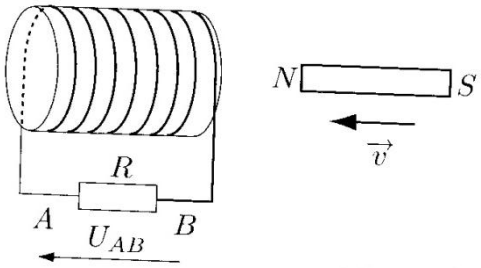
Induction – TD circuit fixe dans champ variable

Exercice 1 : Analyse qualitative de l'expérience de cours

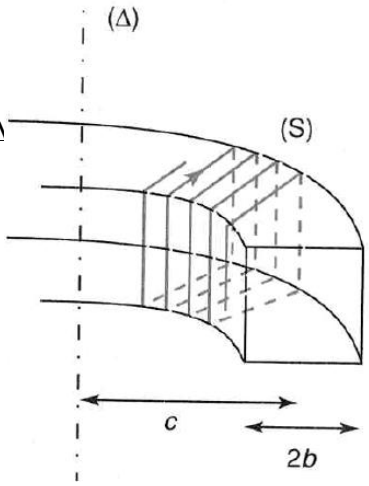
On déplace un barreau aimanté à vitesse constante vers l'intérieur d'une bobine. On rappelle que le champ magnétique créé par un aimant sort de l'aimant par le pôle nord, et y entre par le pôle sud. Localement au niveau du pôle nord, le champ est colinéaire au barreau.



1. Quel est le signe de la différence de potentiel U_{AB} ?

2. Comment varie-t-elle quand l'aimant avance ?

Exercice 2 : Pince ampèremétrique



On considère le système constitué par un cylindre conducteur (C) de longueur infinie, parcouru par un courant d'intensité $i(t) = I_0 \cos \omega t$, et un solénoïde torique (S), de section carrée, engendré par la rotation d'un carré de côté $2b$ tournant autour de l'axe Δ du cylindre, à la distance moyenne c. Il comporte une seule couche de N spires jointives supposées planes. On rappelle le champ magnétique créé par le cylindre infini $\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}\overrightarrow{e_\theta}$.

a) Les extrémités de l'enroulement sont réunies pour former un circuit fermé. Calculer le flux $\Phi_{C\to S}$ du champ magnétique du cylindre à travers l'ensemble du solénoïde.

b) En déduire le coefficient d'induction mutuelle M entre (C) et (S). Application numérique : N = 1000, c = 6 cm, b = 1 cm, $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ SI.

c) On relie les extrémités de l'enroulement à un voltmètre. Calculer l'amplitude e de la f.é.m. d'induction dans le solénoïde. Pourquoi peut-on négliger les phénomènes d'auto-induction ?

d) Ce dispositif est appelé « ampèremètre à pince ». Expliquer le fonctionnement et l'intérêt du montage.

e) Si le voltmètre est sensible au millivolt, calculer l'amplitude minimale $i_{0,\min}$ de l'intensité dans (C) que l'on peut déceler, si la fréquence du courant est de 50 Hz.

Exercice 3 : Courants de Foucault dans un conducteur volumique

Un cylindrique métallique d'axe Oz, d'épaisseur h et de rayon a<<h est soumis à un champ magnétique uniforme :

$$\vec{B} = B_0 \cos(\omega t)\vec{u}_z$$

La conductivité du métal est γ.
On néglige les effets de bord (ie on considère le cylindre comme de longueur infinie), et l'on admet que le champ créé par les courants induits est négligeable devant le champ appliqué : en conséquence le champ à l'intérieur du conducteur est identique au champ extérieur appliqué.

1. Expliquer qualitativement pourquoi ce champ magnétique induit des courants dans le conducteur. La densité de ces courants est notée $\vec{j}$.

2. En invoquant les invariances et les symétries du problème, justifier que $\vec{j}$ est orienté selon $\overrightarrow{u_\theta}$ et ne dépend que de r. Calculer $\vec{j}$ en utilisant l'équation de Maxwell-Faraday.

3. Calculer la puissance moyenne dissipée par effet Joule dans le disque. Expliquer comment ce dispositif permet de chauffer des casseroles par induction.

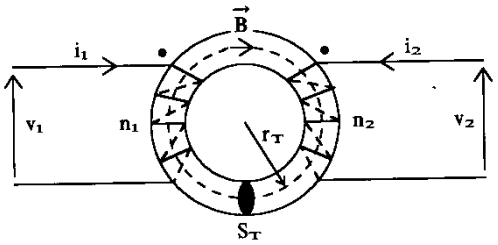
4. On remplace le barreau précédent par N petits barreaux isolés de rayons a' < a, de hauteur h remplissant le même volume (N grand). Calculer la puissance moyenne dissipée par effet Joule dans cet ensemble. Conclure sur l'utilité du feuilletage des tôles.

On donne : $\vec{rot}\vec{A}.\vec{u}_z=\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rA_\theta)-\frac{1}{r}\frac{\partial A_r}{\partial \theta}$

5. (bonus) En considérant les courants induits comme un emboitement de solénoïdes, déterminer les champs magnétique induit, et montrer qu'il est bien négligeable devant le champ extérieur si $a \ll \delta$ l'épaisseur de peau.

Exercice 4 : Transformateur parfait

On étudie un transformateur constitué de deux bobinages, l'un de n_1 spires dit primaire, l'autre de n_2 spires dit secondaire , enroulés sur un noyau de fer.
On néglige les résistances des enroulements et l'on suppose que le flux de $\vec{B}$ est identique à travers chaque spire (transformateur parfait).



a) Calculer v_1 et v_2 en fonction n_1, n_2 et Φ, flux de $\vec{B}$ à travers une spire.
En déduire la loi des tensions : $v_2 / v_1 = n_2/n_1$.

b) Les deux bobines ont des coefficients d'inductance propre L_1 et L_2 et un coefficient d'inductance mutuelle M.
Ecrire v_1 et v_2 en fonction de i_1, i_2, L_1, L_2 et M, et montrer que pour un transformateur parfait $M^2 = L_1L_2$.

Exercice 5 : Inductance propre d'une bobine torique

On considère une bobine torique constituée de N spires rectangulaires uniformément réparties autour d'un axe Oz. Chaque spire a une hauteur h et est comprise entre les rayons a et b = a+h.
En admettant que les lignes de champ magnétique sont des cercles d'axe Oz, calculer l'inductance propre de cette bobine.
Réponse : $L = \mu 0 / 2\pi N^2 hLn(b/a)$.