Centrale PSI 2014 : Spectropl.

/22

A.1. $\boxed{2}$ • Plane oui : car ses surfaces d'onde = équiphases, i.e. $\left| \begin{array}{l} \omega t - kx = C^{te} \\ \text{à } t \text{ fixé} \end{array} \right.$ sont des plans.

• Polarisée oui : rectilignement $\vec{u_z}$ car div° $\vec{E}$ reste C^{te} au cours tps.

A.2. $\boxed{1}$ 210 nm est juste en-dessous de 400 nm donc UV.

A.3. $\boxed{2}$ $\vec{rot}(\vec{rot}\,\underline{\vec{E}}) = \vec{rot}\left(-\frac{\partial \underline{\vec{B}}}{\partial t}\right)$

$$\underbrace{\vec{grad}(\operatorname{div}\underline{\vec{E}})}_{\vec{0}} - \vec{\Delta}\,\underline{\vec{E}} = -\frac{\partial}{\partial t}\left(\mu_0 \underline{\varepsilon} \frac{\partial \underline{\vec{E}}}{\partial t}\right)$$

$$\boxed{\Delta \underline{\vec{E}} - \mu_0 \underline{\varepsilon} \frac{\partial^2 \underline{\vec{E}}}{\partial t^2} = \vec{0}}$$

A.4. $\boxed{4}$ projette selon $\vec{u_z}$: $\Delta \underline{E} - \mu_0 \underline{\varepsilon} \frac{\partial^2 \underline{E}}{\partial t^2} = 0$

$$\Delta = \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} \rightarrow (-j\vec{\underline{k}}) \cdot (-j\vec{\underline{k}}) = -\underline{k}^2 \vec{u_x} \cdot \vec{u_x}$$

d'où $-\underline{k}^2 \underline{E} - \mu_0 \underline{\varepsilon}(-\omega^2)\underline{E} = 0$

2 $\boxed{\underline{k}^2 = \mu_0 \omega^2 \underline{\varepsilon}}$ $\boxed{\underline{k}^2 = \mu_0 \omega^2 (1 + \underline{\chi})}$

→ En l'absence d'info dans l'énoncé, $\underline{\chi}$ cpx qcq, sa partie réelle dpd de ω de manière qcq, idem partie imaginaire.

2 CCl : $\underline{k}$ cpx qcq, $\left| \begin{array}{l} k'(\omega) \text{ qcq} \\ k''(\omega) \text{ qcq} \end{array} \right.$

donc $v_\varphi = \frac{\omega}{k'(\omega)}$ dpd ω ↳ $\boxed{\text{dispersif}}$

et $k''(\omega) \neq 0 \rightarrow \ldots$ $\boxed{\text{absorbant}}$, m̂ si pas moyen de le justifier avec énoncé, sauf grâce au contexte cf. spectro et absorbance.

A.5. $\underline{\vec{E}} = E_0 e^{-k''x} e^{j(\omega t - k'x)} \vec{u_z}$ 2

1

$$\boxed{\vec{E} = E_0 e^{-k''x} \cos(\omega t - k'x) \vec{u_z}}$$

III. B.1. Mfaraday en cpx :

4

$$(-j\underline{\vec{k}}) \wedge \underline{\vec{E}} = -j\omega \underline{\vec{B}} \rightarrow \underline{\vec{B}} = \frac{\underline{k}}{\omega} \underline{E} \,(-\vec{u_y})$$ 2

$$\underline{\vec{B}} = -\frac{k'}{\omega} E_0 e^{-k''x} e^{j(\omega t - k'x)} \vec{u_y} + j\frac{k''}{\omega} E_0 e^{-k''x} e^{j(\omega t - k'x)} \vec{u_y}$$

plus malin d'écrire $\underline{k}$ avec k' et k'', plutôt que module-argument

$$\boxed{\vec{B} = -\frac{k'}{\omega} E_0 e^{-k''x} \cos(\,) \vec{u_y} - \frac{k''}{\omega} E_0 e^{-k''x} \sin(\,) \vec{u_y}}$$ 2

$(\hookrightarrow jk'' \times j\sin(\,) \rightarrow$ réel$)$

B.2. $\vec{\Pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} = \frac{EB}{\mu_0} \underbrace{\vec{u_z} \wedge \vec{u_y}}_{-\vec{u_x}}$ (projetés, pas normes)

2

$$\boxed{\vec{\Pi} = \frac{E_0^2}{\omega\mu_0} e^{-2k''x} \left(k' \cos^2(\,) + k'' \cos(\,)\sin(\,)\right) \vec{u_x}}$$

B.3.

3

(+1) $\langle \vec{\Pi} \rangle = \frac{E_0^2}{\omega\mu_0} e^{-2k''x} \frac{k'}{2} \vec{u_x} + \vec{0}$ 2

intérêt de l'écriture de $\vec{B}$ donnée q° B.1. $\langle \sin(2x..) \rangle = 0$

(Rq : si en B.1. on préfère écrire $\underline{k} = |\underline{k}| e^{j\arg(\underline{k})}$, ça marche, mais faut utiliser en B.2. trigo : $\cos\theta \times \cos(\theta + \alpha) = \cos^2\theta \cos\alpha - \cos\theta \sin\theta \sin\alpha$) (+1)

$$\boxed{I = \frac{E_0^2 k'}{\omega\mu_0 2} e^{-2k''x}}$$ 1

$$\boxed{I_0 = \frac{E_0^2 k'}{2\omega\mu_0}}$$

$$\boxed{\delta = \frac{1}{2k''}}$$

B.4.

3

$I = I_0 e^{-\varepsilon_m c x}$

$$\boxed{I_s = I_0 e^{-\varepsilon_m c e}}$$

Beer-Lambert

Absorbance

$A = \ln\left(\frac{I_0}{I_s}\right) = \varepsilon_m c e$

On a accès à conc° c !