Mécaflu Chap.4 – Doc principal
Traînée d'une sphère solide

1. Préliminaire math : droite affine en graphe log-log

2. Etude de la traînée sur une sphère

2.1. Situation étudiée

2.2. Observations expérimentales

2.3. Construction d'un coefficient adimensionnée : le coefficient de traînée Cx

2.4. Courbe expérimentale : Cx en fonction de Re

2.5. *(Complément)* Les deux origines de la force de traînée

2.6. *(Complément)* Crise de traînée à haut Re

3. Ecoulement parfait et couche limite

3.1. Notion de couche limite

3.2. Epaisseur de la couche limite en fonction de Re

3.3. Définition d'un écoulement parfait

Intro :
Ce chapitre est uniquement descriptif, et permet d'introduire la notion de ***traînée***, nommée jusqu'à présent « force de frottements fluides » dans le cours de physique. On verra qu'ici encore le nombre de Reynolds permet de décrire toute une classe d'écoulement dont les vitesses, les dimensions, et les viscosités sont différentes.
La description de ces écoulements externes autour d'un obstacle (avec les hypothèses incompressible et homogène) sera l'occasion d'introduire la notion de ***couche limite*** pour les écoulements à grand nombre de Reynolds. L'écoulement en-dehors de cette couche limite pourra alors être qualifié ***d'écoulement parfait***.

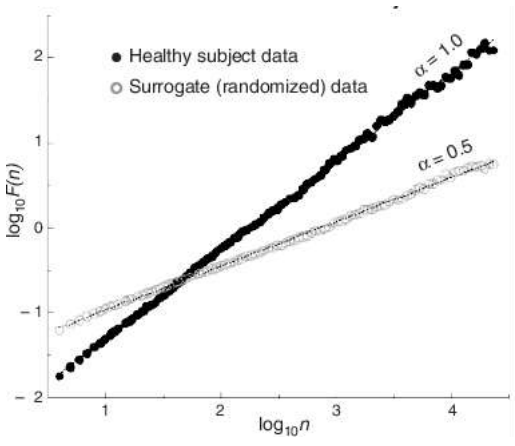
1. Préliminaire math : droite affine en graphe log-log

Il existe deux façons de tracer un graphe log-log représentant l'évolution d'une variable Y en fonction d'une variable X en échelle logarithmique :

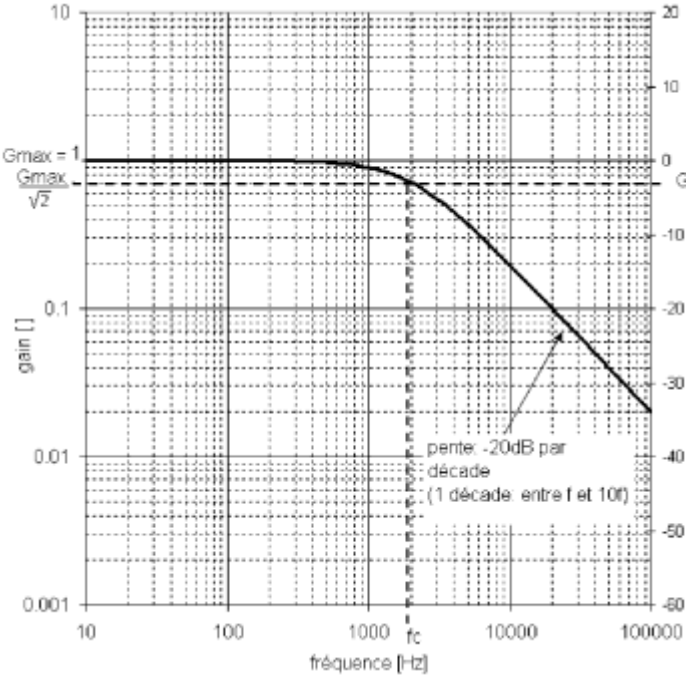
- **Méthode 1 (la plus simple)** : on reporte les valeurs de $\log(Y)$ en ordonnées et celles de $\log(X)$ en abscisse, le quadrillage étant régulier
- **Méthode 2 (moins simple)** : on reporte les valeurs de Y en ordonnées et celles de X en abscisse, le quadrillage étant irrégulier. C'est l'irrégularité du quadrillage qui réalise l'échelle logarithmique : l'allure de la courbe est alors la même que celle obtenue avec la 1ère méthode.

Lorsque l'on exploite l'allure d'une courbe tracée sur de papier log-log (méthode 2), ce que l'on observe c'est ***l'évolution de $\log(Y)$ en fonction $\log(X)$***

❖ Application : Exprimer mathématiquement la relation entre F et n, en exploitant l'allure de la courbe (méthode 1). Il y a deux cas à traiter, car deux courbes). On appellera la pente « A » dans un premier temps, puis on cherchera la valeur numérique de A.



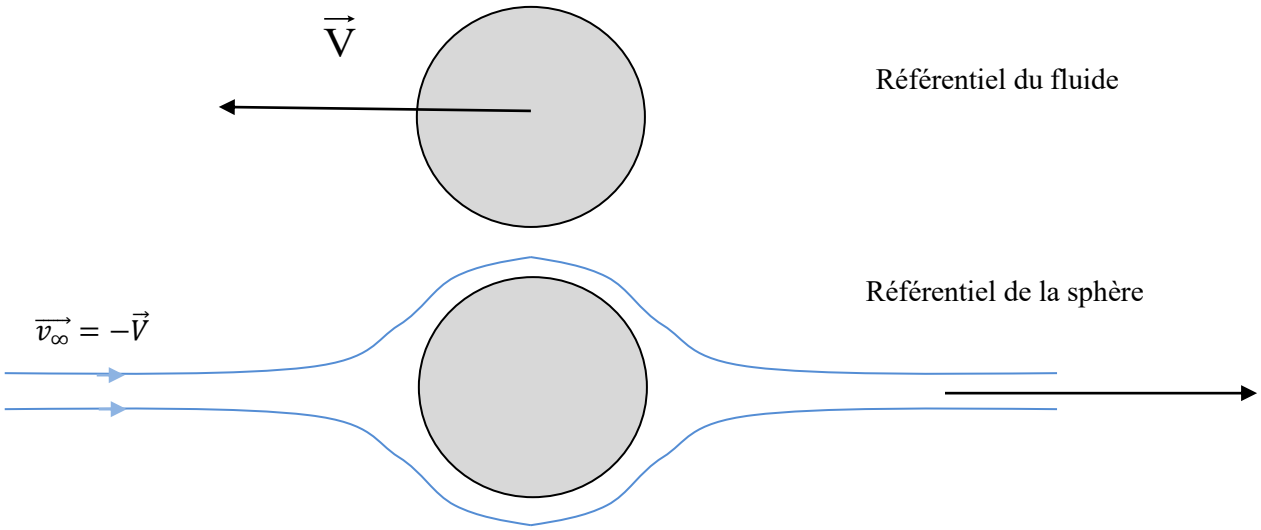
❖ Application : Exprimer mathématiquement la relation entre le gain G et la fréquence f, en exploitant l'allure à haute fréquence de la courbe en échelle log-log (méthode 2). On appellera la pente « A » dans un premier temps, puis on cherchera sa valeur numérique (NB : utiliser une décade en abscisse)



2. Etude de la traînée sur une sphère

2.1. Situation étudiée

Considérons l'écoulement engendré par le mouvement rectiligne uniforme d'une sphère de rayon R dans un fluide, à la vitesse $\vec{V}$. Le problème est équivalent à celui d'un écoulement autour d'une sphère immobile. La vitesse du fluide ***loin en amont et loin en aval de la sphère*** – notée $\overrightarrow{v_\infty}$ – vaut donc $\overrightarrow{v_\infty} = -\vec{V}$.



2.2. Observations expérimentales

Les observations quotidiennes (mouvements dans l'air ou dans l'eau) montrent que le fluide exerce une force de frottements sur la sphère. Cette force s'appelle ***la force de traînée.***
Dans le référentiel du fluide (loin devant la sphère), l'expérience montre que la force est colinéaire et opposée au vecteur vitesse de la sphère. Dans le référentiel de la sphère, la force est colinéaire et dans le même sens que $\overrightarrow{v_\infty}$.
La norme de la force dépend de plusieurs paramètres physiques :

- type de fluide : masse volumique, viscosité
- diamètre de la sphère (dans une moindre mesure, de son état de surface)
- vitesse de la sphère par rapport au fluide

L'écoulement du fluide autour de la sphère, lorsqu'il est turbulent (presque toujours les cas dans l'air et l'eau) est très complexe, et pour connaître la norme de la force de traînée, il vaut mieux s'en remettre aux mesures expérimentales. On va voir que la définition d'un coefficient adimensionné associé à la force de traînée permet de ne tracer qu'une seule courbe, valable quels que soient les paramètres énumérés ci-dessus.

2.3. Construction d'un coefficient adimensionnée : le coefficient de traînée C_x

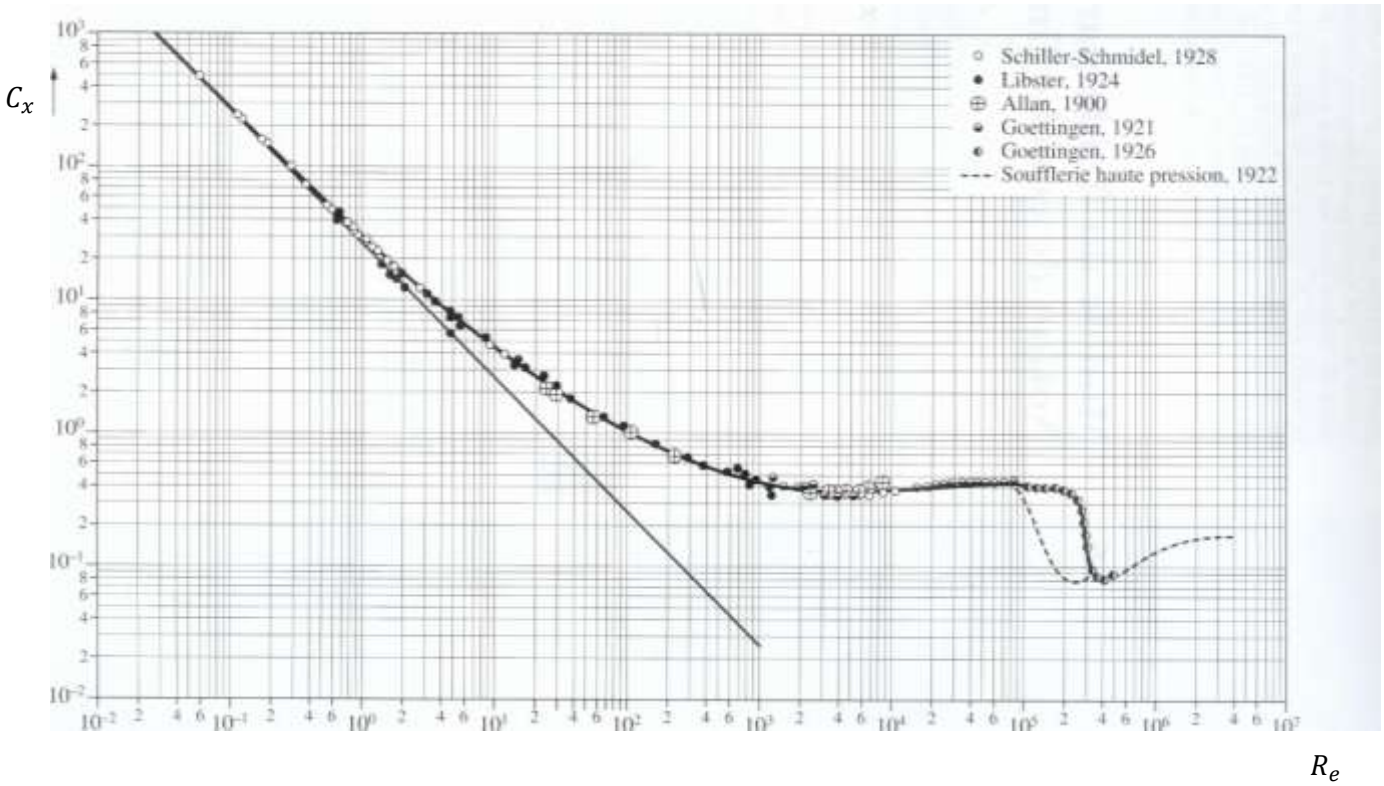
L'utilité de ce coefficient de traînée adimensionné est similaire à celle évoquée pour l'autre nombre adimensionnée vue en mécanique des fluides, le nombre de Reynolds. Il permet de traiter toute une classe d'écoulements de la même façon. Ici, on va pouvoir ne donner qu'une seule courbe expérimentale pour tous les écoulements de fluide autour d'une sphère.

✪ Proposer une définition du coefficient de traînée, sachant les points suivants :
- il doit être une mesure de la norme de la force de traînée
- la force est proportionnelle à la surface frontale de la sphère, i.e. le disque de surface $S = \pi R^2$, et il faut donc s'affranchir de cet effet de surface pour définir le coefficient
- la force par unité de surface obtenue est homogène à une énergie volumique ; il faut donc repérer une énergie volumique grâce à laquelle on peut adimensionner la force surfacique

NB : dans le cas d'un objet de forme quelconque (pas une simple sphère donc), la ***surface frontale*** de l'objet est définie comme la surface « perçue par le fluide incident ». On l'appelle aussi ***maître-couple***

2.4. Courbe expérimentale : C_x en fonction de R_e

L'intention première est de tracer la force de traînée en fonction de la vitesse de la sphère par rapport au fluide. En ordonnée comme en abscisse, on préfère tracer les coefficients adimensionnés associés $C_x = f(R_e)$, car l'expérience montre que la courbe obtenue est universelle : elle est indépendante des autres paramètres considérés isolément (masse volumique, viscosité, vitesse, diamètre de la sphère).
On notera que dans la situation étudiée, on définit le nombre de Reynolds par $R_e = \frac{\rho v_\infty d}{\eta}$ ($d = 2R$ diamètre de la sphère et v_∞ vitesse du fluide loin de l'obstacle).



Cette courbe dépend de la forme de l'objet. Mais quelle que soit la forme de l'objet, les courbes de traînée ont globalement le même aspect. On peut repérer les deux comportements limites suivants.

- Pour des petits nombres de Reynolds $R \lesssim 1$, C_x est inversement proportionnel à R_e : $C_x = \frac{24}{Re}$.
- Pour de plus grands nombres de Reynolds, $10^3 \leq \text{Re} \leq 10^5$, C_x est constant. On a alors une dépendance quadratique de la force avec la vitesse ($C_x \sim 0{,}3 - 0{,}5$)

➢ **Activité 1 : Exploiter une courbe expérimentale ✪**

Dépendance linéaire ou quadratique de la traînée

*Pour $R_e < 1$: la traînée dépend **linéairement** de la vitesse de l'objet*
*Pour $10^3 < R_e < 10^5$: la traînée dépend **quadratiquement** de la vitesse de l'objet*

Remarque : dans le premier cas (écoulements « rampants » $R_e \lesssim 1$), la loi donnant la force de traînée en fonction du rayon de la sphère se nomme ***loi de Stokes***. C'est l'expression des « frottements fluide » utilisée en PCSI.

Remarque : dans la zone intermédiaire $R_e \in [1 - 10^3]$, la dépendance avec la vitesse est moins simple.

❖ Dans les exos classiques de PCSI (balle lancée, boulet tiré, bille qui roule, bille attachée à un ressort, etc.), le modèle de traînée linéaire (Stokes) était-il valable ?

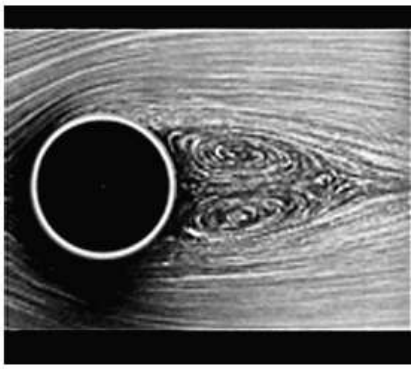
2.5. *(Complément)* Les deux origines de la force de traînée

La « cause première » de la traînée est la viscosité. Les calculs montrent qu'en l'absence de viscosité, la somme des forces de pression (seule force de contact restante) est nulle ! C'est le 'paradoxe de d'Alembert'.

Mais la force de traînée n'est pas simplement la résultante des forces de viscosité du fluide sur le solide en mouvement. On peut distinguer deux origines :

- la traînée de frottement
- la traînée de forme (ou « de pression »)

La première est la résultante des forces de viscosité du fluide sur le solide. La seconde est la résultante des forces de pression sur le solide. Parce que l'existence de la viscosité influe sur la forme de l'écoulement, la somme des forces de pression n'est pas nulle.



© Physical Society of Japan,
S. Taneda, J. Physical Society Japan **II**, 302 (19

L'exemple en photo ci-contre (cylindre dans un fluide) montre qu'un sillage existe derrière l'objet (lorsque la couche limite se décolle de l'objet). Dans ce sillage, le fluide « pousse moins » qu'en amont et la résultante des forces de pression tend aussi à freiner l'objet.

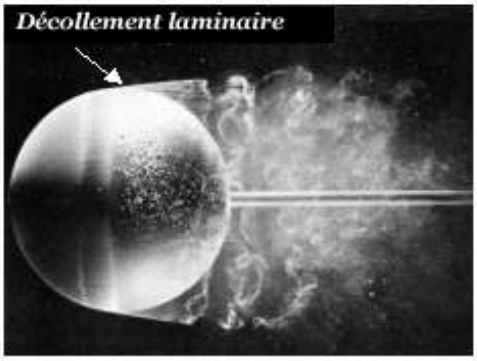
2.6. *(Complément)* Crise de traînée à haut R_e

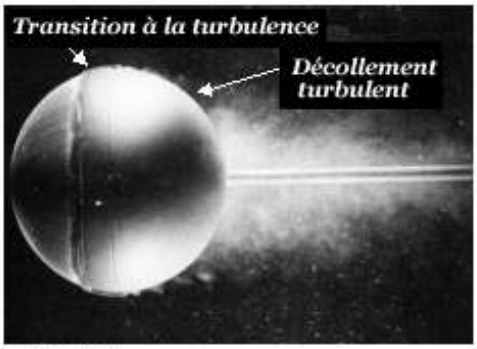
Sur le graphe $C_x = f(R_e)$, on observe nettement une chute du coefficient de traînée pour $R_e \sim 2\ 10^5$: c'est la ***crise de traînée***. Quelques explications ci-dessous (la notion de couche limite est abordée dans la partie 2).

Le décollement peut apparaître dans les couches limites laminaires ou turbulentes. Toutefois, à cause de la quantité de mouvement plus élevée, les couches limites turbulentes résistent mieux au décollement que les couches limites laminaires : pour la même forme ou le même gradient de pression, le décollement se produit plus en aval que dans le cas d'une couche limite laminaire.

Ici nous voyons comment l'ajout d'un fil autour d'une sphère induit une transition de la couche limite à la turbulence, et déplace la ligne de séparation vers l'arrière de l'obstacle, réduisant le diamètre du sillage et donc finalement la traînée.

Ce fait bien connu peut être utilisé dans de nombreuses applications, comme les fossettes des balles de golf et les systèmes de génération de turbulence sur certaines ailes d'avions.





© ONERA

D'après ces explications, une couche limite turbulente implique un sillage plus étroit et diminue donc la traînée de forme (plus qu'elle n'augmente éventuellement la traînée de frottement).

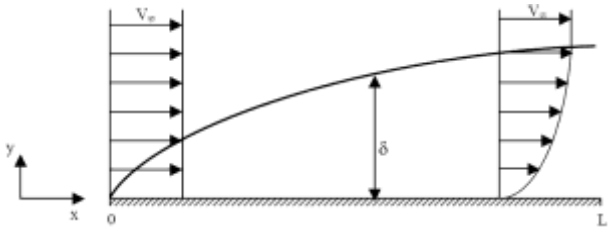
3. Ecoulement parfait et couche limite

3.1. Notion de couche limite

Dans un écoulement à grand nombre de Reynolds, la convection l'emporte sur la viscosité. Cependant, les termes de viscosité ne peuvent pas être complètement négligés. Proche des parois délimitant l'écoulement, la vitesse varie rapidement dans une petite zone de l'espace, appelée ***couche limite***. D'une vitesse nulle sur la paroi, celle-ci évolue progressivement pour devenir égale à celle de l'écoulement. Cette évolution est d'autant plus rapidement que R_e est grand.

Cette forte variation spatiale de la vitesse dans la couche limite rend les effets de la viscosité importants dans cette zone

3.2. Epaisseur de la couche limite en fonction de R_e



Lorsque la couche limite est laminaire, son épaisseur caractéristique δ est de l'ordre de $\delta = \frac{L}{\sqrt{Re}}$, où L est la dimension de l'obstacle dans le sens de l'écoulement.

- **Activité 2 : Raisonnement classique ✪**

3.3. Définition d'un écoulement parfait

Définition d'un écoulement parfait

Un ***écoulement parfait*** est un écoulement dans lequel ***tous les phénomènes diffusifs***, en particulier la ***viscosité***, sont ***négligeables*** ; les particules de fluides évoluent de manière *adiabatique* et *réversible*, donc *isentropique*.

Il est cohérent de négliger conjointement tous les phénomènes diffusifs, car ils ont en commun le même moteur : l'agitation thermique et le transport d'une grandeur physique (énergie, quantité de mouvement, molécules) par les (mêmes) molécules du fluide.

On ne confondra pas « écoulement parfait » et « fluide parfait ». Dans ce dernier cas, on suppose que le fluide a une viscosité nulle. C'est un modèle simplifié qui revient à considérer la couche limite comme étant d'épaisseur nulle (ce qui revient à dézoomer, à la « regarder de très loin »). Ce modèle ne permet pas d'expliquer pourquoi un fluide initialement en mouvement s'immobilise de lui-même.

Le modèle de l'écoulement parfait, qui ne néglige la viscosité qu'en-dehors de la couche limite, peut expliquer cette observation. Cette distinction écoulement/fluide parfait n'apparaît pas dans tous les ouvrages.

Traînée d'une sphère solide en mouvement rectiligne uniforme dans un fluide newtonien : nombre de Reynolds ; coefficient de traînée C_x ; graphe de C_x en fonction du nombre de Reynolds ; notion d'écoulement laminaire et d'écoulement turbulent.	Évaluer un nombre de Reynolds pour choisir un modèle de traînée linéaire ou un modèle de traînée quadratique.