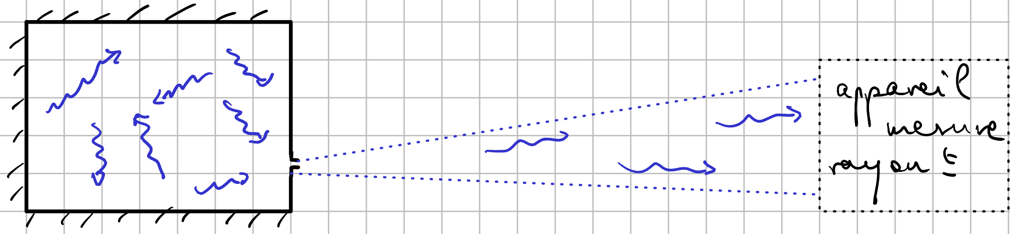
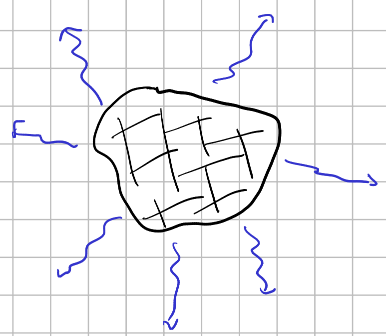
Thermodynamique : Rayonnement thermique

1.1. Cavité à t°C (T) qui piège un rayonnement d'EQ

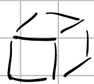


1.2. Corps noir à t°C (T)



le rayonnement émis par un corps noir a les m̂ x^ics que celui du 1.1.

1.3. → Energie vol^ique u :



$d\tau$

$U \overset{\text{déf}}{=} u \, d\tau$

U : nrj En^ie stockée dans $d\tau$

u : $J.m^{-3}$

→ densité spectrale en f^ce u_ν :

$d\tau$

intervalle en f^ce $[\nu, \nu + d\nu[$

$U \overset{\text{déf}}{=} \underbrace{(u_\nu \, d\nu)}_{\text{nrj vol}^{\text{ique}} \text{ stockée dans } [\nu,\ \nu + d\nu[} d\tau$

u_ν : $J m^{-3} s$

En longueur d'onde u_λ :

$d\tau$

$[\lambda, \lambda + d\lambda[$

$U \overset{\text{déf}}{=} \underbrace{(u_\lambda \, d\lambda)}_{\text{nrj vol}^{\text{ique}} \text{ stockée dans } [\lambda,\ \lambda + d\lambda[} d\tau$

u_λ : $J m^{-4}$

→ Tjs sous-entendu "λ dans le vide", donc $\lambda = \frac{c}{\nu}$

d'où $\frac{|d\lambda|}{\lambda} = \frac{|d\nu|}{\nu}$. Or $u_\lambda |d\lambda| = u_\nu |d\nu|$

$$\frac{\lambda}{\nu}|d\nu|$$

d'où $\boxed{u_\lambda \times \lambda = u_\nu \times \nu}$

i.e. $\boxed{\begin{array}{l} u_\lambda = u_\nu \frac{\nu^2}{c} \\ u_\nu = u_\lambda \frac{\lambda^2}{c} \end{array}}$

avec la correspondance suivante des intervalles :

$$[\nu, \nu + |d\nu|[\longleftrightarrow]\lambda - |d\lambda|, \lambda].$$

Rq : réciproquement $u = \int_0^{+\infty} u_\nu \, d\nu$ et $u = \int_0^{+\infty} \underbrace{u_\lambda \, d\lambda}_{\text{aire sous la courbe}}$

1.4. Rappel pour OPPH dans le vide : $\vec{\Pi} = u_{em} \times c \, \vec{u_x}$

1.5. → Pas simple du tout... car λ_{max} n'est pas la longueur d'onde d'une onde sinusoïdale. C'est juste l'abscisse du maximum de la courbe $u_\lambda(\lambda)$.

Donc "$\lambda = \frac{c}{\nu}$" n'est pas valide ! $\lambda_{max} \neq \frac{c}{\nu_{max}}$

Rq : On connaît $u_\lambda(\lambda)$. On cherche ν_{max} de $u_\nu(\nu)$, et on va le trouver en cherchant $\lambda_{\nu_{max}} \left(\stackrel{\text{déf}}{=} \frac{c}{\nu_{max}} \right)$

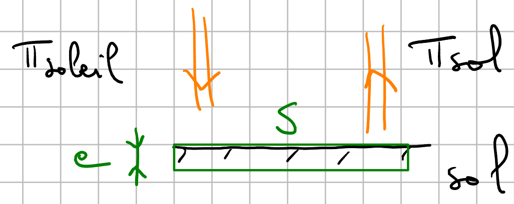
$\lambda_{\nu_{max}}$ tq $\frac{du_\nu}{d\nu}(\nu_{max}) = 0 \iff \frac{d}{d\nu}\left[u_\lambda \frac{c}{\nu^2}\right] = 0 \iff -\frac{2c}{\nu_{max}^3} u_\lambda + \frac{c}{\nu_{max}^2} \frac{du_\lambda}{d\nu} = 0$

$$\frac{du_\lambda}{d\lambda} \times \frac{d\lambda}{d\nu} \left(-\frac{\lambda_{\nu_{max}}}{\nu_{max}}\right)$$

d'où $\boxed{2u_\lambda + \lambda_{\nu_{max}} \frac{du_\lambda}{d\lambda}(\lambda_{\nu_{max}}) = 0}$

Quand on connaît la f° $u_\lambda(\lambda)$, on peut en déduire $\lambda_{\nu_{max}}$, donc ν_{max}.

2.2.

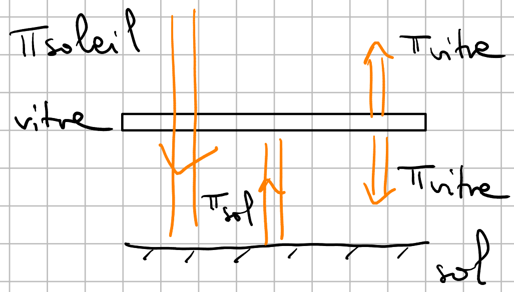


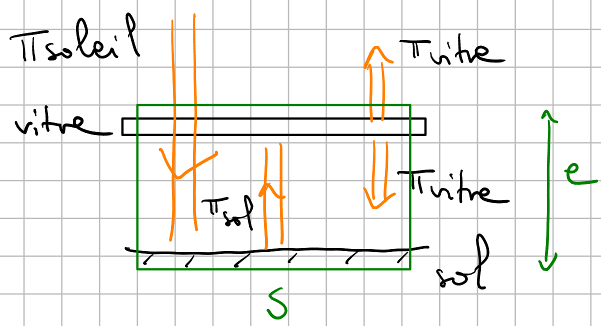
→ Syst dessiné ci-dessus = surface S, épaisseur e tq T uniforme

1er ppe : $\frac{dU}{dt} = \left(\Pi_{soleil} - \Pi_{sol}\right) S$

→ $\hookrightarrow = 0$ car statio. d'où $\Pi_{soleil} = \sigma T^4$

$$\boxed{T = \left(\frac{\Pi_{soleil}}{\sigma}\right)^{1/4}}$$

→ 

→ 

1er ppe sur syst dessiné ci-contre (S, e) :

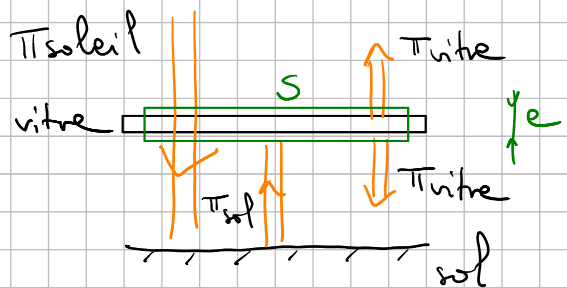
$$\frac{dU}{dt} = S\left(\Pi_{soleil} - \Pi_{vitre}\right)$$

$\hookrightarrow = 0$ car statio.

$$\Rightarrow \boxed{\sigma T_{vitre}^4 = \Pi_{soleil}}$$

$$\boxed{\Pi_{vitre} = \Pi_{soleil}}$$

La vitre a la même t°C que celle du "sol sans vitre".



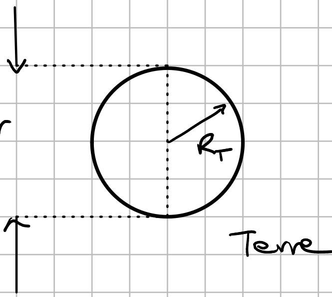
Nouveau syst, 1er ppe :

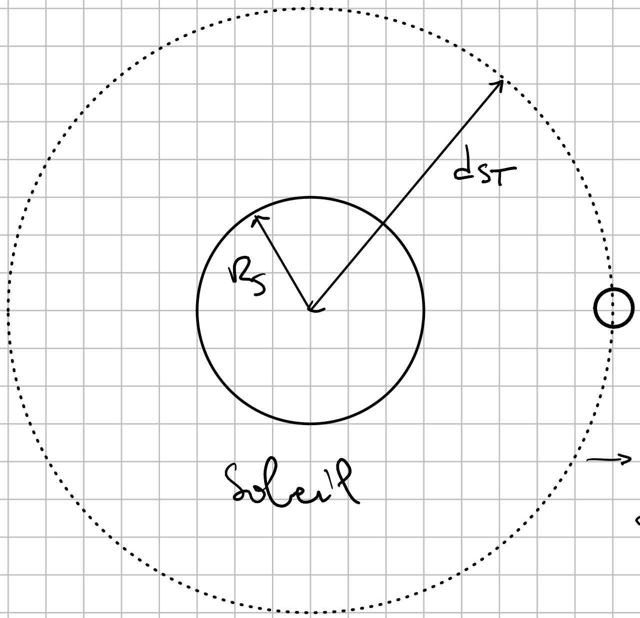
$$\underbrace{\frac{dU_{vitre}}{dt}}_{0} = S\Big(\underbrace{\Pi_{sol}}_{\sigma T'^4} - 2\underbrace{\Pi_{vitre}}_{\Pi_{soleil}}\Big)$$

d'où $\boxed{T' = T \times 2^{1/4}}$

2.3.

$S_{eff} = \pi R_T^2$ surface "efficace" pour calculer puissance reçue par Terre





Terre

→ Surface $4\pi d_{ST}^2$ sur laquelle s'étale la puissance P_{soleil} émise par le Soleil.

$$P_{soleil} = \underbrace{\Pi_{émis}}_{\sigma T_S^4} \times \underbrace{S_{soleil}}_{4\pi R_S^2}$$

$$\Pi_{\substack{reçue\\ par\\ Terre}} = \frac{P_{soleil}}{4\pi d_{ST}^2} = \frac{\sigma T_S^4 \, 4\pi R_S^2}{4\pi d_{ST}^2} \Rightarrow \boxed{\Pi_{\substack{reçue\\ par\,Terre}} = \sigma T_S^4 \left(\frac{R_S}{d_{ST}}\right)^2}$$

→ Syst : Terre. 1er ppe en statio :

$$\underbrace{\frac{dU_{Terre}}{dt}}_{=0} = (1-A)\,\Pi_{\substack{reçue\\ par\,Terre}} \, S_{eff} - 4\pi R_T^2 \times \underbrace{\Pi_{\substack{émis\\ par\,Terre}}}_{\sigma T^4}$$

$$\Rightarrow T^4 = (1-A)\frac{T_S^4}{4}\left(\frac{R_S}{d_{ST}}\right)^2 \Rightarrow \boxed{T = T_S \,(1-A)^{1/4} \sqrt{\frac{R_S}{2 d_{ST}}}}$$

ANᵒ : $T = 256\,K$
$= -17\,°C$

2.4. Idem effet serre avec vitre : $\boxed{T' = T\, 2^{1/4}}$

ANᵒ : $T' = 304\,K$
$= 31\,°C$