Exercices – Diffusion thermique

Si besoin, l'annexe « Analyse vectorielle » donne les expressions des opérateurs en cylindrique et sphérique
Dans tous les exercices suivants λ désigne une conductivité thermique, ρ une masse volumique et c une chaleur massique (capa. therm. mass.)

Exercice 1 : Diffusion thermique en présence d'effet Joule

Un cylindre métallique, de conductivité électrique σ et de conductivité thermique λ, de section S et de longueur L, est parcouru longitudinalement par un courant électrique d'intensité I. On suppose que les extrémités sont maintenues aux températures T_0 et T_1 et que la surface latérale est calorifugée.

1. Effectuer un bilan d'énergie pour établir l'équation de la chaleur, sachant que l'on adopte l'approximation d'un problème unidimensionnel.
2. En déduire la loi d'évolution spatiale de la température en fonction de l'abscisse en régime établi.
3. Examiner le cas particulier où I = 0. Examiner le cas particulier où $T_0 = T_1$. Tracer l'allure des courbes T(x) obtenues dans chacun de ces deux cas particuliers.
4. Calculer le flux thermique aux deux extrémités. Commenter le résultat.
5. Un tel problème aurait-il un sens dans le cadre de la diffusion de particules ?

Exercice 2 : Barreau constitué de deux métaux

On dispose d'un barreau cylindrique de section S constitué d'une longueur l_1 d'aluminium et l_2 de cuivre.

On donne :
λ_1 (Al) = 200 W.K^{-1}.m^{-1} ; λ_2 (Cu) = 380 W.K^{-1}.m^{-1} ; l_1 = 80 cm ; l_2 = 50 cm ; S = 2 cm^2.
L'extrémité libre du barreau d'aluminium est maintenue à t_1 = 180°C, celle du barreau de cuivre à t_2 = 0°C. Une gaine isole latéralement le barreau.
Déterminer, en régime stationnaire :
a) la température au niveau de la soudure ;
b) le gradient de température le long de chacune des deux parties du barreau ;
c) la densité de courant thermique et le transfert thermique qui traverse la jonction chaque minute.
d) La résistance thermique de l'ensemble.
Réponses : $T_{soudure}$ = 44,5 °C ; Q = 405,6 J.

Exercice 3 : Régulation thermique

On souhaite réguler la température d'une enceinte de stockage. Pour une température extérieure de 5°C, les calculs ont montré qu'une puissance de 1,6 kW était nécessaire pour maintenir la température intérieure à 18°C.

1. Déterminer et donner la valeur numérique de la résistance thermique de l'enceinte.
2. Pour une variation de température extérieure de 6°C, quelle sera la variation de température intérieure si l'on maintient la puissance thermique fournie constante ?

On adopte une loi de commande telle que la puissance fournie soit proportionnelle à la différence entre une valeur de consigne choisie par l'utilisateur et la température intérieure de l'enceinte.
3. Sachant que le coefficient retenu est de 1,5 kW par °C, quelle valeur de consigne faut-il choisir pour obtenir une température intérieure de 18°C lorsque la température extérieure est 5°C.
4. Si La température extérieure varie de 6°C, quelle sera la variation de température intérieure ? Commenter.

Exercice 4 : Bilan entropique en diffusion thermique (dur car non traité en cours, et hors programme)

- pour appliquer le 2^e ppe

- pour prouver l'irréversibilité du phénomène de diffusion avec les outils de la thermodynamique

- pour donner un exemple d'évolution isentropique qui n'est pas adiabatique

Une barre cylindrique de conductivité λ, de section σ et de longueur L est calorifugée sauf à ses extrémités où elle est en contact avec deux thermostats qui maintiennent respectivement les températures T_1 et T_2.

En se plaçant en régime permanent, montrer que le phénomène de diffusion thermique est un processus irréversible, en reliant λ à l'entropie créée. Interpréter le fait que λ soit positif dans la loi de Fourier.

Exercice 5 : Etude simplifiée d'un dissipateur thermique pour transistor

On ne peut pas toujours limiter la puissance dissipée dans un transistor. Pour pouvoir dissiper une puissance beaucoup plus élevée en limitant la température du composant, on monte le boîtier de certains transistors sur un dissipateur de chaleur muni d'ailettes de refroidissement (figure 10).

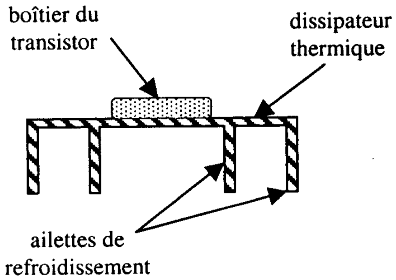

figure 10

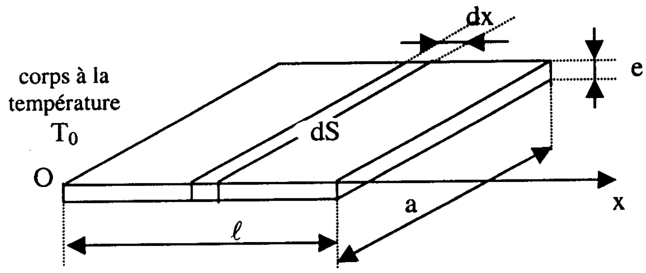

figure 11

Une ailette de refroidissement en aluminium de conductivité thermique λ = 200 W m^{-1}.K^{-1} est fixée à un corps dont la température est T_o = 70°C constante et baigne dans l'air ambiant dont la température est constante et vaut T_a = 20°C .

Le corps à la température T_o occupe le demi-espace x < 0. L'ailette est de forme parallélépipédique (figure 11), d'épaisseur e = 2 mm, de largeur a = 3 cm et de longueur ℓ=2 cm.

On fait les hypothèses suivantes :
- le régime étudié est stationnaire
- la température d'un point de l'ailette n'est fonction que de x : elle sera donc notée T(x)
- a est très grand devant e (cf. valeurs numériques)
- la puissance thermique cédée à l'air extérieur par la surface latérale dS d'un élément de longueur dx (échanges conducto-convectifs) est : $dP = h [T(x) - T_a] dS$ avec $dS = 2 (a + e).dx \approx 2a.dx$

où h est un coefficient constant : h = 150 S.I. (S.I. signifie : dans le système international).

1. Montrer que l'équation différentielle vérifiée par la température T(x) de l'ailette peut se mettre sous la forme :

$$\frac{d^2T}{dx^2} - \frac{1}{L^2}\left(T(x) - T_a\right) = 0$$

où L est une longueur caractéristique que l'on exprimera en fonction de λ, h et e.

2. Calculer la valeur numérique de L.

3. Justifier les deux conditions aux limites suivantes vérifiées par T(x) :

$$T(0) = T_o \text{ et } -\lambda \left(dT / dx \right)_{x=\ell} = h \left(T(\ell) - T_a\right) .$$

4. En déduire la loi T(x) en fonction de x.

5. Montrer que compte-tenu de la longueur de l'ailette (ℓ= 2 cm), on peut supposer que la température de l'ailette est approximativement constante et égale à T_o : on montrera que la valeur absolue de $(T(\ell) - T_o) / T_o$ est voisine de 10%.

6. <u>On considère que la température de l' ailette est effectivement constante et égale à T_o</u>

a) Donner l'expression de la puissance thermique P échangée entre l'ailette et l'air ambiant.

b) Déterminer la puissance thermique P' échangée entre le corps à la température T_o et l'air ambiant par la surface d'aire S' = a.e en l'absence d'ailette (S' est la surface de base de l'ailette en x = 0).

c) En déduire l'expression de l'efficacité η = P / P' de l'ailette. Calculer sa valeur.