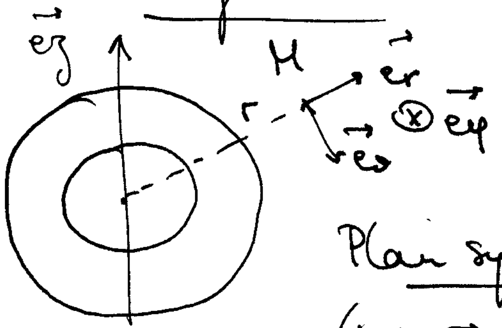
$\boxed{\text{CCP PSI 2015 : Orage et foudre}}$

13 - Invariances distrib° charge par rotat° d'angle θ et φ $\Rightarrow$ $\vec{E} = E_r(r)\vec{e_r} + E_\theta(r)\vec{e_\theta} + E_\varphi(r)\vec{e_\varphi}$



Plan sym-ie distrib° charges : $(M, \vec{e_r}, \vec{e_\theta})$ et $(M, \vec{e_r}, \vec{e_\varphi})$

$\Rightarrow$ $\boxed{\vec{E} = E(r)\vec{e_r}}$

14-a)

Surface Gauss : sphère de rayon r centrée sur centre condensateur.

$\rightarrow \oiint_{S_{Gauss}} \vec{E}.\vec{dS} = E(r)\, 4\pi r^2$

$\rightarrow \dfrac{Q_{int}}{\varepsilon_0} = \dfrac{Q}{\varepsilon_0}$ car $r \in [R_1, R_2]$

$\Longrightarrow$ $\boxed{\vec{E}(M) = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e_r}}$

14-b) Chemin (Γ) decrivé de A vers B :

$\int_{A\,(\Gamma)}^{B} \vec{E}.\vec{dl} = \int_A^B E(r)\vec{e_r}.\underbrace{\vec{dl_{er}}}_{dr\, e_r\, ainsi}$

Or $\int_A^B \vec{E}.\vec{dl} = \underbrace{V_A - V_B}_{\text{"}V_1 - V_2\text{"}}$

d'où $V_1 - V_2 = \int_{r=R_1}^{R_2} \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\, dr$

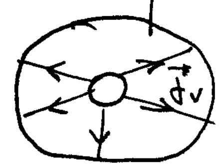
$= \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left[-\dfrac{1}{r}\right]_{R_1}^{R_2} = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\dfrac{1}{R_1} - \dfrac{1}{R_2}\right]$

$\boxed{V_1 - V_2 = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{R_1} - \dfrac{1}{R_2}\right)}$

$\rightarrow$ 14-c) $C = \dfrac{Q}{V_1 - V_2}$ $\Rightarrow$ $\boxed{C = \dfrac{4\pi\varepsilon_0}{\dfrac{1}{R_1} - \dfrac{1}{R_2}}}$

15 - "Résistivité" signifie implicitement conducteur ohmique : $\vec{j_v} = \gamma\vec{E}$ ↳ du ⊕ vers ⊖

$\vec{j_v}$ radial divergent.



16- $C = \dfrac{4\pi\varepsilon_0 R_1}{1 - \dfrac{R_1}{R_2}}$ avec $R_2 = R_1(1+\varepsilon)$ $\boxed{\varepsilon << 1}$.

$1 - \dfrac{R_1}{R_2} = 1 - \dfrac{1}{1+\varepsilon} \sim 1 - (1-\varepsilon) \sim \varepsilon$

d'où $\boxed{C \sim \dfrac{4\pi\varepsilon_0 R_1}{\varepsilon}}$

AN : $C \sim \dfrac{4\pi \times 6370\,10^3 \times 8{,}9\,10^{-12}}{\dfrac{80}{6370}}$

ε_0 manquait dans énoncé

$\boxed{C = 57\,mF}$

17- $E_{élec} = \dfrac{1}{2} C U^2$ avec $U \sim E \times d$, $d = (R_2 - R_1)$

$\boxed{E_{élec} = \dfrac{1}{2} C E^2 (R_2 - R_1)^2}$

AN : $\boxed{E_{élec} \sim 2200\ GJ}$ (Téra Joules)

18- Figure 1 : par beau temps $\vec{E}$ converge vers le sol.
Figure 3 : nuageux $\vec{E}$ diverge à partir du sol

C/C° : sens opposé.

19- a) N'apparaît pas dans l'énoncé, culture gale : éclair ⟷ interne

b) NB : énoncé dit implicite et que foudre peut descendre (vers le sol)... d'où réponse au a).

Le courant associé au coup de foudre va dans le m̂ sens que $\vec{E}$: donc vers le haut d'ap. figure 3 ... SAUF au centre de la figure, où charges sont inversées ! alors foudre peut descendre aussi.

---

20) Fin texte dit $\|\vec{E}_{sol}\| \sim 20\,kV.m^{-1}$ sur les 2 km séparant le sol du nuage.

$\boxed{U \sim E \times d} \Rightarrow \boxed{U \sim 4\,10^7\,V}$

21) $\boxed{E_{foudre} = U \times I \times \Delta t}$

<u>AN</u> : $\boxed{E_{foudre} = 20 \text{ GJ}}$

<u>Très tentant</u> de vouloir récupérer cela.

Mais il faudrait régler les pb suivants :

→ dispositif supportant 50 000 A

→ dispositif pouvant stocker une telle qté d'énergie : "grosse batterie" !!

→ tps réponse rapide du dispositif, car tout se passe en 10 ms

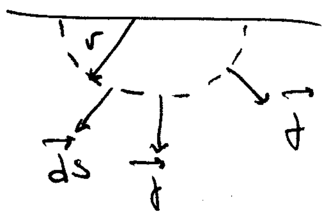
→ où placer dispositif ?? Foudre tombe au hasard, et avec une faible fréquence

↳ il faudrait que chaque m² de terrain soit parcouru par un conducteur permettant d'acheminer l'énj élec vers le lieu de stockage ...

Bref, cela semble difficile à réaliser, et c'est sûrement la raison pour laquelle ça n'existe pas !

27-a) $I = \iint \vec{j} \cdot \vec{dS}$ → $\boxed{j(r) \text{ en } A\,m^{-2}}$

27-b)



$I = \iint \vec{j} \cdot \vec{dS}$ hémisphère pointillé

$$I = \iint j(r) \cdot dS = j(r) \underbrace{\iint dS}_{2\pi r^2} \Big\} \tfrac{1}{2} \text{ de surface sphère}$$

$$\boxed{j(r) = \frac{I}{2\pi r^2}}$$

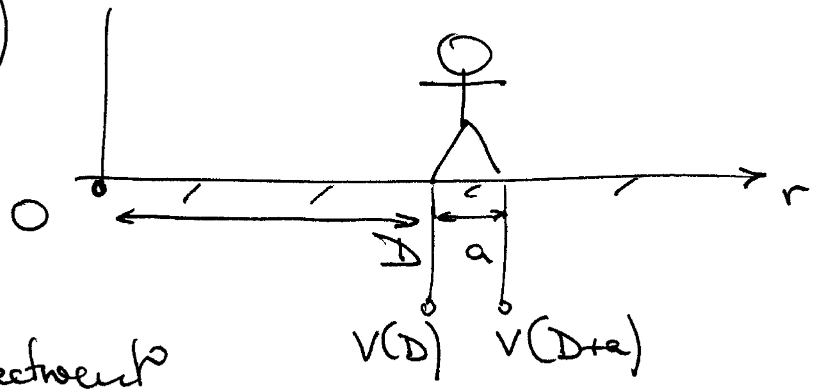
28) a) $\boxed{E(r) = \frac{I}{2\pi r^2 \gamma_{sol}}}$

28-b) $\vec{E} = -\vec{grad}\, V$ → $-\frac{dV}{dr} = E(r) = \frac{I}{2\pi \gamma_{sol} r^2}$

$\boxed{V(r) = \frac{I}{2\pi \gamma_{sol} r} + C^{te}}$ Or $V(+\infty) = 0$ ⇒ $C^{te} = 0$.

$$\boxed{V(r) = \frac{I}{2\pi \gamma_{sol} r}}$$

29)-a)



pas électrocut° si

$\frac{I}{R_h} \leq I_{\text{ap}} \Leftrightarrow \frac{V(D) - V(D+a)}{R_h} \leq I_{\text{ap}}$

$\Leftrightarrow \boxed{\frac{I}{2\pi \gamma_{sol} R_h}\left[\frac{1}{D} - \frac{1}{D+a}\right] \leq I_{\text{ap}}}$

29-b) $\frac{1}{D+a} = \frac{1}{D}\left(\frac{1}{1+\frac{a}{D}}\right) \sim \frac{1}{D}\left(1 - \frac{a}{D}\right)$ $\quad \frac{a}{D} \ll 1$

d'où : pas électrocut°

$\Leftrightarrow \left[\frac{1}{D} - \frac{1}{D} + \frac{a}{D^2}\right] \leq \frac{I_{\text{ap}}\, 2\pi \gamma_{sol} R_h}{I}$

$\Leftrightarrow \boxed{D \gg \underbrace{\sqrt{\frac{a\, I}{I_{\text{ap}}\, 2\pi \gamma_{sol} R_h}}}_{\text{"}D\text{" de l'énoncé}}}$

<u>Analyse dim</u> : $R_h \leftrightarrow \text{"}\frac{L}{\gamma S}\text{"} \Rightarrow \gamma_{sol} R_h \leftrightarrow m^{-1}$

donc <u>ok</u> !

29-c) <u>AN</u> : $a \sim 1m$ $\quad$ <u>il manquait les données</u> !

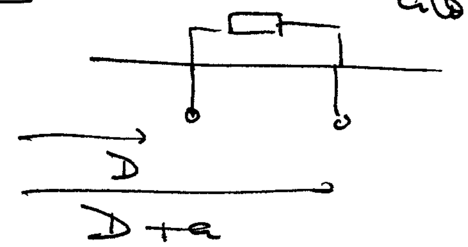
$I_{\text{ap}} = 25\,\text{mA}$ $\quad \gamma_{sol} \sim 10^{-2}\,S\,m^{-1}$

$R_h \sim 2{,}5\,k\Omega$

$\boxed{D = 110\,m}$

29-d) Tenté de dire gds animaux, car a est plus gd ... <u>MAIS</u> attent° aussi à la valeur de R_h !

<u>si modél°</u> :



alors $R_h = \frac{a}{\gamma_h S}$

(conduct. animal)

$\frac{a}{R_h} = \underbrace{\gamma_h S}$

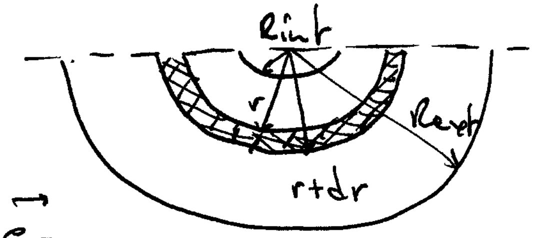
dpd de la sect° du tube de courant traversant l'animal... plus gde pour les gds animaux ?

↳ réponse pas aussi simple qu'il n'y paraît.

<u>Ccl°</u> : il vaut mieux serrer les f... si on est assis par terre.

30) a)

3



ddp dV ($V(r+dr) - V(r)$) bornes de la coque.

$\vec{j} = j(r)\,\vec{e_r}$

$\vec{E} = E(r)\,\vec{e_r}$

$\vec{j} = \gamma \vec{E}$

$I = j(r) \times 2\pi r^2$

but : relier ddp élém

dV aux bornes de la coque dRc au courant I, puis utiliser ohm :

$\boxed{dV = dRc\, I}$

$dV = \vec{\text{grad}}\,V \cdot \vec{dl}$

$= -\vec{E} \cdot \vec{dl}$

$dV = -E(r)\,dr$

$\hookrightarrow \boxed{dV = -\frac{j(r)}{\gamma}\,dr = -\frac{I}{\gamma 2\pi r^2}\,dr}$

(!) $I = \iint \vec{j} \cdot \vec{dS} = j(r)\, 2\pi r^2$ si $\vec{dS}$ (donc I) orientée selon $\vec{u_r}$.

Or si I s'éloigne du centre, alors $dV (= V(r+dr) - V(r))$ est nécessairement < 0 !

d'où $\boxed{dRc = \frac{dr}{\gamma 2\pi r^2}}$ (homogène)

30-b) $Rc = \int_{r=R_{int}}^{R_{ext}} \frac{dr}{\gamma 2\pi r^2}$ car toutes les dRc sont en série !

car traversées par le même courant

$$\boxed{Rc = \frac{1}{2\pi \gamma_{mét}} \left[\frac{1}{R_{int}} - \frac{1}{R_{ext}}\right]}$$

31-a) $\underline{R_{glob} = R_{métal} + R_{sol}}$ car en série, car traversée par même courant.

$$\boxed{R_{glob} = \frac{1}{2\pi \gamma_{mét}} \left[\frac{1}{Ra} - \frac{1}{Rb}\right] + \frac{1}{2\pi \gamma_{sol}} \times \frac{1}{Rb}}$$

b) AN : données manquantes encore ...

$R_{glob} = 47\,\Omega$

c) Législat° non respectée. Terme du sol est dominant : faut ↑Rb pour ↓ Rglob.