

Chap.4 – Activités

Equations d'onde linéaires ($\neq$ d'Alembert)

Milieux dispersifs – Milieux absorbants

2. « Pseudo-OPPH » – Relation de dispersion – Absorption

1.2 Interprétations physiques de k

Activité 1 : Interprétation physique du vecteur d'onde complexe ☆

Notons respectivement k' et k'' les parties réelle et imaginaire du vecteur d'onde complexe.

- A. Prendre la partie réelle de l'onde complexe $\underline{s}(x, t)$ pour retrouver l'onde réelle.
- B. En déduire la signification physique de k' et k'' . Discuter la signification de leur signe.
- C. Quelle est la vitesse de propagation de la phase ?
- D. Le cas échéant, définir une longueur caractéristique d'atténuation à partir de k''

3. Paquets d'onde en 1D

1.3 Propagation dans un milieu faiblement dispersif – Vitesse de groupe

Activité 2 : Interprétation physique de l'écriture math d'un paquet d'onde ☆

On considère un paquet d'onde de spectre rectangulaire étroit :

$A(\omega) = A_0$ centré sur ω_0 et de largeur $\Delta\omega \ll \omega_0$, $A(\omega) = 0$ en-dehors

Le milieu est non absorbant et peu dispersif : k est réel et dépend faiblement de ω sur la largeur $\Delta\omega$ du spectre.

On peut montrer qu'alors le paquet d'onde s'écrit ainsi :

$$\underline{s}(x, t) = A_0 e^{j(\omega_0 t - k_0 x)} \Delta\omega \operatorname{sinc} \left[\frac{\Delta\omega}{2} \left(t - \frac{x}{v_g} \right) \right]$$

- A. Interpréter physiquement cette écriture en repérant « une OPH de fréquence moyenne » convoluée par « une enveloppe ».
- B. En déduire l'interprétation physique de v_g .
- C. Définir ce qu'on pourrait appeler « la largeur temporelle de l'enveloppe » Δt , puis montrer qu'elle est inversement proportionnelle à la largeur spectrale $\Delta\omega$ du paquet.

4. Propagation d'une OEM dans un plasma peu dense

1.4 Ingrédients du modèle

Activité 3.1 : OEM dans un plasma, écriture math des deux champs ☆

Les éléments de modélisation sont regroupés dans le document principal.

Soit une pseudo-OPPH transverse se propageant selon $+\vec{u}_x$, polarisée rectilignement selon $\vec{u}_y$

- A. Ecrire mathématiquement le champ électrique de cette onde, en notation complexe
- B. En déduire l'expression du champ magnétique
- C. Donner un argument justifiant que l'on puisse négliger le déplacement des ions devant celui des électrons

1.5 Conductivité complexe du plasma

Activité 3.2 : OEM dans un plasma, conductivité complexe ☆

Les éléments de modélisation sont regroupés dans le document principal.

Suite de l'activité 3.1.

- A. Grâce à MG, montrer que la charge volumique totale est nulle à chaque instant.
- B. En déduire que la densité volumique d'électrons est uniforme et stationnaire, égale à n_0
- C. En notation complexe, appliquer le PFD sur un électron du plasma. On négligera la force magnétique devant la force électrique (sera justifié à la fin).
- D. Déterminer la conductivité complexe du milieu.
- E. Montrer que $\vec{j}$ et $\vec{E}$ sont en quadrature de phase. Que peut-on alors dire de la puissance volumique moyenne transmise aux électrons par l'onde ? L'onde sera-t-elle atténuée ?

1.6 Relation de dispersion – Filtrage passe-haut – Vitesses de phase et de groupe

Activité 3.3 : OEM dans un plasma, exploitation de la relation de dispersion ☆

Les éléments de modélisation sont regroupés dans le document principal (suite de 3.1 et 3.2.)

- A. Grâce aux équations de Maxwell écrites en complexe, établir la relation de dispersion
- B. Montrer que le plasma est un PHaut (noter ω_p la *pulsation plasma* : pulsation de coupure)
- C. Faire l'application numérique dans le cas de l'ionosphère : $n_0 \sim 10^{10} - 10^{12} \text{ m}^{-3}$
- D. A basse fréquence, donner l'expression de l'onde réelle. Idem à haute fréquence.
- E. A haute fréquence, déterminer la vitesse de phase et la vitesse de groupe. Le plasma est-il dispersif ? Tracer les vitesses en fonction de la pulsation.
- F. Dans les deux cas, préciser l'expression de l'indice du plasma
- G. NB : Etablir la relation de dispersion en passant par l'équation d'onde en cpx

5. OEM dans les conducteurs ohmiques à BF : effet de peau

5.2 Equation d'onde approchée dans le métal : une équation de diffusion

Activité 4.1 : OEM dans conducteur à BF, équation d'onde ★

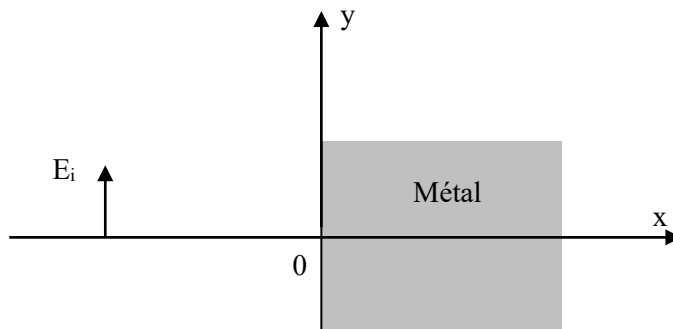
Rappel : $\overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{rot}}(\vec{A})) = \overrightarrow{\text{grad}}(\text{div}(\vec{A})) - \Delta \vec{A}$

- A. Montrer qu'à basse fréquence, la charge volumique $\rho(M, t) = 0 \quad \forall (M, t)$
- B. Dans MA comparer en odg le courant de déplacement au courant « libre ». Conclure
- C. Etablir l'équation d'onde vérifiée par $\vec{E}$. Comment nomme-t-on cette équation ?
- D. (Facultatif) Montrer que $\vec{B}$ vérifie la même équation d'onde

5.3 Relation de dispersion – Vitesse de phase – Vitesse de groupe

Par la suite, on considère un conducteur emplissant tout le demi-espace $x > 0$ (cf. schéma ci-dessous). Une OPPH incidente (dans le vide) polarisée rectilignement $\vec{E}(x, t) = E_0 \cos\left(\omega t - \frac{\omega}{c}x\right)\vec{u}_y$ atteint le métal et est partiellement transmise. On ne s'intéresse par la suite qu'à la partie de l'onde qui pénètre dans le conducteur.

On admet que la condition à la limite en $x = 0$ assure à l'OPPH transmise dans le métal d'avoir la même pulsation et la même polarisation que l'onde incidente.



Activité 4.2 : OEM dans conducteur à BF, exploitation relation dispersion ★

- A. Donner l'écriture de la pseudo-OPPH étudiée (cf. hypothèses ci-dessus)
- B. Etablir la relation de dispersion
- C. Déterminer les expressions de la partie réelle k' de $\underline{k}$ et de sa partie imaginaire k'' (justifier notamment le choix des signes)
- D. Introduire dans ces expressions une longueur caractéristique notée δ
- E. En déduire l'expression de l'indice du conducteur
- F. Déterminer la vitesse de phase. Le conducteur est-il un milieu dispersif ?
- G. Différencier $k'(\omega)$ pour déterminer efficacement la vitesse de groupe
- H. Cette dernière semble diverger à haute fréquence. Via une ANic, et en rappelant le domaine de validité de l'étude, montrer que la vitesse de groupe ne peut pas dépasser c

5.4 Expression de l'onde réelle – Effet de peau

Activité 4.3 : OEM dans conducteur à BF, effet de peau ⚡

- A. Ecrire l'onde électrique en complexe. En déduire l'onde magnétique en complexe
- B. Ecrire ces deux champs en notation réelle. Quelle est la signification physique de δ ?
- C. Déterminer sa valeur numérique dans le cuivre à 50 Hz.
Que peut-on en déduire pour les applications concrètes (transport puissance élec par ex.) ?

5.6 Bilan énergétique : atténuation par l'effet Joule

Activité 4.4 : OEM dans conducteur à BF, bilan énergétique ⚡

Préliminaires :

- A. Rappeler l'équation locale de Poynting en présence de porteurs de charge libres
- B. L'écrire sous forme intégrale, en considérant comme système macro un volume de conducteur de section S (directions Oy et Oz) s'étendant de $x = 0$ jusqu'à l'infini (on verra que l'intégration sur ce domaine infini converge)
- C. Prendre la moyenne temporelle de cette équation intégrale de conservation

On utilise à présent les expressions des champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ établies précédemment

- D. Justifier que la moyenne temporelle du terme de variation d'énergie stockée est nulle
- E. En déduire que la puissance EMic entrante est intégralement dissipée par effet Joule
- F. (*facultatif*) Le vérifier avec les expressions des champs établies précédemment (il est préférable de revenir à des expressions avec $\underline{k}$ écrit sous forme $\text{Re}\{\} + j\text{Im}\{\}$)