai que dans le cas d'un écoulement stationnaire*.

Définition d'un tube de courant

***Défini à un instant t donné**, c'est l'ensemble des **lignes de courant qui s'appuient sur un contour fermé**.*
*D'une certaine manière, cela permet de définir des « **conduites virtuelles** » au sein d'un écoulement.*

1.4. Remarque : distinguer vitesse du fluide et vitesse des molécules

Bien que l'on ne s'intéressera presque jamais à l'échelle microscopique, il convient de bien distinguer la vitesse du fluide (observable à l'échelle méso-macro) de la vitesse des molécules constitutives du fluide à l'échelle microscopique.

Lien entre vitesse du fluide et vitesse des molécules

La vitesse du fluide, définie sur un volume $d\tau$ à l'échelle mésoscopique,
*est la **moyenne statistique** des vitesses microscopiques des molécules situées dans le volume $d\tau$.*
*Il est essentiel **de ne pas confondre** cette vitesse moyenne et la vitesse d'une molécule considérée isolément.*

Concrètement : dans le cas d'un fluide en mouvement macroscopique, il est clair que la vitesse d'écoulement du fluide ***n'est pas du même ordre de grandeur*** que la vitesse des molécules à l'échelle microscopique :
- la première est de l'ordre du $m.s^{-1}$
- la seconde est dominée par l'agitation thermique, et de l'ordre de qq $100\, m.s^{-1}$ en se référant à la formule $\langle E_{c_{translation}} \rangle = \frac{3}{2} k_B T$ du cours Gaz Parfait de PCSI

2. Dérivée particulaire d'un champ eulérien

2.1. Dérivée particulaire du champ de masse volumique (champ scalaire)

On s'intéresse à la variation temporelle de la masse volumique d'une particule de fluide (lagrangien), mais en l'écrivant en fonction du champ (eulérien) de masse volumique $\rho(\vec{r}, t)$.

Définition de la dérivée particulaire

$$\frac{D\rho}{Dt} \stackrel{\text{def}}{=} \lim_{dt \to 0} \left(\frac{\rho(\vec{r} + \vec{v}dt, t + dt) - \rho(\vec{r}, t)}{dt} \right)$$

- ❖ Faire un dessin de la particule de fluide aux instant t et $t + dt$ pour comprendre cette définition
- ❖ Se placer en coordonnées cartésiennes, et en déduire l'expression ci-dessous

<u>Expression de la dérivée particulaire du champ de masse volumique</u>

$$\frac{D\boldsymbol{\rho}}{D\boldsymbol{t}} = \frac{\partial \boldsymbol{\rho}}{\partial \boldsymbol{t}} + (\vec{\boldsymbol{v}} \cdot \overrightarrow{\boldsymbol{grad}})\boldsymbol{\rho}$$

<u>Remarque</u> : Il est impératif de savoir exprimer *le nouvel opérateur* $(\vec{v} \cdot \overrightarrow{grad})$ en coordonnées cartésiennes.

2.2. <u>Dérivée particulaire du champ des vitesses (champ vectoriel)</u>

<u>Définition du champ des accélérations</u>

$$\vec{a}(\vec{r},t) \overset{\text{def}}{=} \frac{D\vec{v}}{Dt}$$

- ❖ Quelle information concrète sur le fluide (en lagrangien donc) nous donne le champ d'accélération ?

<u>Expression de la dérivée particulaire du champ des vitesses</u>

$$\frac{D\vec{\boldsymbol{v}}}{D\boldsymbol{t}} = \frac{\partial \vec{\boldsymbol{v}}}{\partial \boldsymbol{t}} + (\vec{\boldsymbol{v}} \cdot \overrightarrow{\boldsymbol{grad}})\vec{\boldsymbol{v}}$$

<u>Remarque</u> : Le *nouvel opérateur* $(\vec{v} \cdot \overrightarrow{grad})$ n'est pas le même que précédemment, car il s'applique à un vecteur, et non plus à un scalaire. Il est impératif de savoir exprimer cet opérateur en coordonnées cartésiennes.

<u>Remarque</u> : Relation utile pour les prochains chapitres, mais pas exigible :

$$(\vec{v} \cdot \overrightarrow{grad})\vec{v} = \overrightarrow{grad}\left(\frac{v^2}{2}\right) + \overrightarrow{rot}(\vec{v}) \wedge \vec{v}$$

2.3. <u>Signification physique des différents termes</u>

On parle de « ***dérivée particulaire*** » car la variation temporelle du paramètre considéré est étudiée *en lagrangien*, donc *du point de vue de la <u>particule</u> de fluide*. La notation $\boldsymbol{D/Dt}$ au lieu de d/dt rappelle simplement que cette variation temporelle est exprimée avec un champ eulérien (on « pense » lagrangien et on « écrit » eulérien).

Le terme $\boldsymbol{\partial/\partial t}$ est appelé « ***dérivée locale*** » car elle provient de la variation temporelle du champ eulérien toujours au même point (localement, sans suivre les particules de fluide)

Le terme $(\vec{\boldsymbol{v}} \cdot \overrightarrow{\boldsymbol{grad}})$ est appelé « ***dérivée convective*** » car elle provient du déplacement de la particule de fluide à travers un champ de vitesse inhomogène ('convection' = déplacement macroscopique de fluide).

- ❖ Savoir expliquer qualitativement la signification de ces deux termes d'accélération par analogie avec le transport de valises sur une succession de tapis roulants
- ❖ Savoir expliquer qualitativement la signification de ces deux termes par analogie avec la mesure de température de l'air par un parachutiste tenant un thermomètre

3. <u>Débit – Débit surfacique</u>

3.1. <u>Débit de masse à travers une surface – Flux de $\rho\vec{v}$</u>

- ❖ Rappeler la définition du débit de masse, et du vecteur densité de courant associé
- ❖ Rappeler la relation entre le débit et la masse qui a traversé la surface pendant une durée $(t_2 - t_1)$
- ❖ Rappeler la relation entre le vecteur débit surfacique et le champ eulérien des vitesses
- ❖ Rappeler la signification d'un débit de masse négatif

3.2. Débit de volume à travers une surface – Flux de $\vec{v}$

Par analogie avec le transport de masse :

- Donner la définition du débit de volume, et du vecteur densité de courant associé
- Donner la relation entre le débit et le volume qui a traversé la surface pendant une durée $(t_2 - t_1)$
- Donner la relation entre le vecteur débit surfacique et le champ eulérien des vitesses

3.3. Tout débit est le flux d'une densité de courant

***Définition de la densité de courant** associé à un débit*

En physique, un débit peut toujours être écrit comme étant le flux d'un certain vecteur.
*Ce vecteur s'appelle **densité de courant**, et est noté $\vec{j}$:*

$$\boldsymbol{D\acute{e}bit} \stackrel{\text{def}}{=} \iint_{\boldsymbol{Surface}} \vec{\boldsymbol{j}} \cdot \overrightarrow{\boldsymbol{dS}}$$

Vocabulaire

- ***Un débit de « truc »** représente la quantité de « truc » qui traverse une surface par unité de temps (Unité : $\boldsymbol{truc.s^{-1}}$)*

- ***La densité de courant de « truc »** associée représente le **débit surfacique** (débit par unité de surface) (Unité : $\boldsymbol{truc.s^{-1}.m^{-2}}$)*

Lien entre débit surfacique et champ eulérien des vitesses

Un fluide en mouvement transporte de nombreuses grandeurs.
Les débits surfaciques associés à une grandeur « truc » s'écrivent :

$$\vec{\boldsymbol{j}}_{\boldsymbol{truc}} = \boldsymbol{\rho_{truc}}\, \vec{\boldsymbol{v}}$$

4. Ecoulements stationnaires – Ecoulements incompressibles

4.1. Ecoulement stationnaire : conservation du débit de masse

Définition du régime stationnaire

*En régime **stationnaire**, toutes les grandeurs d'un **système ouvert sont indépendantes du temps**.*
*De plus, tous les **champs sont indépendants du temps**.*

Propriété : conservation du débit de masse le long d'un tube de courant
(équation intégrale, puis locale)

Soient deux sections quelconques S_1 (située en x_1) et S_2 (en x_2) d'une conduite :

$$\boldsymbol{D_m(x_1) = D_m(x_2)}$$

L'écriture équivalente, mais locale (i.e. écrite en un point) :

$$\boldsymbol{div(\rho\vec{v}) = 0}$$

*C'est **la loi des nœuds** pour le transport de masse.*
*On dit aussi que **$\rho\vec{v}$ est à flux conservatif** : son flux est le **même en toute section** d'une conduite.*

Remarque : On pourra trouver « régime permanent » dans un énoncé pour signifier « régime stationnaire ». C'est un abus de langage. Régime permanent s'oppose à régime transitoire : il apparaît lorsque le régime transitoire s'est amorti (il existe des situations d'instabilité où le régime transitoire ne s'amortit pas, mais on rencontrera peu cette situation). Souvent le régime permanent est stationnaire, mais il peut aussi être sinusoïdal (cf. RSF étudié en PCSI).

4.2. *Fluide* incompressible et homogène (= liquide monophasé) : conservation du débit de volume

- Rappeler la définition d'un fluide incompressible et homogène. Quelle conséquence pour la masse volumique du fluide, sachant qu'on ne s'intéresse pas aux effets thermiques (dilatation) ?
- A partir de l'équation locale de conservation de la masse, établir les propriétés ci-dessous (équation locale d'abord, puis équation intégrale)
- Démontrer ensuite le corollaire

Propriété : conservation du débit de volume le long d'un tube de courant
(équation intégrale, puis locale)

Soient deux sections quelconques S_1 (située en x_1) et S_2 (en x_2) d'une conduite :
$$\boldsymbol{D_V(x_1) = D_V(x_2)}$$

L'écriture équivalente, mais locale (i.e. écrite en un point) :
$$\boldsymbol{div(\vec{v}) = 0}$$

C'est ***la loi des nœuds*** *pour le transport de volume.*
On dit aussi que $\vec{v}$ ***est à flux conservatif*** *: son flux est le* **même en toute section** *d'une conduite.*

Corollaire :
Le ***rétrécissement du tube de courant*** *entraîne une* **augmentation de la vitesse** *de l'écoulement.*
Le ***resserrement des lignes de champ*** *aussi.*

4.3. *Ecoulement* incompressible (= gaz tq $v^2 \ll c^2$) : conservation du débit de volume

Comment réaliser un écoulement incompressible ?

- *Ecoulement d'un* ***liquide*** *(fluide incompressible)*
- *Ecoulement* ***lent d'un gaz****, i.e.* $\boldsymbol{\frac{v^2}{c^2} \ll 1}$ *: la vitesse d'écoulement est très faible devant la célérité du son dans le gaz*. C'est une ARQS mécanique (écoulement d'air autour d'une voiture p.e.)

Même propriété que pour un fluide incompressible !

$$\boldsymbol{D_V(x_1) = D_V(x_2)}$$
$$\boldsymbol{div(\vec{v}) = 0}$$

Remarque culturelle :

Définition écoulement incompressible : Un écoulement est incompressible si le volume d'une particule de fluide reste constant au cours du mouvement. Mathématiquement, cela s'écrit $\frac{\mathrm{D}\rho}{\mathrm{Dt}} = 0$. Cette propriété est indépendante du référentiel.

- ✪ Démontrer l'équation locale de la conservation du débit de volume, à partir de l'équation locale de conservation de la masse, et de la formule d'analyse vectorielle : $div(\rho\vec{v}) = \rho div(\vec{v}) + \vec{v} \cdot \overrightarrow{grad}(\rho)$ (ne pas la retenir). Puis en déduire la version intégrale, grâce au théorème de flux-divergence.

4.4. Loi des nœuds en mécanique des fluides

Nous avons vu à plusieurs reprises la notion de « débit conservatif » :
- débit de masse, ou débit de volume en mécanique des fluides
- débit d'énergie thermique (flux thermique, puissance thermique) en diffusion

Cela signifie que le débit en question est le même en toute section d'une conduite (ou d'un barreau en thermique).

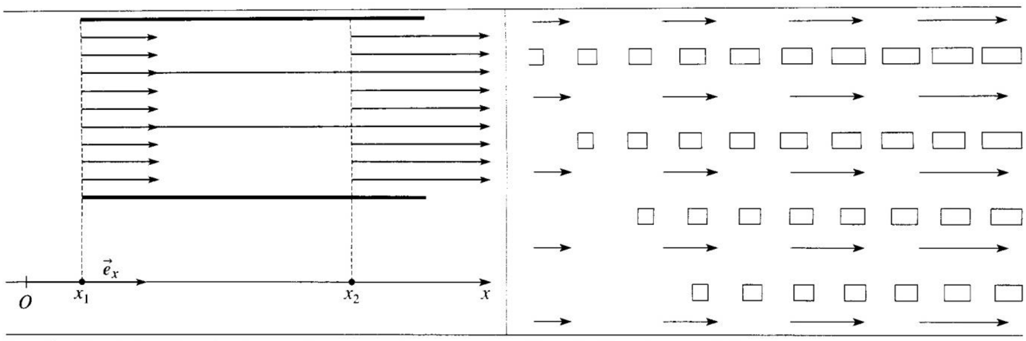
S'il existe un « nœud », i.e. point de croisement de plusieurs conduites, alors la conservation du débit s'écrit comme la loi des nœuds en élec : la somme des débits entrants est égale à la somme des débits sortants.

4.5. *(Culturel)* Interprétation physique de $div(\vec{v})$

Une tuyère est une conduite placée à l'arrière d'un moteur produisant des gaz de combustion chauds. Un écoulement dans une tuyère peut être modélisé simplement par $\vec{v} = v_0\left(1 + \frac{x}{L}\right)\overrightarrow{e_x}$. Le champ des vitesses et la visualisation de la « dilatation » d'une particule de fluide sont représentés ci-dessous.

✪ A t, on considère une particule de section S, dont la frontière gauche se situe en $x = 0$, et la frontière droite en $x = d$. Calculer en $t + dt$ le volume de cette particule. En déduire l'expression de l'accroissement relatif de volume de la particule.

✪ Calculer $div(\vec{v})$ en $x = 0$ et montrer qu'il s'identifie à l'accroissement relatif de volume par unité de temps.



Doc. 2a. *Simulation d'un écoulement dans une tuyère.* **Doc. 2b.** *Visualisation de la dilatation d'une cellule.*

NB : $div(\vec{v})$ est une *mesure de l'accroissement relatif de volume par unité de temps d'une particule de fluide*

5. Ecoulements tourbillonnaires – Ecoulements potentiels

5.1. Circulation d'un champ vectoriel le long d'une courbe orientée

Courbe orientée
Soit une courbe Γ de l'espace 3D. C'est une figure géométrique unidimensionnelle, une « ligne » pas nécessairement rectiligne. Pour orienter cette courbe, et définir ainsi une *courbe orientée*, il faut se donner un *sens de parcours* le long de cette courbe.

Localement, en un point *M* sur cette courbe, le sens de parcours est donné par le vecteur *déplacement élémentaire* $\overrightarrow{d\ell}$: c'est un vecteur unitaire, localement tangent à la courbe au point *M*. Si l'on se donne un point *O* quelconque dans l'espace pour repérer la position du point *M* : $\overrightarrow{d\ell} = \overrightarrow{dOM}$. Ce vecteur représente le déplacement élémentaire du point *M* le long de cette courbe :
- sa direction est celle de la tangente à la courbe en *M*
- son sens défini le sens de parcours le long de la courbe

On choisit bien-sûr un sens de parcours identique tout le long de la courbe Γ.

Circulation d’un champ vectoriel le long d’une courbe orientée

Soit une courbe orientée *Γ*. Soit un champ vectoriel $\vec{V}(M)$ défini en tout point de cette courbe.

Définition de la circulation élémentaire d’un champ vectoriel $\vec{V}$ en un point M d’une courbe orientée

$$\delta C \overset{\text{def}}{=} \vec{V} \cdot \overrightarrow{d\ell}$$

La circulation élémentaire du champ vectoriel au point *M* est un scalaire algébrique :

- si la composante du champ le long de la courbe est orientée dans le même sens que la courbe, la circulation élémentaire est positive ;
- sinon la circulation élémentaire est négative ;
- si le champ est localement orthogonal à la courbe, la circulation élémentaire est nulle.

Définition de la circulation C du champ $\vec{V}$ le long de la courbe orientée Γ

C’est la somme des circulations élémentaires le long de le courbe, *selon son sens d’orientation* :

$$\boldsymbol{C} \overset{\text{def}}{=} \int_{\Gamma} \vec{\boldsymbol{V}} \cdot \overrightarrow{\boldsymbol{d\ell}}$$

Si la courbe orientée est une ***courbe fermée***, on note la circulation du champ : $C = \oint_{\Gamma} \vec{V} \cdot \overrightarrow{d\ell}$

5.2. Orientation d’une surface s’appuyant sur un contour fermé orienté

On sait orienter une surface et un contour fermé. Lorsque l’on considère une surface (ouverte) s’appuyant sur un contour fermé, on choisit conventionnellement ***d’associer les orientations du contour et de la surface***.

L’orientation d’une surface (ouverte) s’appuyant sur un contour fermé
est conventionnellement **associée** *à l’orientation du contour* **par la règle de la main droite.**

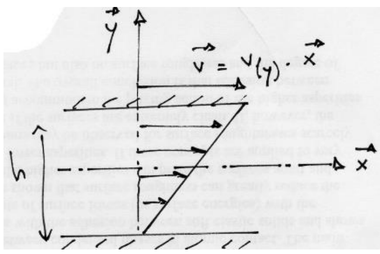
5.3. Interprétation du rotationnel : Théorème de circulation-rotationnel (Stokes)

Soit un ***contour fermé orienté*** (**Γ**). Soit ***S*** une surface quelconque ***s’appuyant sur ce contour***. La circulation d’un champ vectoriel sur le contour est directement reliée au flux du rotationnel de ce champ à travers la surface ***S***.

Théorème de Stokes

$$\oint_{\Gamma} \vec{\boldsymbol{V}} \cdot \overrightarrow{\boldsymbol{d\ell}} = \iint_{S} \overrightarrow{\boldsymbol{rot}}(\vec{\mathbf{V}}) \cdot \overrightarrow{\mathbf{dS}}$$

Ce théorème nous permet d’interpréter physiquement la signification du rotationnel d’un champ vectoriel. Connaissant le rotationnel en un point de l’espace, on peut dessiner en ce point une surface élémentaire orthogonale au rotationnel et en déduire la façon dont le champ $\vec{\boldsymbol{V}}$ circule sur le contour de cette surface.



Exemple : Un écoulement de Couette est provoqué par la mise en mouvement d’une paroi entourant le fluide, ici la paroi supérieure. L’écoulement est décrit par un champ $\vec{\boldsymbol{v}} = \frac{\boldsymbol{V_0}}{\boldsymbol{h}} \boldsymbol{y}\, \overrightarrow{\boldsymbol{e_x}}$ où $\boldsymbol{V_0}$ est la vitesse de la paroi supérieure, la paroi inférieure étant immobile.

- ❖ Dessiner un contour rectangulaire orienté entre les altitudes $\boldsymbol{y_1}$ et $\boldsymbol{y_2}$. Calculer la circulation sur ce contour (***Deux méthodes*** *:* $\overrightarrow{d\ell} = \pm d\ell \overrightarrow{e_x}$ ou $\overrightarrow{d\ell} = dx \overrightarrow{e_x}$)
- ❖ Calculer $\overrightarrow{\boldsymbol{rot}}(\vec{\boldsymbol{v}})$ en tout point intérieur à ce contour, puis calculer son flux à travers la surface dessinée par le contour. Vérifier que sur cet exemple simple le Théorème de Stokes est vérifié.

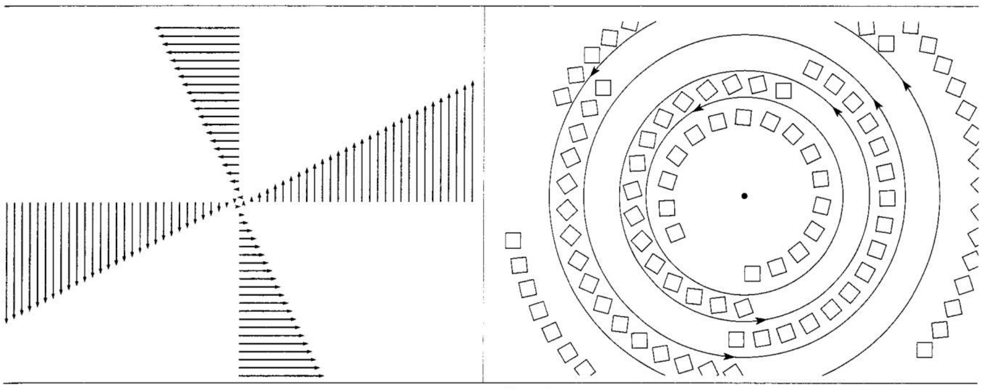
5.4. *(Culturel)* Interprétation physique de $\overrightarrow{rot}(\vec{v})$: vecteur tourbillon

Dans le cas de l'écoulement de Couette (paragraphe précédent), on peut dessiner une particule de fluide initialement carrée à un instant ultérieur $t + dt$.

✪ Vérifier, en dessinant les diagonales de la particule, que la particule a bien tendance à tourner sur elle-même dans le sens indiqué par $\overrightarrow{rot}(\vec{v})$

Un écoulement dans l'œil d'une tornade peut être modélisé simplement par le champ des vitesses représenté ci-dessous : $\vec{v} = Ar\overrightarrow{e_\theta}$ en coordonnées polaires. La rotation sur elle-même d'une particule de fluide est représentée.

✪ A l'aide de l'annexe d'analyse vectorielle, calculer le rotationnel du champ des vitesses
✪ Vérifier qu'il est proportionnel au vecteur vitesse angulaire (à définir par analogie avec méca du solide)



Doc. 3a. *Visualisation du champ des vitesses d'un écoulement dans l'œil d'une tornade.*

Doc. 3b. *Mise en évidence des transformations d'une cellule lors de cet écoulement. La cellule « tourne » sans déformation.*

NB : le vecteur tourbillon $\vec{\Omega} = \frac{1}{2}\overrightarrow{rot}(\vec{v})$ *mesure la rotation locale du fluide.*

5.5. Ecoulement irrotationnel : existence d'un potentiel des vitesses

Définition écoulement irrotationnel

*Un écoulement est **irrotationnel** si $\overrightarrow{\boldsymbol{rot}}(\vec{\boldsymbol{v}}) = \vec{\mathbf{0}}$ en tout point.*

Propriété : existence d'un potentiel des vitesses

*Il **existe un champ scalaire** $\boldsymbol{\psi}(\vec{\boldsymbol{r}}, \boldsymbol{t})$ tel que : $\vec{\boldsymbol{v}} = \overrightarrow{\boldsymbol{grad}}(\boldsymbol{\psi})$.*
*Un **écoulement irrotationnel** est donc aussi appelé **écoulement potentiel**.*

✪ Faire le lien avec l'existence d'une énergie potentielle pour les forces conservatives (PCSI)

NB : Le caractère (ir)rotationnel de l'écoulement dépend du référentiel.

La partie intitulée « **Mécanique des fluides** » est conçue comme une initiation de telle sorte que de nombreux concepts sont introduits de manière élémentaire. Toute extension du programme vers les cours spécialisés doit être évitée : par exemple l'approche lagrangienne, la fonction de courant, le potentiel complexe, l'étude locale du champ des vitesses, la relation de Bernoulli pour des écoulements compressibles ou instationnaires, le théorème de Reynolds et le théorème d'Euler sont hors programme.
L'apprentissage de la mécanique des fluides contribue à la maîtrise progressive des opérateurs d'analyse vectorielle qui sont utilisés par ailleurs en thermodynamique et en électromagnétisme. Quel que soit l'ordre dans lequel le professeur choisit de présenter ces parties, il convient d'introduire ces opérateurs en insistant sur le contenu physique sous-jacent. En outre, la recherche de lignes de courants est traitée exclusivement à l'aide d'outils numériques.

Notions et contenus	Capacités exigibles
4.3. Mécanique des fluides	
4.3.1. Description d'un fluide en mouvement	
Champ eulérien des vitesses. Lignes de champ. Tubes de champ.	Définir et utiliser l'approche eulérienne.
Écoulement stationnaire.	Discuter du caractère stationnaire d'un écoulement en fonction du référentiel d'étude.
Dérivée particulaire de la masse volumique. Écoulement incompressible.	Établir l'expression de la dérivée particulaire de la masse volumique. Utiliser l'expression de la dérivée particulaire de la masse volumique pour caractériser un écoulement incompressible.
Débit massique. Débit volumique.	Définir le débit massique et l'écrire comme le flux du vecteur densité de courant de masse à travers une surface orientée. Définir le débit volumique et l'écrire comme le flux du champ de vitesse à travers une surface orientée.
Équation locale de conservation de la masse.	Établir l'équation locale de conservation de la masse dans le seul cas d'un problème unidimensionnel en géométrie cartésienne. Citer et utiliser une généralisation admise en géométrie quelconque à l'aide de l'opérateur divergence et son expression fournie.
Caractérisation d'un écoulement incompressible par la divergence du champ des vitesses.	Traduire localement, en fonction du champ de vitesses, le caractère incompressible d'un écoulement.
Dérivée particulaire du champ de vitesse : terme local ; terme convectif.	Associer la dérivée particulaire de la vitesse à l'accélération de la particule de fluide qui passe en un point. Utiliser l'expression de l'accélération, le terme convectif étant écrit sous la forme (**v.grad**) **v.** Utiliser l'expression fournie de l'accélération convective en fonction de **grad** ($v^2/2$) et **rot v** x **v**.

Écoulement irrotationnel défini par la nullité du rotationnel du champ des vitesses en tout point ; potentiel des vitesses.	Traduire localement, en fonction du champ de vitesses, le caractère irrotationnel d'un écoulement et en déduire l'existence d'un potentiel des vitesses.

Rotationnel.	Citer et utiliser le théorème de Stokes. Exprimer le rotationnel en coordonnées cartésiennes.
Opérateur **b.grad**.	Exprimer la différentielle d'un champ de vecteurs à une date fixée. Exprimer les composantes de (**b.grad**)**a** en coordonnées cartésiennes.