

Exercices – Oscillateurs

Exercice 1 : L'autre oscillateur très classique : oscillateur harmonique LC

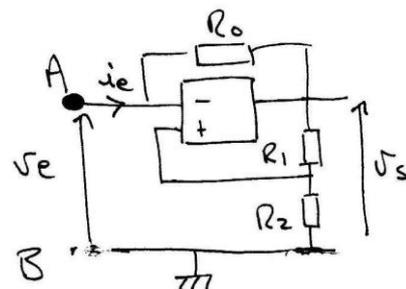
réalisé grâce au dipôle à « résistance négative »

1. Le montage ci-contre peut-être considéré comme un dipôle entre A et B, traversé par un courant i_e et alimenté par une tension v_e à ses bornes. En établissant la relation entre i_e et v_e , justifier l'appellation dipôle « à résistance négative ». Etapes calcul :

- Loi des nœuds à la bornes - : relation V_s et i_e
- puis relation V_s et V_e en utilisant $V_+ = V_-$

2. D'un point de vue énergétique, ce dipôle est-il récepteur ou générateur ?

L'appellation dipôle « à résistance négative » peut sembler paradoxale à première vue, mais ce dipôle n'est en fait rien d'autre qu'un générateur délivrant une tension proportionnelle au courant qui le traverse. D'où provient l'énergie électrique fournie par ce générateur ?



Réalisation d'un oscillateur harmonique électrique : circuit LC

On étudie un circuit LC série en tenant compte de la résistance interne r de la bobine. Le circuit est alimenté à ses bornes par une tension $e(t)$.

3. En utilisant la notation complexe, déterminer le type de régime transitoire possible pour ce montage en fonction des valeurs de r , L et C . Etablir l'équation différentielle vérifiée par la tension aux bornes de C .

4. Le circuit est étudié en régime libre, i.e. la tension d'entrée est nulle. Quelle devrait être la valeur de r pour que le circuit LC soit un oscillateur harmonique ?

5. On insère le dipôle à résistance négative (bornes AB) en série avec (L, r) et C . On considère la tension aux bornes de C .

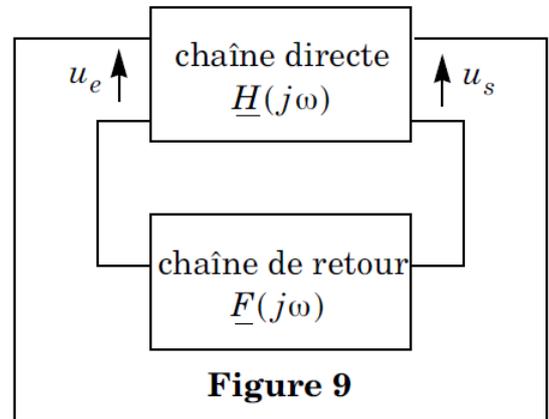
- Pour quelles valeurs de R_0 , R_1 et R_2 a-t-on ainsi réalisé un oscillateur harmonique LC ?
- Ce montage est-il stable ?
- Quelle condition doit être remplie pour que les oscillations quasi-sinusoidales démarrent effectivement ?
- Quelle est la non-linéarité qui fixe l'amplitude des oscillations ? (ne pas chercher cette amplitude)
- Dessiner l'allure de la tension aux bornes de C en fonction du temps, depuis la naissance des oscillations jusqu'au régime établi.

Partie II - Oscillateur à boucle de rétroaction

Une méthode pour obtenir des oscillations quasi-sinusoïdales consiste à utiliser un système bouclé à deux opérateurs : le premier, de fonction de transfert $\underline{H}(j\omega) = \underline{u}_s / \underline{u}_e$ constituant la chaîne directe ; le second, de fonction de transfert $\underline{F}(j\omega) = \underline{u}_e / \underline{u}_s$, la chaîne de retour.

II.A - Donner la condition sur les fonctions $\underline{H}(j\omega)$ et $\underline{F}(j\omega)$ pour que le système soit le siège d'oscillations sinusoïdales spontanées de pulsation ω_0 . Lorsqu'une telle condition est réalisée, quel phénomène est à l'origine de l'apparition des oscillations ?

II.B - On se place dans le cas particulier où \underline{H} est une constante réelle H_0 indépendante de ω et où



$$\underline{F}(j\omega) = \frac{\underline{u}_e}{\underline{u}_s} = F_0 \frac{j \frac{\omega}{Q\omega_0}}{1 + j \frac{\omega}{Q\omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}.$$

II.B.1) Quelle est la nature de la chaîne de retour ? Tracer, en faisant apparaître précisément les asymptotes, le diagramme de Bode de $\underline{F}(j\omega)/F_0$ pour les valeurs de $Q = 0,1$ et $Q = 10$. On prendra $\omega_0 = 10^4 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$, ω varie de 10^2 à $10^6 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$.

II.B.2) F_0 , ω_0 et Q étant fixés, pour quelle valeur particulière H_m de H_0 a-t-on des oscillations sinusoïdales ? Que vaut la pulsation de ces oscillations ?

II.C - La condition sur H_0 étant une égalité, elle est, en pratique, impossible à réaliser strictement. $u_s(t)$ et $u_e(t)$ ne sont donc pas sinusoïdales. On cherche à préciser l'expression des fonctions $u_s(t)$ et $u_e(t)$.

Établir l'équation différentielle satisfaite par $u_e(t)$ et $u_s(t)$ et discuter la nature des solutions en fonction de H_0 (on se limitera aux cas des solutions oscillatoires). Un des opérateurs comportant un amplificateur opérationnel, montrer que, pour certaines valeurs de H_0 , il sortira de son domaine de linéarité. On constate dans ce cas que le système peut être le siège d'oscillations permanentes plus ou moins sinusoïdales.

Exercice 3 : Un début d'exercice plus calculatoire, la fin étant similaire au cours

Remarques :

- faire la question 1 à la fin, ce n'est pas la plus intéressante et > niveau CCP (c'est du calcul)
- question 2 : la condition de Barkhausen (HG = 1 cf. cas du cours sans comparateur +/-) revient ici à traduire l'effet du bouclage, i.e. H=1

On considère le montage de la figure ci-dessous utilisant un potentiomètre de résistance totale R' et de coefficient $0 \leq x \leq 1$, une résistance R et une inductance L , deux condensateurs de capacités C et un amplificateur opérationnel considéré comme idéal et fonctionnant en régime linéaire.

1. Lorsque l'interrupteur K est ouvert, calculer en régime sinusoïdal de pulsation ω la fonction de transfert $\underline{H}(j\omega) = \underline{w} / \underline{u}$.

Montrer que \underline{H} s'écrit :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{H_0}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\Omega} - \frac{\Omega}{\omega} \right)},$$

avec $H_0 = \frac{1}{2x}$, $Q = R \sqrt{\frac{C}{2L}}$ et

$$\Omega = \sqrt{\frac{2}{LC}}.$$

À défaut, on pourra admettre ce résultat pour faire la suite.

En déduire l'équation différentielle liant $u(t)$ et $w(t)$ sous la forme :

$$\frac{d^2 w}{dt^2} + a \frac{dw}{dt} + b w = c \frac{du}{dt}.$$

On exprimera les coefficients a , b , c en fonction de Ω , H_0 , Q .

2. On ferme l'interrupteur afin de boucler le système. En traduisant la condition de Barkhausen, montrer que le circuit peut être le siège d'une tension w sinusoïdale pour une valeur particulière x_0 de x . Exprimer la pulsation ω_0 des oscillations en fonction de L et C .
3. En pratique, il est impossible de réaliser exactement la condition $x = x_0$. Observe-t-on l'apparition des oscillations pour x légèrement inférieur ou supérieur à x_0 ? On pourra écrire l'équation différentielle satisfaite par $w(t)$.
4. Quel phénomène détermine l'amplitude des oscillations ?

D'après concours École de l'Air

