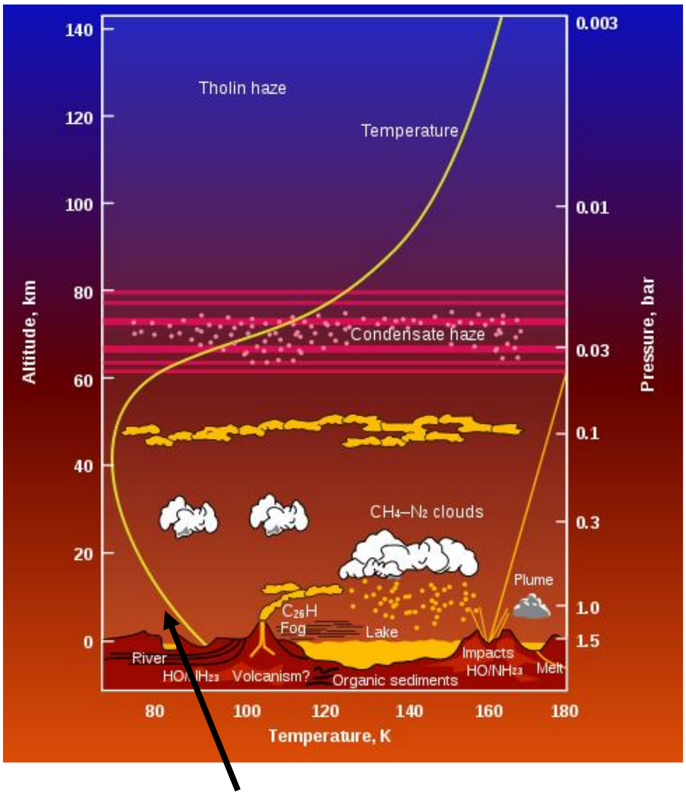
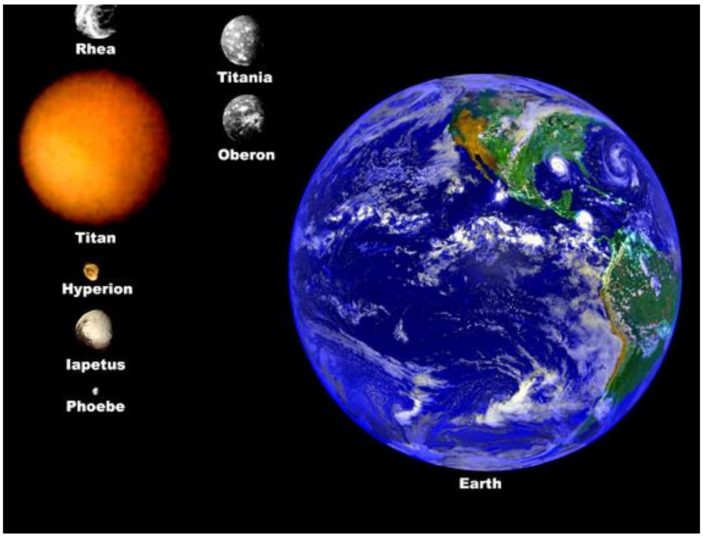
DM2 – Statique des fluides – Diffusion particulaire *(à rendre le 30/09)*

***ResPb : Epaisseur atmosphère de Titan** (Oral CCP PSI 2015)*



Courbe de température



Titan (satellite de saturne) est constitué d'une atmosphère de N_2.

Son profil de température est tracé sur la figure de gauche (température en abscisse, altitude en ordonnée, axe de gauche)

La masse de Titan vaut M = $1{,}3.10^{23}$ kg.
Le rayon de la Terre est $R_T = 6400\ km$.
On donne : la constante de gravitation G = $6{,}67.10^{-11}$ N.m^2.kg^{-2} ;
la constante des gaz parfaits R = 8,314 J.K^{-1}.mol^{-1} ;
la masse molaire du diazote : M_{N2} = 28g.mol^{-1}.

Déterminer l'ordre de grandeur de l'épaisseur de l'atmosphère de Titan.

<u>Exercice : Diffusion de neutrons, avec terme de création</u>

On étudie la diffusion unidirectionnelle de neutrons dans un barreau de plutonium cylindrique d'axe Ox et de section droite d'aire S, s'étendant entre les abscisses x = 0 et x = L. On note n(M,t) le nombre de neutrons par unité de volume. Cette diffusion satisfait à la loi de Fick, avec un coefficient de diffusion D = 22 m^2.s^{-1}.
D'autre part, du fait de réactions nucléaires entre les neutrons et la matière, des neutrons sont produits : pendant une durée dt, dans un élément de volume dτ(M), il apparaît δN_p = K.n(M,t)dτ(M)dt neutrons, où K = 3,5 10^4 s^{-1} est une constante positive caractéristique des réactions nucléaires.
On admettra en première approximation que *n* doit s'annuler à tout instant aux extrémités du cylindre (x = 0 et x = L). En revanche, on supposera que *n(x,t)* ne *s'annule pas à l'intérieur du cylindre*.

1. Etablir l'équation de diffusion dans le cylindre.
2. Déterminer *n(x)* à une constante multiplicative près en régime stationnaire. Montrer que ce régime n'est possible que pour une valeur particulière L_s de la longueur du barreau, et calculer L_s.
3. En régime quelconque, on cherche une solution de la forme $n(x,t) = h(x)exp(-t/\tau)$. Déterminer *h(x)* et *τ*. En déduire que *n(x,t)* diverge si L est supérieure à L_s.