Mécaflu – TD1 : Cinématique des fluides

Exercice 1 : Ecoulement stationnaire

Soit l'écoulement d'un gaz de masse volumique $\rho = 7{,}5 \text{ kg.m}^{-3}$ dans une conduite cylindrique de rayon R = 2cm.
1. Quelle est la vitesse d'écoulement si 500 g de ce gaz s'écoulent par demi-heure à travers une section du tuyau ?
2. Le tuyau subit un rétrécissement, le rayon passant à R' = 1 cm. Quelle est la vitesse dans la section élargie ?

Exercice 2 : Loi de Poiseuille dans une conduite cylindrique

Un liquide de masse volumique ρ, s'écoule dans une conduite circulaire de rayon r_0 et d'axe Oz avec une vitesse en coordonnées cylindriques de la forme :

$$\vec{v} = v_0\left(1 - \left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right)\overrightarrow{u_z}$$

1. L'écoulement est-il stationnaire ?
2. Est-il uniforme sur une section droite de la conduite ?
3. Calculer le débit massique D_m en fonction de ρ, v_0 et r_0.
4. Quelle est la vitesse moyenne U du liquide sur une section, définie par : $U = \frac{1}{S}\iint_S \vec{v}.d\vec{S}$?

Exercice 3 : Ecoulement à l'intérieur d'un dièdre droit

Soit dans la région x > 0 , y > 0 l'écoulement défini en eulérien par :
$\vec{v} = k(-x.\vec{u}_x + y.\vec{u}_y)$, k constante positive.
1. Quelle est l'unité de k ?
2. L'écoulement est-il stationnaire ?
3. Schématiser le vecteur vitesse en différents points de l'écoulement.
4. L'écoulement est-il incompressible ?
5. Déterminer le champ d'accélération

Exercice 4 : Autre exemple d'écoulement

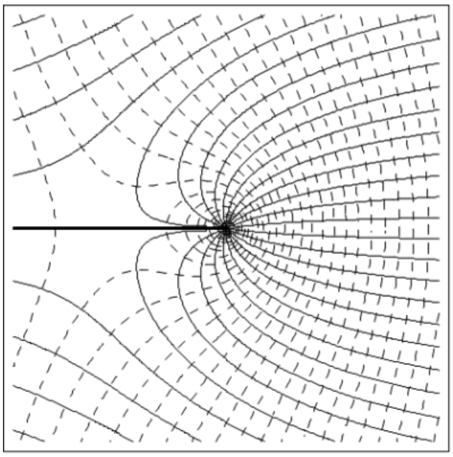
Le champ eulérien des vitesses d'un écoulement bidimensionnel est donné en coordonnée cartésiennes par $\vec{v} = (kx; ky; 0)$.
1. Cet écoulement est-il stationnaire ? Incompressible ? Tourbillonnaire ?
2. Calculer l'accélération d'une particule de fluide.
3. Représenter l'évolution d'un « carré » de fluide de côté a entre les instants t et t+dt.

Exercice 5 : Autre exemple d'écoulement

On considère un écoulement plan dépendant du temps caractérisé par un champ de vitesse eulérien :
$\vec{v} = a\overrightarrow{e_x} + (bt + c)\overrightarrow{e_y}$ où a, b et c sont des constantes.

1. Quelles sont les dimensions de a, b et c ?
2. L'écoulement est-il compressible ? Rotationnel ?
3. Existe-t-il un potentiel des vitesses ? Si oui, le déterminer en le prenant nul en x=y=0.
4. Déterminer l'accélération d'une particule de fluide dans ce champ de vitesse.

Exercice 6 : Carte de champ d'un écoulement potentiel



On considère la carte ci-contre modélisant un écoulement de liquide, et sur laquelle apparaissent des équipotentielles du potentiel des vitesses et des lignes de courant.

Le trait épais est une paroi rigide.

1. Identifier les lignes de courant et les équipotentielles. Justifier le fait que les équipotentielles sont perpendiculaires aux lignes de vitesse.

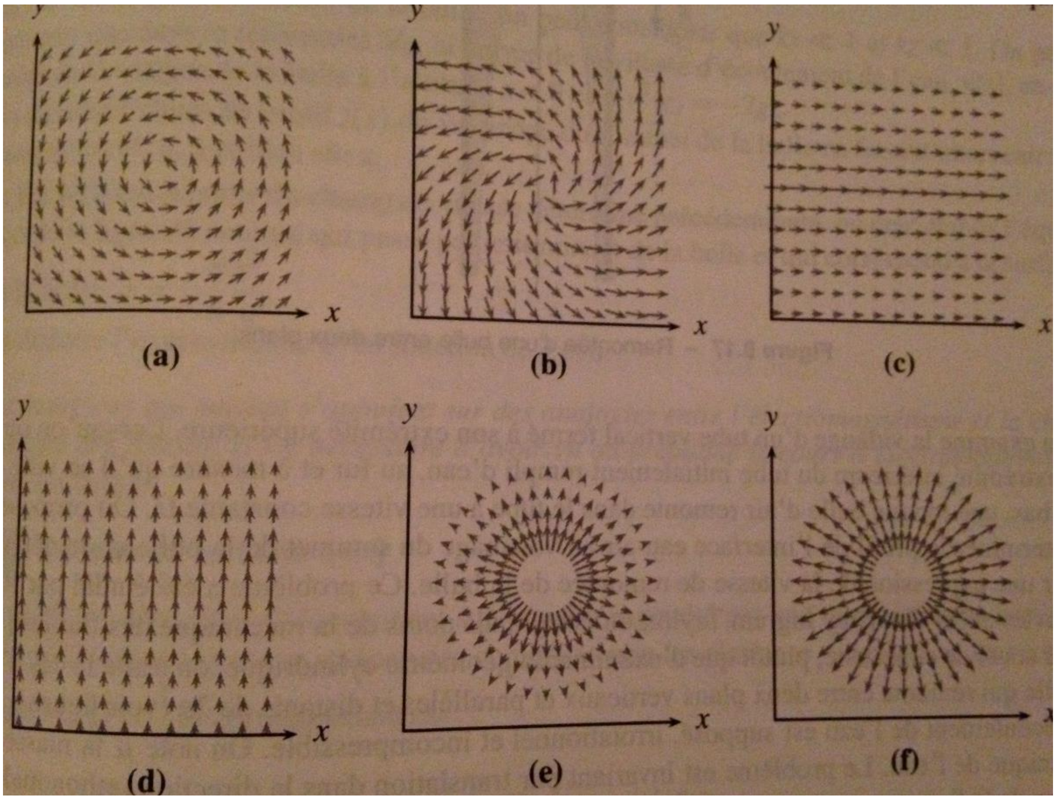
2. Est-il possible de savoir dans quel sens s'écoule le fluide ?

3. Identifier les zones de vitesse élevée et de vitesse faible.

4. Comment pourrait-on créer un écoulement possédant ce champ de vitesses ?

Exercice 7 : Caractère tourbillonnaire sur carte de champ

Les six cartes de champ ci-dessous représentent des écoulements bidimensionnels stationnaires. Ces écoulement sont-ils tourbillonnaires (i.e. au moins une zone telle que $\overrightarrow{rot}(\vec{v}) \neq \vec{0}$) ? Lorsqu'ils le sont, indiquer le sens du vecteur tourbillon.



Exercice 8 : Expansion d'un fluide

Un fluide remplit une sphère de manière homogène de rayon r_0 et de centre 0. A l'instant t = 0, on communique aux particules de fluide une vitesse initiale radiale v_{ini} qu'elles conservent ensuite. La particule initialement à la distance r_{ini} du centre 0 acquiert une vitesse $v_{ini} = \frac{r_{ini}}{\tau}$ (où τ est une constante).

1. Déterminer le champ eulérien des vitesse à un instant t quelconque.

2. L'écoulement est-il stationnaire, incompressible, potentiel ?

3. Obtenir par le calcul le champ des accélérations. Retrouver le résultat sans calcul.

4. On suppose que la répartition de masse est homogène à chaque instant. Déterminer la masse volumique ρ(t) en fonction de la masse volumique initiale ρ_0 :

- grâce à l'équation locale de conservation de la masse (utiliser annexe analyse vectorielle)
- en s'intéressant au volume de la sphère contenant le fluide à un instant quelconque

Réponses : $\vec{v}(M, t) = \frac{\vec{OM}}{t+t}$; $\vec{a}(M,t) = \vec{0}$; $r(t) = \frac{r_0}{(1+t/t)^3}$.