# Bilans macroscopiques Chap.3 – Bilans d’énergie

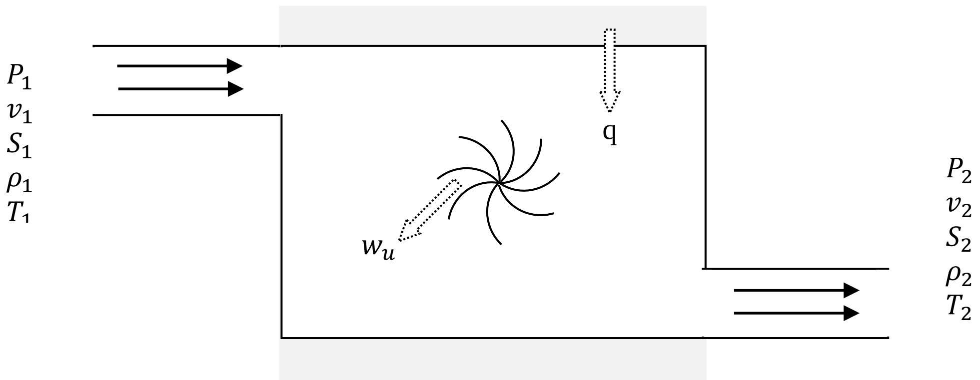


Intro : On présente ici les ***deux principes de la thermodynamique*** énoncés pour des ***systèmes ouverts en régime stationnaires***. Enoncés ainsi, ils sont particulièrement adaptés à l’étude des machines thermiques. On profite de l’occasion pour énoncer le TEM pour des systèmes ouverts en régime stationnaire. L’expression est très similaire à celle du premier principe, sans les termes thermiques.

## 1. Expression des deux principes de la thermo pour un écoulement stationnaire

### 1.1. Présentation du dispositif

Le schéma-modèle pour établir l’expression des principes de la thermodynamique en écoulement stationnaire est une cavité dans laquelle pénètre le fluide à l’entrée et en sort à la sortie. Dans le cas général, il peut y avoir plusieurs entrées et plusieurs sorties, mais nous pouvons les regrouper ici en une seule entrée et une seule sortie. En amont et en aval de la cavité, les grandeurs intensives (les champs) sont considérés uniformes : l’écoulement est « simple ». A l’intérieur de la cavité, l’écoulement est en général « complexe » (turbulences etc.).




Dans cette cavité, il peut y avoir :

- l’hélice d’une pompe, elle donne de l’énergie au fluide
- ou une turbine, elle prélève de l’énergie au fluide

Cette hélice apporte *algébriquement* un travail mécanique nommé ***travail utile*** ou ***travail indiqué***.

- par unité de temps, on parle de ***puissance utile*** ou ***puissance indiquée***
- par unité de masse, on parle de ***travail massique utile*** ou ***travail massique indiqué***

Cette cavité peut aussi être en contact avec une source de chaleur, qui lui apporte *algébriquement* un transfert thermique. Comme pour le travail indiqué, ce transfert thermique peut être exprimé :

- par unité de temps (puissance thermique)
- ou par unité de masse (transfert thermique massique)

Remarque : En écoulement stationnaire, on rappelle que le débit de masse est conservatif le long d'un tube de courant. Il est alors intéressant d'exprimer les grandeurs physiques par unité de masse car il suffit de les multiplier par le débit de masse pour obtenir des grandeurs homogènes à une puissance. Une fois le débit désiré fixé, on sait quelle puissance est consommée (cas d'une pompe) ou fournie (cas d'une turbine) à l'hélice située dans la cavité.

### 1.2. Bilan d'énergie : expression du premier principe pour un écoulement stationnaire

❖ En appliquant le premier principe à un système fermé bien choisi, déterminer l'expression du premier principe pour les écoulements stationnaires, donnée ci-dessous

***Premier principe** (par unité de masse) **pour les écoulements stationnaires***

$$\Delta\left(\boldsymbol{h} + \boldsymbol{e_c} + \boldsymbol{e_{pp}}\right) = \boldsymbol{w_u} + \boldsymbol{q}$$

*Toutes les quantités de l'équation sont* **massiques**.
*$\Delta$ signifie « **variation entre l'entrée et la sortie** », exemple $\Delta h \stackrel{\text{def}}{=} h_s - h_e$*
*$\boldsymbol{w_u}$ est le travail massique utile fourni par un objet en mouvement à l'intérieur de la cavité (hélice par exemple)*
*$\boldsymbol{q}$ est le transfert thermique massique reçu par le fluide de la cavité depuis un thermostat extérieur*

Remarques :

- il suffit que ***l'écoulement soit simple en amont et en aval*** de la « zone d'écoulement complexe » pour appliquer cette formule, c'est ce qui en fait tout l'intérêt
- il suffit de tout multiplier par le débit massique $D_m$ pour passer aux puissances
- les travaux des forces de pression en amont et en aval sont inclus dans l'enthalpie. On les nomme « travaux de transvasement ». Dans un circuit fermé (machine thermique par exemple), ***le travail de transvasement total reçu par le fluide circulant est nécessairement nul***, puisque c'est toujours une partie du fluide circulant dans la machine qui fournit ce travail… à une autre partie du *même* fluide circulant
- le travail utile est un travail exercé par *l'extérieur du système*, l'hélice ne faisant pas partie de la définition du système. C'est pourquoi ce travail apparaît dans le premier principe

### 1.3. Bilan d'entropie : expression du deuxième principe pour un écoulement stationnaire

***Deuxième principe** (par unité de masse) **pour les écoulements stationnaires***

$$\Delta \boldsymbol{s} = \boldsymbol{s_{ech}} + \boldsymbol{s_c}$$
$$\boldsymbol{s_{ech}} = \frac{\boldsymbol{q}}{\boldsymbol{T_{ext}}}$$

*Toutes les quantités de l'équation sont* **massiques**.
*$\Delta \boldsymbol{s} \stackrel{\text{def}}{=} s_s - s_e$ est la **variation d'entropie massique entre l'entrée et la sortie**.*
*$\boldsymbol{s_{ech}}$ est l'entropie massique échangée, $q$ le transfert thermique massique et $T_{ext}$ la température du thermostat*
*$\boldsymbol{s_c}$ est l'entropie massique créée dans la cavité*

✪ En appliquant le second principe au même système fermé (bien choisi), déterminer l'expression du second principe pour les écoulements stationnaires donnée ci-dessous

### 1.4. Exemple de la détente de Joule-Thomson

Les machines thermiques, les bouteilles de stockage de gaz (bouteilles de plongée par exemple) et de nombreux dispositifs utilisent des *détendeurs*. Le rôle d'un détendeur est de *diminuer la pression du fluide* entre l'entrée et la sortie du détendeur.

Par exemple, dans le cas d'une machine frigorifique, le détendeur provoque mécaniquement la vaporisation partielle du liquide circulant. Cette vaporisation nécessite de l'énergie, qui est soutirée au fluide sous forme thermique : sa température diminue donc au cours de la vaporisation. Devenue inférieure à celle de la source froide, le fluide circulant peut alors absorber de la chaleur à la source froide lors de son parcours dans l'évaporateur.

Il y a plusieurs façons de réaliser une détente de Joule-Thomson (ou détente de *Joule-Kelvin* : Kelvin est le nom de Thomson après avoir été anobli) :

- on crée une *zone d'étranglement* dans la conduite
- on interpose dans la conduite une *paroi poreuse* qui freine le passage du fluide

Ces deux méthodes ont en commun d'amplifier les effets de la viscosité. L'énergie stockée par le fluide baisse, et si la conduite ne change pas de section ni d'altitude après la zone d'étranglement, c'est forcément le stock associé à la pression qui baisse : d'où la détente.
Sous certaines hypothèses (vérifiées expérimentalement avec une bonne approximation), cette détente est ***isenthalpique***.

Ces hypothèses sont :

- on néglige la variation d'énergie cinétique massique du fluide entre l'amont et l'aval du détendeur. Cette variation est généralement de l'ordre de qq $J.kg^{-1}$, bien inférieure aux variations des autres énergies massiques dans les dispositifs généralement étudiés. Exemple machine frigorifique : l'enthalpie massique varie de qq $10^5 J.kg^{-1}$…
- il n'y pas d'échanges thermiques avec l'extérieur : la transformation est adiabatique. Hypothèse valide si les parois du détendeur sont calorifugées, ou si le fluide est à température ambiante.

❖ La pression en amont de l'étranglement est notée $P_1$. Celle en aval est notée $P_2$. D'après le sens de l'écoulement, laquelle des deux pressions est la plus grande ?
❖ Montrer que cette détente est isenthalpique

✪ Exprimer l'enthalpie massique en fonction de l'énergie interne massique
✪ Dans le cas d'un liquide, montrer que la pression a été convertie en énergie interne
✪ En supposant que la chute de pression est de quelques bars, estimer numériquement la hausse de température, (prendre les valeurs numériques de l'eau liquide)
✪ Conclure qu'isenthalpique est approximativement synonyme d'isotherme pour un liquide. Cela correspond-il à la modélisation usuelle des phases condensées en thermodynamique ?
✪ On peut montrer que l'entropie massique du liquide s'écrit $s = c \times \ln(T) + C^{te}$ (démonstration hors programme). En déduire que la détente est (« légèrement ») irréversible

✪ Dans le cas d'un gaz parfait, montrer que la température reste constante au cours de la détente
✪ Quelle grandeur physique de l'écoulement a alors varié entre l'amont et l'aval (autre que la pression) ?
✪ On peut montrer que l'entropie massique d'un gaz parfait s'écrit $s = \frac{R}{M(\gamma-1)} \ln(T^\gamma P^{1-\gamma}) + C^{te}$ où $M$ est la masse molaire du gaz et $\gamma \stackrel{\text{def}}{=} \frac{c_p}{c_v} > 1$ (hors programme). Montrer que la détente est irréversible.

## 2. Bilan d'énergie mécanique

### 2.1. Quand réaliser un bilan d'énergie mécanique plutôt qu'un bilan thermodynamique ?

La réponse est la même qu'en première année : lorsqu'on ne s'intéresse qu'aux aspects mécaniques du phénomène étudié, et pas aux aspects thermiques.

En mécanique du point, on montre que l'énergie mécanique se conserve tant qu'il n'y a pas de frottements. Lorsqu'il y a des frottements, la diminution (par unité de temps) de l'énergie mécanique est égale à la puissance des forces de frottements. La mécanique ne dit rien quant à l'énergie qui a disparu.

La thermodynamique est alors venue compléter la mécanique : la disparition d'énergie mécanique due aux frottements s'accompagne toujours de l'apparition d'effets thermiques. En conformité avec les mesures expérimentales, la thermodynamique postule la conservation de l'énergie (1er principe) en affirmant l'existence d'une énergie thermique stockable (l'énergie interne) et échangeable (transfert thermique). Les frottements apparaissent alors comme ***le mécanisme assurant la conversion d'énergie mécanique en énergie interne***.

Conclusion : Lorsqu'un système mécanique est soumis à des frottements, on peut choisir de ne pas décrire les effets thermiques : on utilise alors le théorème de l'énergie mécanique. On peut sinon choisir de s'intéresser aux effets thermiques et invoquer le 1er principe de la thermodynamique.

Remarque : On rappelle que la dissipation d'énergie mécanique n'engendre généralement qu'une (très) faible élévation de température. Il n'est donc pas aberrant de laisser les effets thermiques de côté et de ne traiter que l'aspect mécanique.

### 2.2. TEM pour un système ouvert en régime stationnaire (avec travail utile)

- Bilan d'énergie mécanique (par unité de masse) pour les écoulements stationnaires

$$\Delta\left(\frac{P}{\rho}+\frac{1}{2}v^2+gz\right)=w_u+w_{int}$$

$\Delta$ signifie « variation entre l'entrée et la sortie », exemple $\Delta v^2 \overset{\text{def}}{=} v_s^2 - v_e^2$
$w_u$ est le travail massique utile fourni par un objet en mouvement à l'intérieur de la cavité (hélice par exemple)
$w_{int}$ est le travail massique des forces intérieures (pression et viscosité)
NB : on pourrait ajouter un terme « $w_{ext,autres}$ », le travail massique des forces extérieures non-conservatives autres que la pression (travail de forces électromagnétiques par exemple)

La démonstration de ce théorème est identique à celle du 1er principe. On choisit le même type de système fermé sur lequel on applique le TEM. Ne pas retenir cette forme du bilan, peu opérationnelle en exo.

- Bilan d'énergie mécanique (par unité de temps) pour les écoulements stationnaires

$$D_m \times \Delta\left(\frac{P}{\rho}+\frac{1}{2}v^2+gz\right)=P_u+P_{int}$$

*Dans le cas d'un écoulement **parfait** et **incompressible**, la puissance des actions intérieures est nulle :*

$$\boldsymbol{D_m \times \Delta\left(\frac{P}{\rho}+\frac{1}{2}v^2+gz\right)=P_u}$$

$\Delta$ signifie « variation entre l'entrée et la sortie », exemple $\Delta v^2 \overset{\text{def}}{=} v_s^2 - v_e^2$

C'est cette dernière formulation qu'il faut retenir, parce qu'elle correspond aux situations rencontrées en exercice. La démonstration de $P_{int}=0$ pour un écoulement parfait et incompressible est hors programme. On peut la comprendre assez simplement : si l'on néglige la viscosité, il n'y a plus de frottement interne, donc plus de dissipation. Par ailleurs, si l'écoulement est incompressible, les forces de pression intérieures au système ne travaillent plus : les travaux échangés par chaque particule de fluide avec ses voisines se compensent, et le travail intérieur total dû aux forces de pression est nul.

Remarque : il est possible de réaliser un bilan d'énergie mécanique en régime non-stationnaire. Il faut alors reproduire complètement la *méthode des bilans macroscopiques* (cf. le bilan d'énergie cinétique sur l'exemple de la fusée vu en cours).

## 2.3. Résolution de problème : hauteur du jet d'eau de Genève

A l'aide des données associées à la photo ci-après, trouver l'ordre de grandeur de la hauteur du jet.

On fournit ci-dessous des informations techniques issues de la fiche touristique de la ville de Genève relative à son célèbre jet d'eau (cf. photographie) :
Débit : 500 L/s,
Puissance des pompes : 1 MW,
Puissance de l'éclairage : 9 kW

***Question :***

À l'aide de ces données, trouver l'ordre de grandeur de la hauteur du jet.

## 2.4. (Compléments) Autres versions du TEM pour un système ouvert en régime stationnaire

TEM en régime stationnaire, sans travail utile, sans viscosité, écoulement incompressible et homogène
C'est la relation de Bernoulli dans le cas : PSHI et sur une ligne de courant.
On peut en effet démontrer Bernoulli par la méthode des bilans avec les hypothèses ci-dessus.

TEM en régime stationnaire, sans travail utile, avec viscosité, écoulement incompressible
C'est la « relation de Bernoulli avec pertes de charge » : idem que Bernoulli sauf que l'énergie volumique *diminue* le long d'une ligne de courant. Hors programme PC.

## 2.5. (Compléments) Moyens concrets pour convertir une forme d'énergie en une autre

Il est intéressant de faire un inventaire des différents moyens possibles pour convertir une forme d'énergie mécanique en une autre (cas d'un écoulement incompressible et homogène dans une conduite). Dans les questions suivantes, on imagine que seul un paramètre géométrique de la conduite a été modifié.

- Comment forcer le fluide à modifier son énergie cinétique ? Que devient (ou d'où provient) cette énergie ?
- Comment forcer le fluide à modifier son $E_p$ de pesanteur ? Que devient (ou d'où provient) cette énergie ?
- Comment forcer le fluide à modifier sa pression ?
- Lorsqu'une pompe est présente dans une conduite, quelle énergie modifie-t-elle si la conduite reste inchangée avant et après la pompe ? Comment varie cette énergie lors du passage dans la pompe ?
- Idem dans le cas d'une turbine (dispositif qui joue le rôle inverse de celui d'une pompe)
- (Complément) Comment convertir une partie de l'énergie mécanique en énergie interne ?

## 2.6. (Compléments) Cas avec plusieurs entrées et plusieurs sorties

Le 1^er^ principe pour un système ouvert en régime stationnaire a été écrit dans le cas d'une entrée et une sortie.

- Adapter l'expression de cette loi (version en joules, puis version en watt) dans le cas où il y a deux entrées et deux sorties

## 3. Résumé : quelle version du bilan d'énergie choisir en exo ?

Seules les quatre situations suivantes sont susceptibles de tomber aux concours en PC. Les formules sont donnée en watt, mais peuvent l'être en énergie massique.

| **Version conservation énergie (système ouvert)** | **Formulation mathématique** |
|---|---|
| Premier principe | $\boldsymbol{D_m} \times \Delta\left(\boldsymbol{h} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\boldsymbol{v}^2 + \boldsymbol{gz}\right) = \boldsymbol{P_u} + \boldsymbol{P_{th}}$ |
| TEM PSHI avec travail utile | $\boldsymbol{D_m} \times \Delta\left(\frac{\boldsymbol{P}}{\boldsymbol{\rho}} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\boldsymbol{v}^2 + \boldsymbol{gz}\right) = \boldsymbol{P_u}$ |
| TEM PSHI sans travail utile (c'est Bernoulli !) | $\Delta\left(\frac{\boldsymbol{P}}{\boldsymbol{\rho}} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\boldsymbol{v}^2 + \boldsymbol{gz}\right) = 0$ |
| Faire un bilan de $E_c$ | Refaire toute la méthode des bilans |

| **Notions et contenus** | **Capacités exigibles** |
|---|---|
| **1. Systèmes ouverts en régime stationnaire** | |
| Premier et deuxième principes de la thermodynamique pour un système ouvert en régime stationnaire, dans le seul cas d'un écoulement unidimensionnel dans la section d'entrée et la section de sortie. | Établir les relations $\Delta h+\Delta e = w_u+q$ et $\Delta s=s_e+s_c$ et les utiliser pour étudier des machines thermiques réelles à l'aide de diagrammes thermodynamiques (T,s) et (P,h). |