

Objectifs :

- Mesurer la relation de dispersion des ondes de surface
- Observer les phénomènes d'interférences et de diffraction
- (si temps) Observer qualitativement l'effet Doppler

NB : le coefficient de tension superficielle de l'eau vaut $\gamma = 72 \cdot 10^{-3} \text{ N.m}^{-1}$

NB : cet énoncé est largement inspiré d'un texte trouvé sur le web

1. Éléments théoriques sur les ondes de surface

1.1. Relation de dispersion

Depuis les rides à la surface d'une flaque jusqu'aux déferlantes sur la plage nous avons tous déjà vu le phénomène de formation d'onde à la surface d'un fluide. Lorsque ces oscillations de l'interface air-eau sont maintenues par un échange entre énergie cinétique et énergie potentielle gravitationnelle, elles sont appelées tout naturellement *ondes de gravité*. On définit la longueur d'onde λ de ces oscillations comme la distance entre deux crêtes. Celle-ci varie de quelques centimètres à plusieurs kilomètres.

Si la gravité est la force qui entretient les oscillations des ondes les plus longues, une autre force vient la relayer dès que la courbure de la surface est importante, ce qui n'arrive que lorsque sont présentes des ondes d'une longueur d'onde de quelques centimètres ou moins. Cette tension de surface explique, par exemple, que les gouttes d'eau sont rondes, et ces vagues très courtes sont appelées *ondes capillaires*.

Dans le cas générale d'une couche de fluide d'épaisseur h , une onde de la forme $\phi(x, t) \propto e^{i(\omega t - kx)}$ se propage suivant la relation de dispersion¹ :

$$\omega^2(k) = \tanh(kh) \left(gk + \gamma \frac{k^3}{\rho} \right) \quad (1)$$

où x est la direction de propagation, t le temps, ω la pulsation, k le nombre d'onde ($k = 2\pi/\lambda$), ρ la densité du fluide, g la constante de gravité et γ la tension superficielle du fluide (Bruhat Mécanique p568). L'analyse de cette relation permet de distinguer 2 frontières différentes : celle discutée plus haut distinguant ondes de gravité et ondes capillaires ; et une seconde liée à la profondeur du bassin h .

1.2. Deux cas limites : Ondes de gravité – Ondes capillaires

La distinction entre ces deux régimes va dépendre du comportement du terme $gk + \gamma \frac{k^3}{\rho}$. Les deux termes de la somme sont égaux pour la valeur particulière $k_c = \sqrt{\frac{\rho g}{\gamma}}$ de k , correspondant à une longueur d'onde $\lambda_c = 2\pi \sqrt{\frac{\gamma}{\rho g}}$. k_c représente donc un nombre d'onde frontière à partir duquel le terme capillaire dépasse en valeur le terme gravitationnel.

- Si $\lambda \gg \lambda_c$ le terme gravitationnel domine le terme capillaire. Il s'ensuit que $gk + \gamma \frac{k^3}{\rho} \rightarrow gk$.
- Si $\lambda \ll \lambda_c$ le terme capillaire domine le terme gravitationnel. Il s'ensuit que $gk + \gamma \frac{k^3}{\rho} \rightarrow \gamma \frac{k^3}{\rho}$.

On examine, en eau idéalement profonde, le croisement entre ces deux comportements sur la figure 1, qui représente les termes gravitationnel et capillaire (en pointillés) et leur résultante (en trait plein) dans la relation de dispersion (1). La figure de droite, en échelles logarithmiques, illustre encore mieux le croisement.

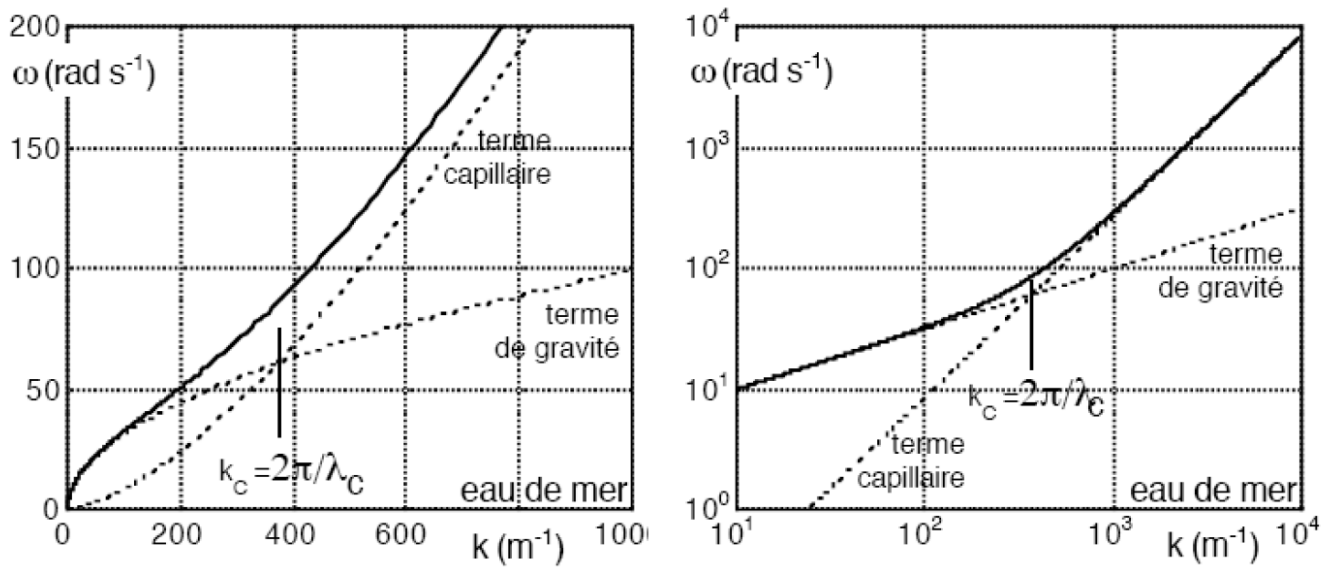


FIG. 1 – Frontière entre ondes de gravité et ondes capillaires. Dans l'eau de mer $\lambda_c = 1,7\text{cm}$.

1.3. Influence de la profondeur

L'évolution du terme $\tanh(hk)$ est central dans l'influence de la profondeur de fluide sur la relation de dispersion. La fonction $\tanh$ est une fonction qui évolue entre 0 et 1 lorsque son argument évolue de 0 à ∞ . Ainsi :

- Si $\lambda \ll h$, le bassin est profond devant la longueur d'onde, il s'ensuit que $\tanh(kh) \rightarrow 1$.
- Si $\lambda \gg h$, le bassin est peu profond devant la longueur d'onde, il s'ensuit que $\tanh(kh) \rightarrow kh$ au premier ordre non nul.

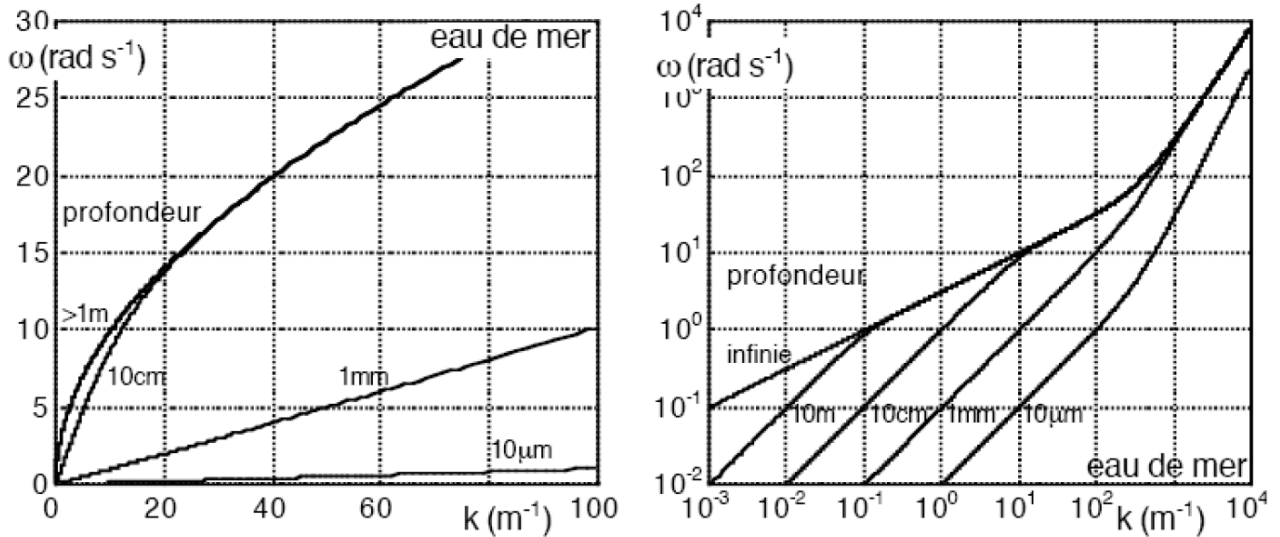


FIG. 2 – Influence de la profondeur d'eau sur la relation de dispersion.

La figure 2 illustre l'effet de la limitation de la profondeur du liquide. La partie droite, en échelles logarithmiques, permet de voir que les ondes capillaires ne sont plus affectées dès que la profondeur excède environ 1mm. La profondeur du récipient affecte en revanche notablement la propagation des ondes gravitationnelles (ou vagues). Un examen attentif de la partie droite de la figure 2 montre que les ondes gravitationnelles ($k < k_c$) affectées par la profondeur limitée ($kh < 1$) du bassin ne sont plus dispersives, puisque la pente (en échelles logarithmiques) de la relation $\omega(k)$ est dans ce cas égale à 1. Un examen détaillé de la relation de dispersion (1), dans le cas simultané où $gk + \gamma \frac{k^3}{\rho} \sim gk$ et $\tanh(kh) \sim kh$ confirme effectivement qu'alors : $\omega \simeq \sqrt{ghk}$.

2. Manipulations avec la cuve à ondes

2.1. Présentation de la cuve et prise en main

La cuve à ondes est un outil permettant d'analyser la formation et la propagation d'ondes à la surface d'un fluide. La lumière émise par une lampe stroboscopique est renvoyée par un miroir sur un écran dépoli (Fig. 3a). Les courbures à l'interface air-liquide agissent comme des lentilles et on observe alors sur l'écran une image dont le contraste correspond aux déformations de la surface du fluide (voir Fig. 3b). Les caractéristiques et les différents accessoires de la cuve à ondes

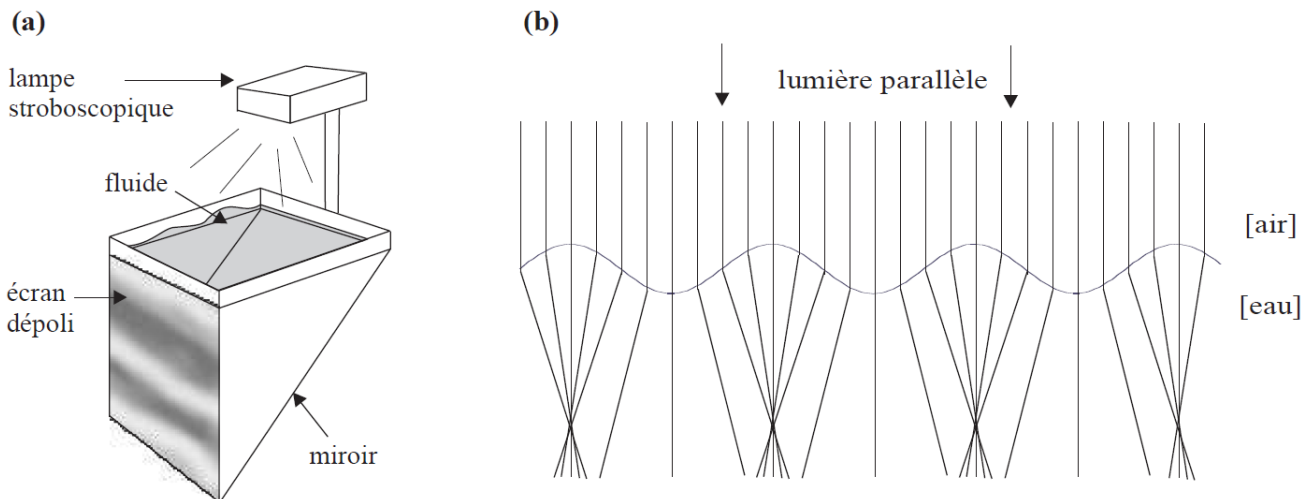


FIG. 3 – (a) Schéma d'une cuve à onde. (b) Principe de conversion de la courbure de l'interface en intensité lumineuse.

Le stroboscope est synchronisé avec le générateur d'ondes périodiques (i.e. ils ont la même période temporelle). Il permet d'obtenir une image fixe en émettant un flash lumineux à chaque fois que l'onde est dans le même état.

*On pourra modifier l'amplitude d'excitation des ondes pour une meilleure visualisation.
La profondeur de pénétration des tubes excitateurs a aussi une influence sur la visibilité.*

2.2. Mesure de la relation de dispersion

- ❖ A l'aide d'une source ponctuelle, générer des ondes circulaires. Proposer une méthode pour mesurer le « grandissement optique » entre « l'image de l'onde » sur l'écran dépoli et l'onde à la surface de l'eau, puis réaliser la mesure
- ❖ Mesurer la longueur d'onde pour différentes fréquences temporelles. Tracer $\omega^2 = f(k)$
- ❖ Entrer la formule théorique dans LibreOffice, et confronter votre courbe expérimentale à la formule théorique

Attention : On pourra vérifier que le terme en k^3 dans la relation de dispersion la rend particulièrement sensible aux incertitudes expérimentales sur la mesure de k . En général, le facteur limitant est la détermination du facteur de « grandissement » entre la longueur d'onde mesurée sur l'écran dépoli et celle que l'on cherche vraiment à mesurer, à la surface de l'eau. Cette mesure semble assez sensible à la hauteur à laquelle on place l'objet étalon pour mesurer le grandissement : refaites la mesure en vous assurant de placer un objet à la surface de l'eau, au même niveau, donc, que les ondes à mesurer.

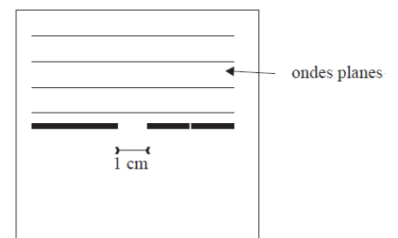
NB : un grandissement de 1,8 (semble assez sensible à la hauteur d'eau dans la cuve) permet une bonne adéquation entre mesure et formule théorique.

2.3. Interférences

- ❖ Comment reconnaître une « frange sombre » dans le cas des interférences entre ondes de surface ?
- ❖ En utilisant deux sources ponctuelles, montrer que l'on observe des zones où l'amplitude des vagues est presque nulle (on pourra stopper le stroboscope pour repérer plus facilement ces zones)
- ❖ A une distance D donnée des sources (à fixer, la prendre assez grande) :
 - la distance entre deux franges sombres est quasi indépendante du couple de franges considéré
 - mesurer cette distance (« l'interfrange » i) pour différentes longueurs d'onde λ (3-4 points)
- ❖ La relation $i = \frac{\lambda D}{a}$ est-elle vérifiée ici ? (a est la distance entre les deux sources ponctuelles)

2.4. Diffraction

- ❖ Utiliser la source à onde plane et insérer des obstacles sur le chemin de l'onde de façon à former une petite ouverture (cf. illustration ci-contre)
- ❖ Visualiser la diffraction des ondes lors de leur passage à travers l'ouverture, et vérifier que la loi semi-quantitative de diffraction vue en PCSI est bien vérifiée



2.5. (si temps) Effet Doppler

Lorsqu'une source d'onde est en mouvement par rapport à un capteur d'onde, le capteur perçoit une fréquence de l'onde qui n'est pas la fréquence émise par la source : c'est l'effet Doppler.

- ❖ Essayer de mettre en évidence qualitativement cet effet avec les ondes de surface :
 - en déplaçant la source
 - ou en utilisant un obstacle jouant le rôle d'un réflecteur en mouvement